Research, Society and Development, v. 10, n. 5, e35910515171, 2021
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i5.15171

Modelos matemáticos para calcular números primos: Proposta de um critério didático para o ensino fundamental

Mathematical models for calculating primary numbers: Proposed a teaching criteria for fundamental education

Modelos matemáticos para cálculo de números primarios: Criterios de enseñanza propuestos para la educación fundamental

Recebido: 18/04/2021 | Revisado: 23/04/2021 | Aceito: 24/04/2021 | Publicado: 09/05/2021

Anderson Odair de Melo Brito[1]
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5048-358X
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Brasil
E-mail: anderson.odair95@gmail.com
João Silva Rocha[2]
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3020-8094
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil
E-mail: joaosilvarocha@hotmail.com
José Eduardo Silva[3]
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8483-0305
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil
E-mail: profeduardosilva3@gmail.com

Resumo
No ensino de matemática, em nível de Ensino Fundamental, são desenvolvidos diversos conteúdos matemáticos tais como: Números Inteiros e Critérios de Divisibilidade, são conteúdos necessários para o desenvolvimento de novos conceitos matemáticos, nesta perspectiva esta pesquisa propôs refletir sobre o desenvolvimento de cálculos para encontrar Números Primos Sequenciados, tomando como base as propostas dos matemáticos Pierre de Fermat, Marin Mersenne e Eratóstenes. Desta forma, a pesquisa tem por objetivo propor um critério matemático para encontrar Números Primos Sequenciados de maneira mais prática para o ensino aos estudantes do Ensino Fundamental. Sendo assim, realizou-se um levantamento bibliográfico por meio da plataforma *Google Acadêmico*, considerando o período de publicação entre 2017-2021, totalizando vinte artigos, oito livros e uma monografia, selecionados devido a relevância com o tema. Os resultados demonstraram que a abordagem para números primos é verificada em diversos eixos temáticos, como matemática e números primos, além de referenciar a complexidade no desenvolvimento matemático para os cálculos. Após a demonstração do critério proposto e sua comparação com os modelos de Fermat, Mersenne e Eratóstenes, evidencia-se que a proposta se enquadra numa didática para as aulas de matemática, sendo de fácil compreensão para os estudantes, prático e eficiente para o ensino de cálculo de como encontrar números primos sequenciados.
Palavras-chave: Números primos; Mersenne; Fermat; Eratóstenes; Ensino fundamental.

Abstract
In the teaching of mathematics, at the level of Elementary Education, several mathematical contents are developed such as: Integers and Divisibility Criteria, are necessary contents for the development of new mathematical concepts. In this perspective, this research proposed to reflect on the development of calculations to find Sequenced Prime Numbers, based on the proposals of mathematicians Pierre de Fermat, Marin Mersenne and Eratosthenes. Thus, the research aims to propose a mathematical criterion to find Prime Sequenced Numbers in a more practical way for teaching elementary school students. Therefore, a bibliographic survey was carried out through the Google Scholar platform, considering the publication period between 2017-2021, totaling twenty articles, eight books and a monograph, selected due to their relevance to the theme. The results showed that the approach to prime numbers is verified in several thematic axes, such as mathematics and prime numbers, in addition to referring to the complexity in mathematical development for the calculations. After the demonstration of the proposed criterion and its

[1] Graduando em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE
[2] Professor e Coorientador pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE
[3] Professor e Orientador pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE

comparison with the models of Fermat, Mersenne and Eratóstenes, it is evident that the proposal fits into a didactic for the mathematics classes, being easy for students to understand, practical and efficient for teaching calculating how to find sequenced prime numbers.
Keywords: Prime numbers; Mersenne; Fermat; Eratosthenes; Elementary school.

Resumen
En la enseñanza de las matemáticas, a nivel de Educación Primaria, se desarrollan diversos contenidos matemáticos como: Enteros y Criterios de Divisibilidad, son contenidos necesarios para el desarrollo de nuevos conceptos matemáticos. En esta perspectiva, esta investigación se propone reflexionar sobre el desarrollo de cálculos para encontrar números primos secuenciados, basados en las propuestas de los matemáticos Pierre de Fermat, Marin Mersenne y Eratosthenes. De esta forma, la investigación tiene como objetivo proponer un criterio matemático para encontrar números primos secuenciados de una manera más práctica para la enseñanza de estudiantes de primaria. Por ello, se realizó un relevamiento bibliográfico a través de la plataforma Google Scholar, considerando el período de publicación entre 2017-2021, totalizando veinte artículos, ocho libros y una monografía, seleccionados por su relevancia para la temática. Los resultados mostraron que la aproximación a los números primos se verifica en varios ejes temáticos, como las matemáticas y los números primos, además de referirse a la complejidad en el desarrollo matemático para los cálculos. Tras la demostración del criterio propuesto y su comparación con los modelos de Fermat, Mersenne y Eratóstenes, se evidencia que la propuesta encaja en una didáctica para las clases de matemáticas, siendo de fácil comprensión para los estudiantes, práctica y eficiente para la enseñanza calculando cómo encontrar números primos secuenciados.
Palabras clave: Números primos; Mersenne; Fermat; Eratóstenes; Enseñanza fundamental.

1. Introdução

A aprendizagem matemática pode ser entendida como um processo circunstanciado por vários fatores socioeconômicos, culturais, recursos e metodologias adotadas pelo professor em sala de aula. Além dos fatores externos a aprendizagem depende do processo cognitivo e da tomada de consciência do aprendiz em relação ao seu conhecimento e construção, por isso, é fundamental o professor estimular seus estudantes a criarem estratégias para adquirir, utilizar e melhorar seu conhecimento (Boni & Laburú, 2018).

