Res., Soc. Dev. 2019; 8(7):e29871136
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Uma investigação com professores em formação inicial sobre: sequência de Lucas e os números de k-Lucas

An investigation with teachers in initial training on: sequence of lucas and the numbers of k-Lucas

Una investigación con profesores en formación inicial sobre: secuencia de lucas y números de k-Lucas

Recebido: 24/04/2019 | Revisado: 24/04/2019 | Aceito: 11/05/2019 | Publicado: 18/05/2019

Ana Maria Silva Guedes
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9660-7613
Instituto Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE), Brasil.
E-mail: anaguedesmaria@outlook.com
Francisco Régis Vieira Alves
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3710-161
Instituto Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE), Brasil.
E-mail: fregis@gmx.fr

Resumo

Este trabalho consiste em expor resultados sobre a sequência de Lucas e os números de k-Lucas como também as contribuições do matemático francês Édouard Anatole Lucas a partir de um estudo realizado com alunos da disciplina de história da matemática do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará –IFCE. Com o intuito de identificarmos e exploramos algumas propriedades especificamente dos k-número de Lucas, a metodologia de ensino utilizada nos encontros foi a teoria das situações didáticas(TSD) e como metodologia de pesquisa as fases da engenharia didática(ED). Os dados coletados apresentam algumas propriedades, como também definições matemática desenvolvidas pelos professores em formação inicial participantes do estudo, o que acrescentou em suas práticas profissionais um conhecimento histórico.

Palavras-chave: Ensino de matemática; situações didáticas; sequências.

Abstract

This work consists of exposing results on the sequence of Lucas and the numbers of k-Lucas as well as the contributions of the French mathematician Édouard Anatole Lucas from a study carried out with students of the discipline of the history of mathematics of the licentiate course in mathematics of the Institute Federal Education Science and Technology of the State of Ceará -IFCE. In order to identify and explore some specific properties of Lucas k-number, the teaching methodology used in the meetings was the didactic situations theory (TSD) and as a research methodology the didactic engineering (ED) phases. The data collected present some properties, as well as mathematical definitions developed by the initial training teachers participating in the study, which added in their professional practices a historical knowledge.

Keywords: Teaching mathematics; didactic situations; sequences.

Resumen

Este trabajo consiste en exponer resultados sobre la secuencia de Lucas y los números de k-Lucas así como las contribuciones del matemático francés Édouard Anatole Lucas a partir de un estudio realizado con alumnos de la disciplina de historia de las matemáticas del curso de licenciatura en matemáticas del Instituto De la Universidad de Buenos Aires. Con el fin de identificar y explotar algunas propiedades específicamente de los k-número de Lucas, la metodología de enseñanza utilizada en los encuentros fue la teoría de las situaciones didácticas (TSD) y como metodología de investigación las fases de la ingeniería didáctica (ED). Los datos recolectados presentan algunas propiedades, como también definiciones matemáticas desarrolladas por los profesores en formación inicial participantes del estudio, lo que añadió en sus prácticas profesionales un conocimiento histórico.

Palabras clave: Enseñanza de matemáticas; situaciones didácticas; secuencias.

1. Introdução

Este trabalho consiste em expor resultados sobre a sequência de Lucas e os números de k-Lucas a partir de um estudo realizado com alunos da disciplina de história da matemática do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará –IFCE, com o intuito de apresentar a sequêcia de Lucas, visto que este assunto não é muito discutido.

Res., Soc. Dev. 2019; 8(7):e29871136
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Utilizamos as aulas da disicplina de história da matemática, pois o professor responsável pela disicplina já estava arbordando sobre a sequência generalizada de fibinacci[1], então após a conclusão dos assuntos, iniciamos nossos encontros que no total foram quatro e contamos com a participação de cinco discentes (professores em formação inicial), onde fizemos uma comunicação teórica sobre a sequência de Lucas, relacionando-a com o conteúdo estudado anteriormente. Posteriormente foram realizados dois questionamentos, o primeiro sobre a realção de corrência de Lucas e sua conexão com a fórmulade Binet e o segundo sobre os K-número de Lucas, visando captar as concepções e conhecimentos sobre o exposto.

