Research, Society and Development, v. 10, n. 6, e6210615548, 2021
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i6.15548

A classe de resíduos do anel Z_7 e as sete notas musicais com seus acordes: Um processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica

The residual class of the Z_7 ring and the seven musical notes with its agreements: A mathematical teaching and learning process in basic education

La clase residual del anillo Z_7 y las siete notas musicales con sus acordes: Un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica

Recebido: 27/04/2021 | Revisado: 05/05/2021 | Aceito: 06/05/2021 | Publicado: 21/05/2021

Edel Alexandre Silva Pontes
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9782-8458
Instituto Federal de Alagoas, Brasil
E-mail: edel.pontes@ifal.edu.br
Elis Lima Coelho
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2103-6582
Instituto Federal de Alagoas, Brasil
E-mail: elislimacoelho@gmail.com
Bruno Henrique Macêdo dos Santos Silva
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2277-7908
Instituto Federal de Alagoas, Brasil
E-mail: bhmss1@aluno.ifal.edu.br
Helloyne Roberta Eloi Moura
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8457-9408
Instituto Federal de Alagoas, Brasil
E-mail: hrema1@aluno.ifal.edu.br
Igor Santana Batista
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3613-1518
Instituto Federal de Alagoas, Brasil
E-mail: isb5@aluno.ifal.edu.br

Resumo

A Teoria dos Números é uma das áreas da matemática que possui apreciáveis aplicações na educação básica, principalmente nos anos finais do ensino fundamental, e para compreendermos com vigor essas inumeráveis práticas, faz-se necessário o entendimento dos conceitos básicos da Aritmética Modular. Este trabalho objetivou apresentar os conceitos básicos de Aritmética Modular e relacionar de forma lúdica o conceito de inteiros módulos 7 por intermédio das sete notas musicais. A pesquisa recomenda expor uma sugestão metodológica, por meio do anel (Z_7, +, x), no processo de ensino e aprendizagem de matemática para alunos dos anos finais do ensino fundamental. É evidente lembrar que desenvolver procedimentos metodológicos que possam auxiliar fortemente o ensino e aprendizagem de matemática são critérios fundamentais para aprimorar o processo de popularização desta ciência, muitas vezes renegada, porém de extrema importância para a evolução cientifica e tecnológica. Espera-se que nossas projeções para compreensão de modelos matemáticos sejam debatidas, no desígnio de fortalecer inteiramente o ensino de matemática.

Palavras–chave: Ensino e aprendizagem de matemática; Aritmética Modular; As notas musicais.

Abstract

Number Theory is one of the areas of mathematics that has considerable applications in basic education, especially in the final years of elementary school, and in order to vigorously understand these innumerable practices, it is necessary to understand the basic concepts of Modular Arithmetic. This work aimed to present the basic concepts of Modular Arithmetic and to relate in a playful way the concept of entire modules 7 through the seven musical notes. The research recommends exposing a methodological suggestion, through the ring (Z_7, +, x), in the process of teaching and learning mathematics for students in the final years of elementary school. It is evident to remember that developing methodological procedures that can strongly assist the teaching and learning of mathematics are fundamental criteria for improving the popularization process of this science, often reneged, but of extreme importance for scientific and technological evolution. It is expected that our projections for understanding mathematical models will be debated, with the aim of fully strengthening the teaching of mathematics.

Keywords: Teaching and learning of mathematics, Modular Arithmetic, Musical notes.

Resumen

La Teoría de Números es una de las áreas de la matemática que tiene aplicaciones apreciables en la educación básica, especialmente en los últimos años de la escuela primaria, y para comprender con vigor estas innumerables prácticas, es necesario comprender los conceptos básicos de la Aritmética Modular. Este trabajo tuvo como objetivo presentar los conceptos básicos de la Aritmética Modular y relacionar de manera lúdica el concepto de módulos completos 7 a través de las siete notas musicales. La investigación recomienda exponer una sugerencia metodológica, a través del anillo ($Z_{7,}$ +, x), en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para los estudiantes de los últimos años de la escuela primaria. Es evidente recordar que desarrollar procedimientos metodológicos que puedan ayudar fuertemente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son criterios fundamentales para mejorar el proceso de divulgación de esta ciencia, muchas veces renegada, pero de extrema importancia para la evolución científica y tecnológica. Se espera que se debatan nuestras proyecciones para la comprensión de modelos matemáticos, con el objetivo de fortalecer plenamente la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Aritmética modular, Notas musicales.