O professor de matemática em sua formação acadêmica adquire competências e habilidades necessárias para utilizar em sala de aula observando a caracterização do saber ensinar e como ensinar a matemática (Marciel & Valente, 2018). Quando se aprende matemática e se busca aplicar os conceitos aprendidos entende-se que a melhor forma de estimular a aprendizagem dos estudantes seja a contextualização dos conteúdos, permitindo-lhes condições de justificar suas ideias e procedimentos a partir de um movimento discursivo que possa contribuir com o entendimento (Dos Santos Lima, Da Silva & Noronha, 2018).

Tanto estudantes quanto os professores são sujeitos em atividades e portadores de conhecimentos. O professor realiza atividades de ensino que tem objetivos individuais e coletivos, define ações para atingi-los e, conforme as condições reais, executa diversas ações em operações resultando em respostas construtivas. Por consequência, estudantes realizam atividades de estudo levando em consideração os pressupostos, explícitos em três conceitos importantes, que compõem essa atividade de estudo: tarefa de estudo, ações de estudo e ações de autoavaliação e regulação (Alves & Pereira, 2020).

Uma das maiores dificuldades encontradas no ensino da matemática é a resolução de problemas, o primeiro passo para a resolução de um problema matemático é a sua representação, neste momento inicial, é feito a tradução do problema envolvendo cada frase ou cláusula principal em uma representação mental e a integração do problema, que envolve a combinação de informações em uma estrutura coerente (De Proença et al., 2020).

Com o propósito de buscar respostas concretas interligadas ao ensino da matemática, a avaliação é um recurso inerente a qualquer desenvolvimento de disciplina constante em todos os níveis de ensino (Antunes & Mendes, 2018). Para resolver um problema matemático o estudante deve desenvolver dois subprocessos, o de planejamento e o de monitoramento, depois segue para a execução. Nesse aspecto, após compreender o problema, é fundamental que crie e elabore um plano para que, consequentemente, execute-o obtendo uma solução. Esses dois subprocessos implicam no uso de conhecimento estratégico e conhecimento procedimental (De Proença et al., 2020).

Dentre os diversos ramos da matemática, tem-se a abordagem de números primos no ensino fundamental, por meio de um vasto arcabouço teórico são praticados os ensinos de diversas formas para se encontrar os números primos em dado intervalo, assegurando certa quantidade de métodos e modelos com aplicabilidade diversa (Delgado, 2018).

A familiaridade com números primos tem início no Ensino Fundamental, motivo pelo qual deve-se incentivar o interesse por estes números, pois estes exercem um papel fundamental no mundo moderno, porém, poucos conhecem a importância que estes números exercem, bem como seus principais modelos matemáticos referenciados como Primos de Mersenne (Acevedo-Agudelo, 2020).

Os estudos dos números primos e padrões que os definam é extenso contemplando um contexto histórico de fundamental importância ao conhecimento do estudante iniciante (Dos Reis & Bayer, 2020). Hoje, esses números são usados para criptografia e a descoberta de novos primos grandes sendo importante para a segurança de aplicações modernas em diversas áreas de conhecimento (Aragão & Polido, 2017).

A pesquisa propôs refletir sobre o desenvolvimento de métodos para encontrar números primos tomando como base as propostas de três grandes matemáticos, Pierre de Fermat, Marin Mersenne e Eratóstenes. No ensino de matemática é importante que se apresente meios didáticos para os estudantes do Ensino Fundamental encontrarem números primos sequenciais conhecendo sua relevância e aplicação nos diversos campos do saber.

Desta forma, a pesquisa tem por objetivo propor um critério para encontrar números primos sequenciados de maneira prática, utilizando-se os princípios fundamentais de critérios de divisibilidade e números naturais e inteiros. Sendo, assim realizou-se uma busca de referencial teórico, considerando o período de publicação entre 2017-2021, recuperados da plataforma *Google Acadêmico*.

2. Materiais e Métodos

A pesquisa por natureza trás abordagens de cunho qualitativa e quantitativa (Pereira et al., 2018), com objetivos descritivos e exploratório. Desta forma optou-se por um delineamento com base em fontes de produção científica publicada, caracterizada pelo tipo de revisão bibliográfica por utilizar-se de textos e documentos inerentes ao tema (Carvalho et al., 2019).

Por ser uma pesquisa de revisão bibliográfica a coleta de dados foi realizada por meio da busca de artigos científicos, documentos, teses e dissertações, livros e *e-books*, em periódicos depositados na plataforma *Google Acadêmico,* considerando o período de publicação entre 2017-2021, enfatizando os eixos temáticos teoria dos números, números primos, cálculos para encontrar números primos, matemática (Marconi & Lakatos, 2010).

Optou-se por analisar os dados, seguindo uma argumentação qualitativa com os conteúdos temáticos, organizados e categorizados pela vinculação aos respectivos eixos temáticos (Bardin, 2019). Contudo, a análise se deu pela seleção sistemática de artigos cujos títulos abordam os principais métodos para encontrar número primos, processamento de números primos, teoria dos números, utilizando-se do recurso *on line* pelo site *WordArt.com*, também conhecido como nuvem de palavras.