Verificando sua importância para a construção da história da matemática, contamos com um suporte de pensamentos e estudos de alguns autores para construirmos um caminho no qual resulta em exibirmos tanto a vida e as contribuições do matemático francês Édouard Anatole Lucas como também o desenvolvimento da sequência de Lucas.

Antolino (2017) em sua dissertação de mestrado intitulada número de fibonacci e número de Lucas, específica em seu segundo capítulo sobre os números de Lucas apresentando algumas propriedades e relacionando com a sequência de fibonacci.

De acordo com Santos (2017) em sua dissertação de mestrado intituladaengenharia didática sobre o estudo e ensino da fórmula de binet como modelo de generalização e extensão da sequência de Fibonacci em seu quarto capítulo aborda sobre outras generalizações e extensões da sequência de fibonacci aborda um tópicos sobre Fibonacci e número de Lucas. A seguir será exposto o referencial teórico onde é abordado a metodologia da pesquisa.

3. Édouard Anatole Lucas

A sequência de Lucas recebe o nome do matemático francês Édouard Anatole Lucas (que nasceu em 04 de abril de 1842 e faleceu em 3 de outubro de 1891, Paris, França). Lucas fez grandes contribuições para a matemática, incluindo um novo ramo conhecido como matemática lúdica com a criação da torre de Hanói que teve grande comercialização na

[1] Segundo Alves (2015)De modo tradicional, os livros de História da Matemática – HM definem a seguinte sequência recursiva indicada por e descrita do seguinte modo, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $n > 2$. Por outro lado, a mesma formula pode ainda ser expressa por $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, para a condição $n > 1$. O aspecto marcante de recursividade diz respeito aos dois termos antecessores.

ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Europa, e Quebra-cabeças de Baguenaudier, popularmente chamado de Anéis Chineses, construídoa partir de uma solução binária para o problema de mesmo nome.

Lucas, trabalhou como professor de matemática nas escolas Lycée of Moulins de 1872 a 1876, Lycées Saint- Louis de 1876 a 1879 e Lycée Charlemagne de 1879 a 1890, Após a França ter sido derrota na guerra franco-prussiana, onde ele serviu o exército como oficial de artilharia.

Lucas foi um dos matemáticos que mais contribuiu nos estudos dos números primos, ele encontrou manualmente o maior número primo que é indicado por Eves(1969) com o zsvalor númerico igual a 2^{127}-1 = 170141183460469231687303715884104727.

3.1 Sequência de Lucas

A sequência estuda por Lucas em 1878, de acordo coma lei de recorrência $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$, surgiu a partir de estudos sobre a sequência de Fibonacci.

Essa sequência tem uma lei de formação simples, dados os dois termos inicias que aqui temos $L_0 = 2$ e $L_1 = 1$ dessa forma para obter os próximos elementos é necessário somar os últimos anteriores, vamos exemplificar para encontrarmos o L_2, assim temos que somar $L_2 = L_1 + L_0 = 1 + 2 = 3$, à vista disso obtivemos $L_2 = 3$ que é o terceiro termo da sequência, da mesma forma faremos para $L_3 = L_2 + L_1 = 3 + 1 = 4$ e encontramos o $L_3 = 4$ e para obter os outros termos segue o mesmo raciocínio. Dessa forma apresentaremos a seguir na tabela 1 sequência estudada por Lucas:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
L_n	2	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123	...

Tabela 1 sequência de Lucas

De modo geral Hoggat e Venner representam a seguinte lista (p, q, p+q, p+2q, 2p+3q, 3p+5q, ...) e a intitulam sequência de Lucas. De modo semelhante pode ser generalizado para a sequência de Fibonacci.