1. Introdução

Este artigo foi desenvolvido a partir de um projeto de pesquisa apoiado pela pró-reitora de pesquisa, pós-graduação e inovação (PRPPI) do Instituto Federal de Alagoas (Ifal) com financiamento pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Cientifico e Tecnológico - CNPq e efetivado por membros do GALC (Geometria, Álgebra, Lógica e Combinatória), Grupo de Pesquisa certificado pelo CNPq, vinculado ao Ifal, que tem como proposta pesquisar e expor novas metodologias e práticas inovadoras para o ensino e aprendizagem de matemática.

Com toda evolução cientifica e tecnológica presente no mundo contemporâneo, a escola de educação básica deve se adequar ao inerente enriquecimento de propostas pedagógicas que visam aproximar o aluno de sua verdadeira realidade, em particular, o ensino de matemática nos traz inúmeras possibilidades de concretizar com eficiência essas práticas.

Pontes e da Silva (2020) afirmam que a escola vem sofrendo distintas modificações estruturais, contextuais e metodológicas para acompanhar o desenvolvimento da sociedade. Uma das ciências que mais suportou com essa mutação educacional foi a matemática. No mundo contemporâneo se faz indispensável instituir estruturas modernas para que a prática pedagógica empregada no ensino de matemática possa adaptar-se às novas tecnologias da comunicação e informação, influenciando positivamente no desenvolvimento cognitivo do educando. A escola é o componente facilitador e o professor o mediador no processo de ensino e aprendizagem de matemática. "A matemática nas escolas ainda é vista como algo fragmentado, com ensinos mecanizados, descontextualizados, com base em memorização, levantando uma barreira quanto ao real objetivo do ensino [...]". (Rocha et al., 2019, p.41)

Umas das preocupações e inquietações de pesquisadores e educadores matemáticos encontram-se em obter estratégias dirigidas ao ensino e aprendizagem de matemática, de modo que o educando torne-se um agente ativo desse processo, minimizando suas angustias e fortalecendo suas habilidades para a compreensão plena dos modelos propostos. Ao se ponderar no ensino da matemática, Souza (2018, p.377) afirma que "um dos grandes desafios é estimular os alunos para que desenvolvam autonomia e segurança na realização das atividades escolares e cotidianas, para que desenvolvam o raciocínio lógico, bem como a capacidade de abstrair e generalizar" É importante lembrar que os primeiros passos, nas bancas escolares, o educando se depara com a principal simbologia para o entendimento da matemática: os números.

> Essa grande invenção chamada NÚMEROS, que poderíamos claramente considerar como uma aptidão inata do ser humano causou um impacto na história do homem. Matemática e Números se confundem, uma não vive sem a outra, e principalmente, causam certa rejeição, pela dificuldade de manuseio, determinada muitas vezes pela resistência da sociedade em não querer aceitá-las como uma linguagem própria e fundamental para a evolução da humanidade. (Pontes, 2017, p.168)

A Teoria dos Números é uma área da matemática que possui consideráveis aplicações na educação básica, e para compreendermos com eficácia essas incontáveis práticas, faz-se necessário o entendimento dos conceitos básicos da Aritmética Modular. Este trabalho objetivou:

(i) Apresentar os conceitos básicos de Aritmética Modular sugerida por Gauss em um trabalho publicado em 1801, chamado Disquisitiones Arithmeticae.
(ii) Relacionar de forma lúdica o conceito de inteiros módulos 7 por intermédio das sete notas musicais.

Essa aplicação visa mostrar uma forma de trabalhar a Aritmética Modular, em sala de aula, com alunos dos anos finais do ensino fundamental, proporcionando-lhes melhores habilidades para o entendimento de conceitos matemáticos.