3. Números Primos na Perspectiva de Fermat, Mersenne e Eratóstenes

3.1 Primos em Pierre de Fermat

Estudos diversos registram que Pierre de Fermat nasceu em 17 de agosto de 1601 em Beaumont-de-Lomagne, França, faleceu em 12 de janeiro de 1665, em Castres também na França. Contudo, há outros registros que apontam uma variação entre os anos de 1590 a 1608 como data de seu nascimento, motivo pelo qual é comumente encontrado o registro de seu nascimento e morte da forma 1601?-1665 (Eves, 2011).

Fermat, apesar de atuar profissionalmente como jurista, se destacou à época do Século XVII, cujo período foi marcado por grandes contribuições a Ciência Matemática, ladeado por nomes importantes neste segmento como Descartes, Pascal e Bernoulli. Dentre as suas contribuições destacam-se a Geometria Analítica e Teoria da Probabilidade, com especial atenção a Teoria dos Números, na qual desenvolveu uma maneira para se encontrar números primos. Por meio do Pequeno Teorema de Fermat temos que,

$$Se\ a, p \in z, com\ p\ primo\ e\ MDC\ (a; p) = 1, então\ a^{p-1} \equiv 1\ (mod\ p).$$

Daí, a Teoria dos Números, também conhecida como Números de Fermat, conjectura-se em afirmar que todos os números primos podem ser obtidos pela equação $2^{2^n} + 1$, com $n \in N$ (Da Silva & Da Silva, 2017).

Logo, Fermat afirmou que os números de $F_n = 2^{2^n} + 1$, eram primos para todos os valores de *n:*

$$F_n = 2^{2^n} + 1 \qquad (1)$$

$$F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3$$

$$F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5$$

$$F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17$$

$$F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257 \text{ e,}$$

$$F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65.537$$

Diante da inexistência de registros com provas por parte de Fermat, não se sabe da existência de outros números primos além dos cinco acima demonstrados para *n* grandes. Contudo, Euler provou que a Teoria dos Números Primos de Fermat estava correta, mas sua conjectura não plenamente, devido ao fato que a prova de 641 resulta em um fator de F_5, que se obtém pela aritmética dos restos e, portanto, não é primo (Martinez et al., 2013; 2015; Da Silva & Da Silva, 2017). Daí,

$$F_5 = 2^{2^5} + 1 = 4.294.967.297$$

não é primo, uma vez que,

$$F_5 = 2^{32} + 1 = 641 \qquad (2)$$

Logo,

$$641 = 2^7 X\, 5 + 1 \qquad (3)$$

$$641 = 2^4 + 5^4 \qquad (4)$$

Neste caso,

$$2^7 X\, 5 \equiv -1\ (mod\ 641) \qquad (5)$$

$$2^{28} X 5^4 \equiv 1\ (mod\ 641) \qquad (6)$$

Conclui-se que a Teoria dos Números de Fermat gera não somente números primos pela equação $F_n = 2^{2^n} + 1$, uma vez que para *n* grandes gera números compostos.

3.2 Primos em Marin Mersenne

Assim como Pierre Fermat, Mersenne tem estreita relação com a Teoria dos Números, sua maior contribuição foi o desenvolvimento de estudos sobre os números primos os quais se fundamentava na equação

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i5.15171

$$2^p - 1 \qquad (7),$$

onde *p* é primo (Martinez et al., 2018; Andrade, 2018).

Mersenne foi teólogo, teórico musical, filósofo e, matemático (1588 – 1648), em meados do século XVII publicou sua primeira lista de números primos afirmando que $2^p - 1$ é primo para todo p = 2; 3; 5; 7; 13; 17; 19; 31; 67; 127; 257 (Da Silva & Da Silva, 2017), considerando como número composto todos os valores de $p \leq 257$ (Dos Santos Mangueira, 2021).

Por definição os números primos em sua conjectura atendem a equação

$$M_p = 2^p - 1 \qquad (8)$$

para que a condição seja verdadeira $2^p - 1$é primo, então *p* é primo (Santos, 2019).

Apesar de sua importante contribuição neste aspecto, equívocos foram cometidos em sua lista, pois alguns expoentes não eram primos e sim compostos, bem como foram omitidos alguns números primos. Anos mais tarde a lista de Mersenne foi revista e revisada por outros matemáticos. E por demonstração tem-se que

Se $p = ab$ com $a,b \geq 2$ então $1<2^a - 1<2^p - 1$ e $2^p - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a)^b - 1 \equiv 1^b - 1 = 0 (mod\ 2^a - 1)\ e\ 2^p - 1$ é composto.

Assim podemos exemplificar algumas demonstrações aplicadas a conjectura de Mersenne:

$$M_1 = 2^1 - 1 = 1$$
$$M_2 = 2^2 - 1 = 3 \rightarrow n = 2 \text{ (primo)}, M_2 = 3 \text{ (primo)}$$
$$M_3 = 2^3 - 1 = 7 \rightarrow n = 3 \text{ (primo)}, M_3 = 7 \text{ (primo)}$$
$$M_4 = 2^4 - 1 = 15$$
$$M_5 = 2^5 - 1 = 31 \rightarrow n = 5 \text{ (primo)}, M_5 = 31 \text{ (primo)}$$
$$M_6 = 2^6 - 1 = 63$$
$$M_7 = 2^7 - 1 = 127 \rightarrow n = 7 \text{ (primo)}, M_7 = 127 \text{ (primo)}$$
$$M_8 = 2^8 - 1 = 255$$
$$M_9 = 2^9 - 1 = 511$$
$$M_{10} = 2^{10} - 1 = 1023$$
$$M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 \rightarrow n = 11 \text{ (primo)}, M_{11} = 2047 \text{ (não é primo)}$$
$$M_{13} = 2^{13} - 1 = 8191 \rightarrow n = 13 \text{ (primo)}, M_{13} = 8191 \text{ (primo)}.$$

Pode-se observar que o número primo 2 não é encontrado, evidenciando a geração de números compostos (M_4; M_9), além disso são produzidos grandes números primos e com recursos computacionais já foi possível chegar, em 2018, pelo projeto Great Internet Mersenne Prime Searc – GIMPS, o maior número primo possuído 24.862.048 dígitos (Andrade, 2018).