Em seguida a sequência de Lucas será apresentada com algumas propriedades desenvolvidas em encontros com professores em formação inicial e por autores que abordam sobre o assunto.

Res., Soc. Dev. 2019; 8(7):e29871136
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

3.2 Investigação com professores em formação inicial

Apresentaremos alguns dados preliminares realizados pelos professores em formação inicial da disciplina de história da matemática. As escolhas da disciplina e do público alvo foram justificadas, segundo Miguel e Brito (1996, p. 50), ao qual eles defendem a participação da história na formação do professor de matemática,

> (...) a participação orgânica da história na formação do Professor de Matemática, destacando a contribuição da História da Matemática na ação pedagógica como um instrumento que permite a compreensão da natureza dos objetos matemáticos, a função da abstração, da generalização, da noção de rigor, do papel da axiomatização, dos modos de se entender a organização do saber além, da dimensão estética, ética e política da atividade matemática.

Dessa forma, observamos que estudando e conhecendo a História da Matemática, a mesma auxilia e facilita o professor de matemática a compreender a essência dessa ciência, e também contribui para responder aos questionamentos dos discentes sobre a aplicação da matemática.

Neste momento, fizemos conexão das relações de recorrência da sequência de Lucas com a fórmula de Binet, onde fizemos uma explanação segundo Koshy(2007), sobre a seguinte relação explícita $L_n = \alpha^n + \beta^n$, para $n \geq 1$.

Dessa forma fizemos a seguinte indagação: como podemos escrever a fórmula de Binet a partir da relação recorrência de Lucas?

Coletamos os dados da fase de ação, observamos a resposta do aluno um, que segundo o mesmo substituiu os valores de α e β, encontrados nas aulas sobre a sequência de Fibonacci " percebi que a relação de recorrência é a mesma mudando apenas os termos iniciais". Na fase de formulação os alunos trocaram informações, e após o diálogo entres eles, nós fomos validar os resultados e chegamos a seguinte resposta, observamos o aluno 4 exibindo os resultados da turma e em seguida a descrição do passo a passo para chegarmos na fórmula de Binet a partir da relação de recorrência de Lucas na figura 2:

Figura 1: O professor 4 buscou determinar um caminho para chegar até a equação característica e assim encontrar os valores de α e β.

Fonte: as autoras

Na figura 1 podemos perceber o professor 4 tentando determinar a equação característica de Lucas, a seguir descreveremos os passos utilizados.

Tomando:

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2} \Rightarrow L_{n+1} = L_n + L_{n-1} \Rightarrow \frac{L_{n+1}}{L_n} = 1 + L_{n-1} = 1 + \frac{1}{\frac{L_n}{L_{n-1}}} \qquad \text{(I)}$$

Definimos $x_n = \dfrac{L_n}{L_{n-1}}$ **;** Voltamos para (I), temos :

$$x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n} \qquad \text{(II)}$$

Tomando $\lim\limits_{x\to\infty} x_n = x$, supondo que o limite existe, assim temos:

$$\text{(II)} \lim_{x\to\infty} x_{n+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{1}{x_n}\right) \Rightarrow x - 1 + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2 = x+1}{x} = x^2 - x - 1 = 0$$

Resolvendo a equação $x^2 - x - 1 = 0$, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-1)$$
$$\Delta = 1 + 4$$
$$\Delta = 5$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \begin{cases} x' = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x'' = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Logo chamando α e β as raízes dessa equação, temos:

$\alpha = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ e $\beta = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$, dessa forma $L_n = \alpha^n + \beta^n$

Assim temos: $L_n = \alpha^n + \beta^n \Rightarrow L_n = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$

Vamos verificar para alguns valores

Para n = 0; $L_0 = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^0 + \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^0 = 1 + 1 = 2$

Para n = 1; $L_1 = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^1 + \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^1 = \dfrac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

Para n = 2; $L_2 = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \dfrac{1+2\sqrt{5}+5}{4} + \dfrac{1-2\sqrt{5}+5}{4} = \dfrac{12}{4} = 3$

- De modo semelhante vamos demonstrar como obter explicitamente qualquer termo presente na sequência de Lucas.

$$L_{n+1} = L_n + L_{n-1} = (\alpha^n + \beta^n) + (\alpha^{n-1} + \beta^{n-1}) =$$

$$= \alpha^n (1 + \alpha^{-1}) + \beta^n (1 + \beta^{-1}) \overset{\alpha^{-1} = \alpha - 1}{\underset{\beta^{-1} = \beta - 1}{=}} \alpha^n (1 + \alpha - 1\ ) + \beta^n (1 + \beta - 1)$$

$$= \alpha^n (\alpha) + \beta^n (\beta) = \alpha^{n+1} + \beta^{n+1} \therefore L_{n+1} = \alpha^{n+1} + \beta^{n+1}, \forall n \geq 0$$

Portanto vale a seguinte relação $L_{n+1} = \alpha^{n+1} + \beta^{n+1}, \forall n \geq 0$

- Agora vamos pegar binet para acharmos L_{-n} (índices negativos)

$$\mathrm{L}_{-n} = \alpha^{-n} + \beta^{-n} \Rightarrow \frac{1}{\alpha^n} + \frac{1}{\beta^n} = \frac{\beta^n + \alpha^n}{(\alpha\beta)^n} =$$

$$= (\frac{\alpha^n + \beta^n}{(-1)^n}) = (-1)^n (\alpha^n + \beta) = (-1)^n . L_n \ , \ n > 0$$

ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Desse modo, observamos que a parte negativa da sequência também segue um padrão e uma lei de recorrência como foi descrito anteriormente com as equações algébricas.

3.3 Número K-Lucas

Nesta seção apresentaremos algumas propriedades do número de k-Lucas e as mesmas serão provadas. Essas propriedade foram feitas a partir do relatório de projeto apresentado em cumprimento parcial dos requisitos para o grau de mestre da ciência em matemática de Biswajit Barik ao qual nós traduzimos e adaptamos para este trabalho e sobre a exposições nas aulas da disciplina de história da matemática.

Dados os valores para K-lucas, como mostrar a seguir a tabela 2, os alunos procuraram desenvolver uma relação que satisfizessem a sequência $\left(L_{n,k}\right)_{n\ e\ k \in IN}$.

$L_{k,0} = 2$
$L_{k,1} = k$
$L_{k,2} = k^2 + 2$
$L_{k,3} = k^3 + 3k$
$L_{k,4} = k^4 + 4k^2 + 2$
$L_{k,5} = k^5 + 5k^3 + 5k$

Tabela 2 sequência dos números de k-lucas
Fonte: as autoras

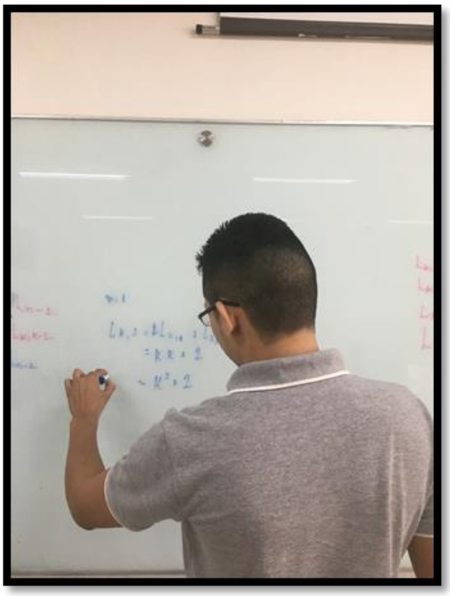
Por tentativa e erro, como mostra a figura 2, o aluno 3 tentando encontrar a fómrula de recorrência que chegou a seguinte conclusão: $L_{k,n} = kL_{k,n-1} + L_{k,n-2}$, e fixando o $L_{k,0} = 2$ e $L_{k,1} = k$.