3.3 O Crivo de Eratóstenes

O matemático grego Eratóstenes nasceu em 276 a.C., faleceu em 194a.C., portanto, Século III, tornou-se ao longo de sua vida gramático, poeta, géografo bibliotecário e astrônomo. Em seus trabalhos se destacam o cálculo da circunferência da Terra e, sobretudo, a técnica para exibir de forma sistemática todos os números primos menores que um determinado número

(Fossa, 2021). Esta técnica ficou conhecida como o Crivo de Eratóstenes, consiste em um algoritmo, ou mesmo um método, capaz de determinar todos os números primos menores que um certo número N inteiro maior que zero (Farias & Rocha, 2019).

Não obstante, o Crivo de Eratóstenes pode ser compreendido a aposição de um fluxo aritmético, onde o manuseio deste fluxo segue a lógica de todos os múltiplos de um número *n*, representados com semente *n* e por regra soma *n*. Em que temos,

$$n \quad 2n \quad 3n \quad 4n \quad 5n \quad \ldots \qquad (9).$$

Daí, seguindo o critério que todo número primo positivou ou primo natural devem ter apenas dois divisores, ele mesmo e um. Seguindo o processo para determinação dos números primos, o método consiste em encontrar os múltiplos dos números primos, eliminando o 1 (não é primo), eliminando todos os múltiplos de 2 (mantem-se o 2, que é primo), repetindo o procedimento para os números que não foram eliminados a partir do 3, que também é primo, encerrando a eliminação de números quando não houver mais múltiplos. Por fim, obtemos todos os números primos existentes entre 1 e 100 (Figura 1).

Figura 1. Quadro Crivo de Eratóstenes no intervalo de [1, 100].

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Fonte: Autores (2021)

Considerando o intervalo 1-100, após todos os procedimentos realizados, obtemos os números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

A complexidade do método reside no empreendimento de esforços elevados para encontrarmos números primos grandes, dado o volume de procedimentos a desenvolver.

4. Proposta de um Critério Didático para encontrar Números Primos sequenciados para Estudantes do Ensino Fundamental

A proposta deste critério didático para encontrar números primos sequenciais parte do pressuposto que os estudantes já tenham conhecimentos sobre os números naturais e inteiros, e critérios de divisibilidade.

Desta forma tem-se que o conjunto de números naturais que representamos pela legra N, onde N = {0, 1, 2, 3, 4, ...} e o conjunto dos números inteiros é formado por números negativos e positivos representado aqui pela letra Z, sua representação matemática é feita da forma que: Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...} (Batista, Da Motta & Megier, 2019). Observando que a sequência destes números é infinita, independentemente do sentido, ou seja, positivo ou negativo (Bini, 2020). Cabe lembrar que se faz necessário o conhecimento de operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais (Costa, De Moraes & Da Silveira, 2018).

A partir do conjunto de números inteiros obtém-se dois subconjuntos, um constituído por números pares divisíveis por 2, e múltiplo de 2. Outro constituído por números ímpares terminados em 1, 3, 5, 7 e 9, estes não são divisíveis por 2 (Gonçalves & Bittar, 2017).

O critério de divisibilidade permite a compreensão se um determinado número natural é divisível por outro número, de modo que o resultado da divisão será um outro número natural e o resto será zero (Goulart Castro; Pirabas; Silva, 2020). Daí, é importante o conhecimento acerca das divisibilidades por 2, 3, 5 e 7. Considerando que:

- Divisibilidade por 2 - refere-se ao número em que o algarismo da unidade é par divisível por 2, ou seja, números terminados em 0, 2, 4, 6 e 8;
- Divisibilidade por 3 – refere-se ao número cuja a soma de seus algarismos resulta em um número divisível por 3, ou seja, o número 27 é divisível por 3. Pois, a soma de seus algarismos é dada por 2 + 7 = 9, logo o número 9 é divisível por 3;
- Divisibilidade por 5 – refere-se ao número em que o algarismo da unidade for igual a 0 ou 5. Ou seja, no número 25 é divisível por 5, pois termina em 5;
- Divisibilidade por 7 – refere-se ao procedimento de verificação conforme: a) separar o algarismo da unidade do número dado e multiplica-se por 2, b) subtrair o resultado encontrado do restante do número dado e, c) verifique se o resultado é divisível por 7. Exemplificando temos: dado o número 91, temos que: a) 1 x 2 = 2, b) 9 – 2 = 7 e c) 7 é divisível por 7. Portanto, 91 é divisível por 7.