Vamos verificar:

$$Para\ n = 2,\ L_{k,2} = kL_{k,1} + L_{k,0} = k.k + 2 = k^2 + 2$$
$$Para\ n = 3, L_{k,3} = kL_{k,2} + L_{k,1} = k.(\mathrm{k}^2 + 2) + \mathrm{k} = k^3 + 3k$$

Dessa forma, podemos verificar que a relação satisfaz os números de k-lucas apresentados na tabela 2. Na figura 3 o professor procurou uma fórmula para encontrar os k-números de Lucas.

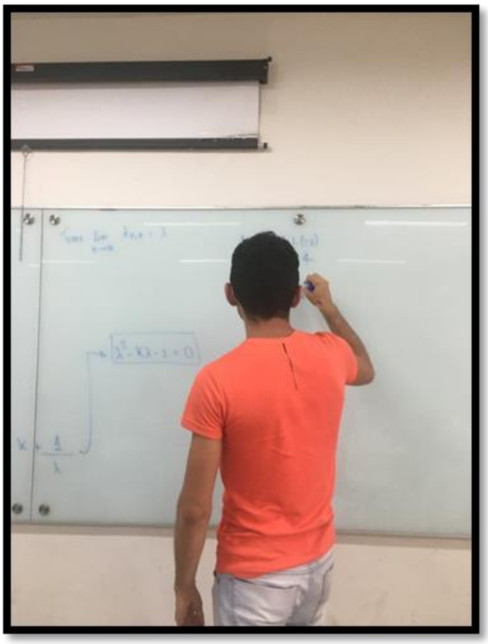
Figura 2:o professor 5 buscou por tentativa e erro encontrar uma lei de recorrência que satisfizesse os k-número de Lucas.



Fonte: as autoras

Sendo dessa maneira, após eles passarem pela situação de ação, formulação nós validamos seguindo o mesmo raciocínio do questionário anterior, na figura 3 o aluno 5 representando a turma e exposto a conclusão após as interações entre eles e o pesquisador, obtivemos os seguintes resultados:

Figura 3: o Professor 3 identificou a equação característica dos $L_{k,n}$



Fonte: as autoras

Com essa figura queremos apresentar que o professor 3da mesma forma que foi encontrado L_n, assim utilizando a lei de recorrência que o professor 5 encontrou.

ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

$$L_{k,n} = L_{k,n-1} + L_{k,n-2} \Rightarrow L_{k,n+1} = L_{k,n} + L_{k,n-1} \Rightarrow \frac{L_{k,n+1}}{L_{k,n}} = k + L_{k,n-1} = k + \frac{1}{\frac{L_{k,n}}{L_{k,n-1}}} \qquad \text{(I)}$$

Definimos $x_{k,n} = \dfrac{L_{k,n}}{L_{k,n-1}}$ **;** Voltamos para (I), temos :

$$x_{k,n+1} = k + \frac{1}{x_{k,n}} \qquad \text{(II)}$$

Tomando $\lim\limits_{n\to\infty} x_{k,n} = x$, supondo que o limite existe, assim temos:

$$\text{(II)} \lim_{n\to\infty} x_{k,n+1} = \lim_{n\to\infty}\left(k + \frac{1}{x_{k,n}}\right) \Rightarrow x = k + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2 = kx+1}{x} = x^2 - kx - 1 = 0$$

Resolvendo a equação $x^2 - kx - 1 = 0$, temos:

$$\Delta = (-k)^2 - 4.1.(-1)$$
$$\Delta = k + 4$$

Encontramos a equação característica da sequência de k-Lucas e a seguir apresentaremos as duas raízes que satisfazem a equação:

$$x = \frac{-(-k) \pm \sqrt{k+4}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{k \pm \sqrt{k+4}}{2} \quad \begin{cases} x' = \dfrac{k + \sqrt{k+4}}{2} \\ x'' = \dfrac{k - \sqrt{k+4}}{2} \end{cases}$$

Logo chamando σ e σ' as raízes dessa equação, temos:

$$\sigma = \frac{k + \sqrt{k+4}}{2} \text{ e } \sigma' = \frac{k - \sqrt{k+4}}{2},$$

Dessa forma, podemos perceber que o caminho percorrido para encontrar a equação característica foi o mesmo tanto para o L_n quanto para o $L_{k,\mathrm{n}}$, os alunos seguiram a mesma linha de raciocínio a partir da lei de recorrência encontrada para os l-números de Lucas. A seguir será apresentado outras propriedades encontradas a partir dos $L_{k,\mathrm{n}}$.

Casos particulares:

- Para K = 1, seqüência clássica de Lucas aparece: {2,1,3,4,7,11,18,...}
- Para K = 2, obtemos a sequência de Pell-Lucas: {2,2,6,14,34,82,198,...}

Res., Soc. Dev. 2019; 8(7):e29871136
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Após encontramos a equação características e suas raízes, subtituimos o valos de k por e um e em seguida por dois obtendo outras sequencias denominadas respectivamente de sequência clássica de Lucas e Pell-Lucas.

Teorema 1: (Fórmula de Binet) Os números de k-Lucas são dados pela fórmula $L_{k,\mathrm{n}} = \sigma_k^n - (\sigma_k)^{-n}$ com $\sigma_k = \dfrac{k+\sqrt{K^2+4}}{2}$.

prova. Equação característica da recorrência é $r^2 - k.r - 1 = 0$, com as soluções, $\alpha_k = \dfrac{k+\sqrt{K^2+4}}{2}$ e $\beta_k = \dfrac{k-\sqrt{K^2+4}}{2}$, então, a solução da equação é $L_{k,n} = C_1\alpha_k^n + C_2\beta_k^m$ fazendo $n=0 \to L_{k,0} = 2$ e $n=1 \to L_{k,1} = k$, nós obtemos os valores $C_1 = C_2 = 1$Finalmente, falando em conta $\alpha_k.\beta_k = -1 \to \beta_k = -\dfrac{1}{\alpha_k}$ e depois $L_{k,n}$.

- Se K = 1 obtemos os números clássicos de Lucas, e depois $\alpha_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ é bem conhecido como o relação de ouro, Φ enquanto $\sigma_1^{'}$ é geralmente escrito como ϕ. Nesta notação o termo geral do sequência clássica de Lucas é dada por

$$L_n = \phi^n + \varphi^n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

Assim, apresentamos a fórmula de Binet para a sequência de Lucas utilizando as raízes da equação caracterírtica.

- Se K=2, então $\alpha_2 = 1+\sqrt{2}$ e é conhecido como proporção de prata e correspondência é a seqüência de Pell-Lucas em que $LP_n = (1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n$.

  Nesse segundo momento foi encontrado uma fórmula de Binet para a sequência de Pell-Lucas.

4. Metodologia

Neste estudos temos o intuito de identificarmos e exploramos algumas propriedades especificamente dos k-número de Lucas, dessa forma a metodologia de ensino utilizada nos encontros foi a teoria das situações didáticas, que de acordo com Brousseau (2008) é composta por quatro momentos:

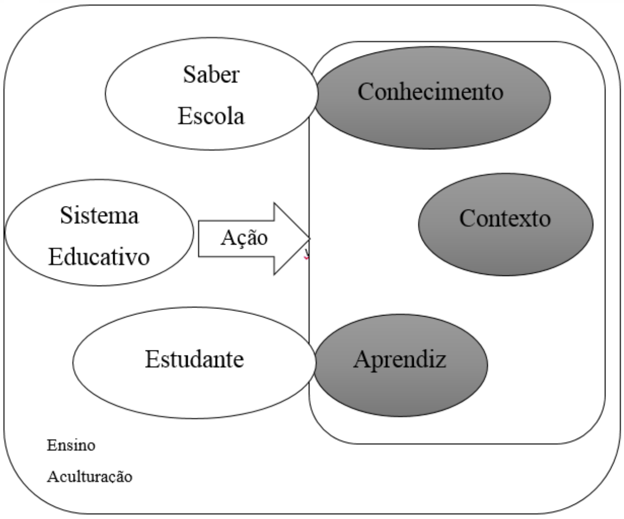
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