Com estes conhecimentos os (as) estudantes do Ensino Fundamental terão condições suficientes para apreenderem mais uma modalidade matemática para encontrar números primos, considerando um critério sequencial no intervalo de [1, 100]. Considere a expressão a seguir:

$$P = 2n \pm 1 \qquad (10)$$

Em que:

- ***P*:** número primo a ser encontrado, dependendo do valor de ***n*** (número par).
- **$2n$**: onde 2 é uma constante e ***n*** um número par. Para determinação dos números primos gêmeos, ou seja, pares de números primos consecutivos, deve-se usar os sinais (+) e (-), para *n* = 2 temos:
-

$$P_1 = 2.2 + 1 = 5 \text{ e}$$

$$P_2 = 2.2 - 1 = 3$$

- Para determinar números primos não gêmeos, deve-se utilizar apenas um dos sinais, ou seja, aquele que não resulte em um número composto.

A seguir demonstra-se a construção da tabela com números primos sequenciados utilizando o critério didático proposto, dado por $P = 2n \pm 1$ $P = 2n \pm 1$.

Tabela no intervalo [1, 100].

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Fonte: Autores (2021)

Para o intervalo [1, 100], tem-se que:

P = 2.2 + 1 **P = 5**	**P = 2.2 - 1** **P = 3**	**P = 2.4 + 1** **P = 9**	**P = 2.4 - 1** **P = 7**	**P = 2.6 + 1** **P = 13**
P = 2.6 - 1 **P = 11**	**P = 2.8 + 1** **P = 17**	**P = 2.8 - 1** **P = 15**	**P = 2.10 + 1** **P = 21**	**P = 2.10 - 1** **P = 19**
P = 2.12 + 1 **P = 25**	**P =2.12 - 1** **P = 23**	**P = 2.14 + 1** **P = 29**	**P = 2.14 - 1** **P = 27**	**P = 2.16 + 1** **P = 33**
P = 2.16 - 1 **P = 31**	**P = 2.18 + 1** **P = 37**	**P = 2.18 - 1** **P = 35**	**P = 2.20 + 1** **P = 41**	**P = 2.20 - 1** **P = 39**
P = 2.22 + 1 **P = 45**	**P = 2.22 - 1** **P = 43**	**P = 2.24 + 1** **P = 49**	**P = 2.24 - 1** **P = 47**	**P = 2.26 + 1** **P = 53**
P = 2.26 - 1 **P = 51**	**P = 2.28 + 1** **P = 57**	**P = 2.28 - 1** **P = 55**	**P = 2.30 + 1** **P = 61**	**P = 2. 30 - 1** **P = 59**
P = 2.32 + 1 **P = 65**	**P = 2.32 - 1** **P = 63**	**P = 2.34 + 1** **P = 69**	**P = 2.34 - 1** **P = 67**	**P = 2.36 + 1** **P = 73**
P = 2.36 - 1 **P = 71**	**P = 2.38 + 1** **P = 77**	**P = 2.38 - 1** **P = 75**	**P = 2.40 + 1** **P = 81**	**P = 2. 40 - 1** **P = 79**
P = 2. 42 + 1 **P = 85**	**P = 2. 42 - 1** **P = 83**	**P = 2. 44 + 1** **P = 89**	**P = 2. 44 - 1** **P = 87**	**P = 2. 46 + 1** **P = 93**
P = 2. 46 - 1 **P = 91**	**P = 2. 48 + 1** **P = 97**	**P = 2. 48 - 1** **P = 95**	**P = 2. 50 + 1** **P = 101**	**P = 2. 50 - 1** **P = 99**

Fonte: Autores (2021)

Pelo critério de divisibilidade elimina-se os seguintes resultados:

P = 2.2 + 1 **P = 5**	**P = 2.2 - 1** **P = 3**	**P = 2.4 + 1** ~~**P = 9**~~	**P = 2.4 - 1** **P = 7**	**P = 2.6 + 1** **P = 13**
P = 2.6 - 1 **P = 11**	**P = 2.8 + 1** **P = 17**	**P = 2.8 - 1** ~~**P = 15**~~	**P = 2.10 + 1** ~~**P = 21**~~	**P = 2.10 - 1** **P = 19**
P = 2.12 + 1 ~~**P = 25**~~	**P =2.12 - 1** **P = 23**	**P = 2.14 + 1** **P = 29**	**P = 2.14 - 1** ~~**P = 27**~~	**P = 2.16 + 1** ~~**P = 33**~~
P = 2.16 - 1 **P = 31**	**P = 2.18 + 1** **P = 37**	**P = 2.18 - 1** ~~**P = 35**~~	**P = 2.20 + 1** **P = 41**	**P = 2.20 - 1** ~~**P = 39**~~
P = 2.22 + 1 ~~**P = 45**~~	**P = 2.22 - 1** **P = 43**	**P = 2.24 + 1** ~~**P = 49**~~	**P = 2.24 - 1** **P = 47**	**P = 2.26 + 1** **P = 53**
P = 2.26 - 1 ~~**P = 51**~~	**P = 2.28 + 1** ~~**P = 57**~~	**P = 2.28 - 1** ~~**P = 55**~~	**P = 2.30 + 1** **P = 61**	**P = 2. 30 - 1** **P = 59**
P = 2.32 + 1 ~~**P = 65**~~	**P = 2.32 - 1** ~~**P = 63**~~	**P = 2.34 + 1** ~~**P = 69**~~	**P = 2.34 - 1** **P = 67**	**P = 2.36 + 1** **P = 73**
P = 2.36 - 1 **P = 71**	**P = 2.38 + 1** ~~**P = 77**~~	**P = 2.38 - 1** ~~**P = 75**~~	**P = 2.40 + 1** ~~**P = 81**~~	**P = 2. 40 - 1** **P = 79**
P = 2. 42 + 1 ~~**P = 85**~~	**P = 2. 42 - 1** **P = 83**	**P = 2. 44 + 1** **P = 89**	**P = 2. 44 - 1** ~~**P = 87**~~	**P = 2. 46 + 1** ~~**P = 93**~~
P = 2. 46 - 1 ~~**P = 91**~~	**P = 2. 48 + 1** **P = 97**	**P = 2. 48 - 1** ~~**P = 95**~~	**P = 2. 50 + 1** ~~**P = 101**~~	**P = 2. 50 - 1** ~~**P = 99**~~