1) Situação de ação quando na prática do aluno ele se relaciona com o milieu(ambiente, meio)para resolver um determinado problema proposto; Onde foi exposto o conteúdos e os alunos a analisar os conteúdos ministrados.
2) Formulação, momento de escolhas e tentativas de uma linguagem comum para interação entre os alunos e organizar as ideias; Foram feitas as justificativas de suas ações.
3) Validação, fase de convencimento, utilizando uma linguagem mais formal para provar o que foi feito;
4) Institucionalização nessa fase o professor voltar a agir e apresenta o que foi obtido de bom nas fases anteriores e o que precisar melhorar.

As três primeiras fases o professor não intervém diretamente, ou seja, são situações adidáticas. Para representar as situações didáticas, Brousseau fez os esquemas chamados polígonos da didática, o primeiro seria um triângulo com a relação professor- Saber (savoir savant)-aluno, em seguida ele viu que o milieu estava de fora, então surgiu um novo vértice, agora temos um quadrilátero professor- Saber (savoir savant)-aluno-milieu e todos esses pontos interagem entre si.

Ainda achando insuficiente ele criou um hexágono da didática, onde se encontrara a diferença entre o saber escolar e o saber do aluno, na figura 1 podemos visualizar um resumo sobre as seis partes que compõem o hexágono da didática.

Figura 4:hexágono da didática"



Fonte: Guy Brousseau

Assim podemos notar que o fazer educação vai muito além dos conteúdos, mas também do ambiente e de quem e como é transmitido o saber, como foi visto na figura 1.

A teoria das situações didáticas é uma metodologia de ensino, por isso esse esquema é utilizado para estudar as situações didáticas em sala de aula. Concomitante utilizamos a metodologia de pesquisa e caso a escolhida foi a engenharia que segundo Artigue (1998) é composta por essas quatro fases:

I. As análises prévias: são estruturadas com o objetivo de analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que converta para melhor à sala de aula. Nessa fase, apresentamos em uma aula teórica os resultados obtidos a partir da revisão bibliográfica do assunto.

II. Concepções e análise a priori: é parte descritiva e uma parte preditiva. É preciso descrever as escolhas efetuadas, definindo variáveis de comando, no âmbito global mais amplo e no âmbito local, descrevendo cada atividade proposta. Nesse momento descrevemos como foi realizada as atividades e os resultados prévios dos alunos.

III. Implantação das experiências: Esta fase é seguida por uma chamada análise a posteriori, que se baseia em todos os dados coletados durante o experimento: observações feitas nas sessões de ensino, mas também produções dos alunos em aula ou na classe. Esses dados são muitas vezes complementados por dados obtidos através do uso de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou pequenos grupos, realizados no final do processo de ensino ou perto dele. Nessa fase os alunos compartilharam e discutiram suas respostas.

IV. Análise a posteriori e validação: essa fase o confronto das duas análises: análise a priori e análise a posteriori baseada basicamente na validação das hipóteses envolvidas na pesquisa. Nesse momento foi onde, os alunos e o pesquisador trocaram informações sobre as respostas e validaram as propriedades estudadas. Isto é, a engenharia didática é uma junção do conhecimento prático com o conhecimento teórico, sendo uma alusão para a criação de produtos voltados para o ensino.

Na seção seguinte será exposto a fase inicial das análises preliminares, ao qual fizemos uma pesquisa bibliográfica sobre o assunto, que de acordo com Gil (2008, p. 53)

Res., Soc. Dev. 2019; 8(7):e29871136
ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

> A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas.