Fonte: Autores (2021)

Onde,

- Os números: 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, 69, 75, 81, 87, 93 e 99 elimina-se pelo critério de divisibilidade por 3.
- Os números: 25, 35, 55, 65, 75, 85 e 95 elimina-se pelo critério de divisibilidade por 5.
- Os números: 49, 77 e 91 elimina-se pelo critério de divisibilidade por 7.
- O número 101 é eliminado por estar fora do intervalo determinado.

Daí, teremos os números primos sequenciados.

2	**3**	**5**	**7**	**11**
13	**17**	**19**	**23**	**29**
31	**37**	**41**	**43**	**47**
53	**59**	**61**	**67**	**71**
73	**79**	**83**	**89**	**97**

Fonte: Autores (2021)

Nota:

Por definição, o número 2 é inserido na tabela por ser o primeiro número primo par no intervalo [1, 100] e não gerado pelo critério. Quanto ao o número 1 deve ser eliminado por não ser primo e, tampouco composto e não ser gerado pela fórmula.

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i5.15171

5. Comparando os Modelos

Considerando o intervalo entre 60-80, temos que:

Modelos Matemáticos			
Fermat	**Mersenne**	**Eratóstenes**	**Autores**
$F_n = 2^{2^n} + 1$ $F_0 = 2^{2.0} + 1 = 3$ $F_1 = 2^{2.1} + 1 = 5$ $F_2 = 2^{2.2} + 1 = 17$ $F_3 = 2^{2.3} + 1 = 257$ Resultado: não encontramos os números primos para o intervalo proposto.	$M_p = 2^p - 1$ $M_1 = 2^1 - 1 = 1$ $M_2 = 2^2 - 1 = 3$ $M_3 = 2^3 - 1 = 7$ $M_4 = 2^4 - 1 = 15$ $M_5 = 2^5 - 1 = 31$ $M_6 = 2^6 - 1 = 63$ $M_7 = 2^7 - 1 = 127$ Resultado: não encontramos os números primos para o intervalo proposto.	1 – Eliminação dos múltiplos de 2; (61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77 e 79). 2 - Eliminação dos múltiplos de 3; (61, 65, 67, 71, 73, 77 e 79). 3 - Eliminação dos múltiplos de 5; (61, 67, 71, 73, 77, 79). 4 - Eliminação dos múltiplos de 7; Resultado: 61, 67, 71, 73 e 79	$P = 2n \pm 1$ $P = 2.30 + 1 = 61$ $P = 2.30 - 1 = 59$ $P = 2.32 + 1 = 65$ $P = 2.32 - 1 = 63$ $P = 2.34 + 1 = 69$ $P = 2.34 - 1 = 67$ $P = 2.36 + 1 = 73$ $P = 2.36 - 1 = 71$ $P = 2.38 + 1 = 77$ $P = 2.38 - 1 = 75$ $P = 2.40 + 1 = 81$ $P = 2.40 - 1 = 79$ Elimina-se os números 63, 65, 75 e 77 pelo critério de divisibilidade respectivamente por 3, 5 e 7. Os números 59 e 81 são eliminados por estarem fora do intervalo determinado. Resultado: 61, 67, 71, 73 e 79

Fonte: Autores (2021)

Comparando os modelos com o critério didático proposto é possível perceber que este critério para encontrar números primos sequenciados, apresenta similaridade com o método Crivo de Eratóstenes. Contudo, o critério encontra os números primos de forma prática e rápida devido a sua simplicidade de cálculos, tornado o tempo para resposta reduzido e aliado ao estudando na solução de problemas.

6. Resultados e Discussões

Com os eixos temáticos "Teoria os Números", "Números Primos", "Processamento de Números Primos", "Matemática", "Ensino de Matemática" e Formação de Professor" foram recuperados 19 artigos selecionados durante o período de 2017 a 2021. Sendo os periódicos em destaque relacionados na Tabela 1.

Tabela 1. Artigos em destaque recuperados na plataforma *Google Acadêmico*, publicados no período 2017-2021.

Eixo Temático	Periódico	Doi / ISSN	QUALIS/ CAPES	QUANT.
Processamento de números primos	Revista Interdisciplinar de Tecnologias e Educação	ISSN: 2447-5955	B3	1
Números primos	Revista Bases de la Ciencia	https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v3i2.1191	-	1
Matemática	Research, Society and Development	http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i3.2429	A3	1
Matemática	Amazônia - Revista de e Educação em Ciências e Matemáticas	http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i36.8639	A2	3
Ensino de Matemática	Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas	http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i36.8639	A2	2
Formação de Professor	Amazônia - Revista de e Educação em Ciências e Matemáticas	http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i36.8639	A2	1

Fonte: Autores (2021)

Considerando os eixos temáticos foi possível observar abordagens de cunho metodológico no que se refere a aplicação de provas e suas métricas na correção, mediação no contexto de resolução de problemas matemáticos dentro e fora da sala de aula, a importância de uma formação continuada para professores de matemática no exercício da profissão docente e, necessidade de criação de instrumentos analíticos em aprendizagem matemática com ênfase nas dificuldades de discentes numa perspectiva de reflexão crítica.