Porém, encontramos poucos referencial nacional, o material encontrado foi em teses ou dissertações que falam sobre a sequência de Fibonacci e abordam em um capítulo um pouco sobre a sequência de Lucas, onde conseguimos encontrar maior suporte foram nas referências internacionais em Hogat e Venner (1968) onde esses e autores tiveram grande importância para construção de trabalho.

5. Considerações finais

Este trabalho traz alguns resultados sobre a sequência de Lucas a partir de sequências didáticas com o foco, na lei de recorrência, equação características, extensão para os inteiros, fórmula de Binet e a sequência de K-Lucas. Este estudo pode contribuir como suporte para outras pesquisas.

Nas sessões anteriores, exibimos os resultados obtidos a partir de indagações em uma exposição de quatro aulas, com cinco alunos da disciplina de história da matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará –IFCE. Destacamos alguns matemáticos que contribuiram para a construção dessa investigação.

Inicialmente apresentamos duas disertações de mestrados que abordam sobre a sequência de Lucas, como também o objetivo do estudo e as metodologias utlizadas. Em seguida, na sedunda seção foi exposto um pouco sobre a vida e as contribuições do matemático francês Édouard Anatole Lucas.

Posteriormente fizemos uma apresenação sobre a sequência de Lucas, e em seguida exibimos os resultados obtidos a partir da investigação com os professores em formação inicial, ao qual conseguimos captar o processo de desenvolvimento de conexão da relação de recorrência de Lucas com à fórmula de Binet, como também outro resultados. Também expomos sobre o números de K-Lucas e os resultados dos envolviedos na pesquisa.

Apesar das dificuldades encontradas, desde a escasses de material no âmbito educacional brasileiro, até a resistência dos alunos, por ser um conteúdo ainda não estudo, visto que quando se falou em sequências eles logo associaram a progressão aritmética e geométrica e uma aluna afirmando que não tinha interesse pelo assunto pois era muito difícil, conseguimos apresentar resultados satisfatórios e que servirão como suporte para outros

ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

estudos nessa área e que possa despertar o interesse de pesquisadores e alunos para esse ramo da matemática.

Dessa forma, ao analisamors os resultados dos professores conseguimos detectar que o uso da engenharia didática e das situações didáticas foram bem aplicados quando nos referimos ao ensino da sequência de Lucas.

Referências

ALVES, Francisco, R. V.(2015) Sequência Generalizada de Fibonacci e relações com o número áureo. In: **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 2, nº 6, pp. 26 – 3 .Disponível em: http://seer.uece.br/?journal=BOCEHM&page=issue&op=archive

ARTIGUE, M. (1988): **"IngénierieDidactique". Recherchesen Didactiquedes Mathématiques**. Grenoble: La PenséeSauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

Astroline e silva, Bruno.(2017) **Números de Fibonacci e número de Lucas**/ orientador Miguel V. S. frasson. -- São Carlos, 81p. disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-03032017-143706/pt-br.php

Barik Biswajit.(2013) **Lucas sequence, its proporties and generalizations.** Departament of mathematics. National institute of technology Rourkela Odisha- 768009. May.

Brousseau, G.(2008) **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática.

Gil, Antonio Carlos.(2008). **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas.

HOGGAT, Jr. V. E. & VENNER, E. (1969). **Fibonacci and Lucas Numbers**. Santa Clara: Fibonacci Association Publishers.

KOSHY. T. (2011). **Fibonacci and Lucas Numbers and Applications**. New York: John Willey and Sons.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J.(1996). **A história da matemática na formação do professor de matemática**. Campinas: Papirus.

ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i7.1136

Santos, Arlem Atanazio dos. (2017). **Engenharia didática sobre o estudo e ensino da fórmula de Binet como modelo de generalização e extensão da sequência de Fibonacci/** Dissertação de mestrado Arlem Atanazio dos Santos- Fortaleza: IFCE.

.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Ana Maria Silva Guedes – 60%

Francisco Régis Vieira Alves – 40%