Nota-se que estas abordagens não demonstram práticas pedagógicas que na realização de cálculos matemáticos com demonstrações para o desenvolvimento metodológico, bem como aprendizagem dos discentes considerando suas limitações e evoluções no campo da metacognição e cognição.

São abordagens que solidificam o saber docente e os diversos norteamentos pedagógicos fundamentados nas teorias existentes. Não, portanto, que tais produções sejam refutadas, mas somadas ao desenvolvimento de conhecimentos construtivos e evolutivos pautados na realidade vivida pelos discentes, docentes e demais atores envolvidos no processo de educação, que pode resultar na superação de dificuldades e preparação eficiente na vida de futuros profissionais que conjecturem o saber da ciência e da matemática. Na Figura 2 constas as palavras-chave presentes nos títulos dos artigos selecionados em destaques.

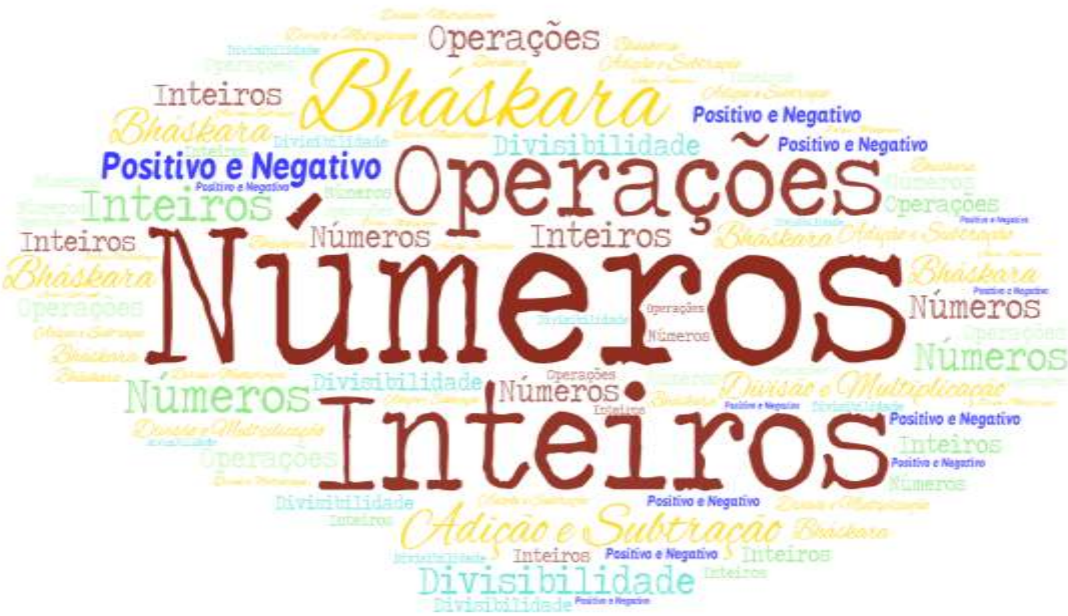
Figura 2. Nuvem de palavras originadas a partir dos títulos dos artigos pesquisados, depositados na plataforma Google Acadêmico.

Fonte: site *WordArt.com.*

Com a Figura 2 constam as palavras-chave em destaque por sua recorrência nos respectivos títulos dos artigos pesquisados. Estes artigos, subsidiaram o desenvolvimento de cunho fundamentação teórica constantes nos subitens: “Introdução” e “Números Primos na Perspectiva de Fermat, Mersenne e Eratóstenes”.

Para subsidiar a proposta do critério didático para encontrar números primos de forma sequenciada, a pesquisa se fundamentou no aporte teórico em artigos capturados na plataforma *Google Acadêmico* no período de 2017-2021 utilizando palavras-chave conformo Figura 2.

Figura 3. Nuvem de palavras originadas a partir dos títulos dos artigos pesquisados, depositados na plataforma *Google Acadêmico* no período de 2017-2021.



Fonte: site WordArt.com.

Na Figura 3 apresentam-se as palavras-chave em destaque por sua recorrência nos respectivos títulos dos artigos pesquisados, que subsidiaram o desenvolvimento fundamentado no subitem "Proposta de um Critério Didático para encontrar Números Primos Sequenciados para Estudantes do Ensino Fundamental".

Com o aporte teórico foram construídos os argumentos necessários aos pressupostos mínimos de conhecimento matemático de estudantes do Ensino Fundamental, justificando a condição didática pedagógica no ensino da manipulação algébrica diante da origem e demonstração da equação matemática proposta com o Critério Didático para encontrar números primos sequenciais apresentada.

7. Considerações Finais

Os modelos matemáticos existentes assumem importância significativa no ensino de matemática. Contudo, exigem conhecimento e práticas quando se trata de calcular números primos em dado intervalo, pois a complexidade e esforços matemáticos no desenvolvimento de cada modelo podem caracterizar dificuldades para os estudantes do Ensino Fundamental.

Como a proposta de um Critério Didático para encontrar Números Primos Sequenciados, aponta-se uma possibilidade que associa o desenvolvimento matemático dos estudantes, de forma objetiva e prática no cálculo destes números. Sendo assim é mais uma possibilidade de ensino ao professor (a) de matemática do ensino fundamental quando de sua didática e abordagem ao tema.

Cabe ressaltar que a utilização deste critério não anula ou substitui os modelos propostos pelos matemáticos abordados, nem tampouco os que não mencionamos neste estudo. Sendo assim, sugere-se novos estudos que venham a contribuir no ensino-aprendizagem de estudantes que ampliem os rumos do conhecimento matemático aplicado nas mais diversas áreas do conhecimento.

Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – IFPE; ao Programa Universidade Aberta do Brasil – UAB; à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

Referências

Acevedo-Agudelo, Y. A. (2020). Una clasificación completa de los números primos de Mersenne y sus implicaciones para la computación. *REVISTA POLITÉCNICA*, *16*(32), 111-119.

Alves, V. B., & Pereira, A. C. C. (2020). Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *16*(35), 74-88.

Andrade, D. (2018). Números primos e números de Mersenne. *Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática*, *2*(1), 81-89.

Antunes, T. P., & Mendes, M. T. (2018). Desenvolvimento profissional de um professor ao (re) elaborar uma prova escrita de matemática. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(31), 22-38.

Aragão, D. A., & Polido, M. F. (2017). Utilização de uma arquitetura paralela para o processamento de números primos. *Revista Interdisciplinar de Tecnologias e Educação*, *3*(1), 1-5.

Bardin, L. (2019). Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2011. In *VI Congresso de Pesquisa e Extensão da FSG & IV Salão de Extensão*.

Batista, S. P., da Motta, L. P., & Megier, T. M. B. (2019). Jogo dos Números Inteiros Positivos e Negativos. *Feira Regional de Matemática*, *3*(3), 1-4.

Bini, M. B. (2020). Baralho de Números Inteiros. *Revista Ensin@ UFMS*, *1*(5), 139-148.

Boni, K. T., & Laburú, C. E. (2018). Conceitualização e metacognição em Ciências e Matemática: pressupostos teóricos de um instrumento analítico. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(29), 177-192.

Carvalho, L. O. R.; Duarte, F. R.; Menezes, A. H. N.; Souza, T. E. S. et al.. (2019). Metodologia Científica: teoria e aplicação na educação a distância. 83 p.: 20 cm. Livro digital.

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i5.15171

Costa, D. E., de Moraes, M. S. F., & da Silveira, M. R. A. (2018). Menos com menos dá menos, menos vezes menos dá mais: problemas de tradução? *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(30), 209-222.

Da Silva, L. M., & da Silva, E. J. A. (2017). A essência da infinitude do conjunto dos números primos. *Revista Eletrônica de Educação Matemática, 12*(1), 51-62.

De Proença, M. C., Maia-Afonso, É. J., Travassos, W. B., & Castilho, G. R. (2020). Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9. º ano do ensino fundamental. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *16*(36), 224-243.

Delgado, Y. M. I. (2018). Números primos; método gráfico de la conjetura de GOLDBACH. *Revista Bases de la Ciencia. 3*(2), 77-95.

Dos Reis, C. C., & Bayer, V. (2020). Números Primos: Relação Histórica E Algumas Curiosidades. *Revista Ifes Ciência*, *6*(4), 242-256.

Dos Santos Lima, P. J., da Silva, M. G. L., & Noronha, C. A. (2018). Estratégias metacognitivas na resolução de problemas verbais de matemática no ensino fundamental. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(29), 125-142.

Dos Santos Mangueira, M. C. et al. (2021). As generalizações das formas matriciais e dos quatérnios da sequência de Mersenne. *Revista de Matemática*, *1*(1), 1-17.

Eves, H. (2011). Introdução à história da matemática. Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. (5a ed.), Editora da Unicamp.

Farias, E. S., & Rocha, E. S. (2019). A caça aos números primos. *In: Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. pp.xxx. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM*, 1-5.

Fossa, J. A. (2021). Pitágoras, Euler, Hutton e Amigos: ensaios sobre a história da matemática. Editora UFRN.

Gonçalves, K. R., & Bittar, M. (2017). A distância entre o saber acadêmico e o saber ensinado revelado em um livro didático de matemática do 7º ano: o caso da adição e subtração com números inteiros. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *13*(27), 107-123.

Goulart Castro, S. B.; Pirabas, S. J., & Silva, A. K. M. (2020). Critérios de divisibilidade à luz do ensino por atividades. *Rematec, [S. l.]*, *15*(35), 209-227.

Maciel, V. B., & Valente, W. R. (2018). Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: o Compêndio de Pedagogia de Antônio Marciano da Silva Pontes. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(31), 165-180.

Marconi, M. A., & Lakatos, E. M., (2010). Técnicas de pesquisa. (7a ed.), Editora Atlas.

Martinez, F. E. B. et al. (2013). Teoria dos Números: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro. (3a ed.), Projeto Euclides, Editora IMPA.

Martinez, F. E. B., et al. (2018). Teoria dos Números: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro, (5a ed.), Editora IMPA.

Pereira, A. S. et al. Metodologia da pesquisa científica. UFSM. https://repositorio. ufsm. br/bitstream/handle/1/15824/Lic_Computacao_Metodologia-Pesquisa-Cientifica. pdf, 2018.

Santos, C. (2019). Os números primos de Ishango. *Revista Brasileira Multidisciplinar*, *22*(2), 120-130.