2. Fundamentação Teórica

Nesta seção, basicamente apresentaremos os conceitos fundamentais para o desenvolvimento do artigo. “Devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da matemática”. (Hein & Biembengut, 2003, p.9). Pontes et al. (2020) afirmam que a escola deve não só apenas se preocupar com a aprendizagem de conteúdos, mas, igualmente, com a aprendizagem de novas estratégias para o aperfeiçoamento do ato de ensinar e aprender matemática.

Definição (Divisibilidade): Sejam a, b inteiros. Dizemos que a divide b se existir um inteiro c tal que b = a·c. Notação: a| b

Definição (Congruência): Se a, b e m são inteiros (m > 0), dizemos que a é congruente a b módulo m se m | (b $-$ a). Afirmar que a é congruente a b módulo m significa dizer que a e b deixam o mesmo resto quando divididos por m. Notação: $a \equiv b \; mod \; m$.

Uma definição bastante usual em álgebra abstrata é a de uma estrutura algébrica que consiste num conjunto associado a uma ou mais operações sobre o conjunto que satisfazem certos axiomas. Definição (Anel): Seja A um conjunto não vazio, no qual definimos duas operações: $+: A$ x $A \ \rightarrow A$ e $\cdot : A$ x $A \ \rightarrow A$, denominadas soma e produto em A. Então, a estrutura algébrica $(A, +, \cdot)$ é um anel comutativo, se as seguintes propriedades são verificadas para todo $a, b, c \in A$:

(S1) $a + (b + c) = (a + b) + c$
(S2) $\exists 0 \in A, a + 0 = 0 + a = a$
(S3) $\forall a \in A, \exists$ um único $-a \in A,$ tal que $a + (-a) = 0$
(S4) $a + b = b + a$
(P1) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
(P2) $a \cdot b = b \cdot a$
(P3) $\exists 1 \in A, 1 \neq 0, a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
(SP) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c; (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Seja $Z_m = \{0, 1, 2, 3, \ldots, m - 1\}$ o conjunto dos inteiros módulo m, também denotado classe de resíduos inteiros modulo m. Z_m representa o conjunto de todos os restos da divisão de qualquer número natural b por m. Este trabalho fundamenta-se, apenas, no estudo do conjunto dos inteiros módulo 7: Z_7.

$$Z_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Definamos duas operações (soma e produto) em Z_7:

a. $+: Z_7 x Z_7 \rightarrow Z_7$ [$a + b \; mod \; m$ é o resto da divisão de $a + b$ por m] [Tabela 1]

b. $\cdot : Z_7 x Z_7 \rightarrow Z_7$. [$a \cdot b \; mod \; m$ é o resto da divisão de $a \cdot b$ por m] [Tabela 2]

Tabela 1: Soma em Z_7.

+	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4

Fonte: Autores.

Tabela 2: Multiplicação em Z_7.

·	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

Fonte: Autores.

Observe que a estrutura algébrica $(Z_7, +, \cdot)$ é um anel comutativo, já que, satisfaz a associatividade da soma (S1) e produto (P1), a existência do elemento neutro da soma (S2), o elemento simétrico da soma (S3), a comutatividade da soma (S4) e do produto (P2), a distributividade do produto em relação a soma (SP) e o elemento da unidade da multiplicação (P3). Além disso, todos os elementos de Z_7, exceto o elemento neutro da soma, são invertíveis, ou seja, para todo $c = a \cdot b \; mod \; m \; \in \; Z_7$, existe um $c^{-1} \in \; Z_7$, tal que $c \; \cdot \; c^{-1} = 1$: pela Tabela 2, nota-se que o inverso de 1 e de 6 são eles mesmos, o inverso de 2 é 4, e, vice-versa, de 3 é 5, e, vice-versa. Z_7 é um corpo! Um resultado bastante interessante, diz-se que: Z_m é um corpo se, e somente se, m é primo.

À face do apresentado, a pesquisa propõe exibir uma sugestão metodológica, por meio do anel $(Z_7, +, \cdot)$, no processo de ensino e aprendizagem de matemática para alunos dos anos finais do ensino fundamental. A intenção não é testar a eficiência do modelo sugerido, mas dar possibilidades de melhorar a prática em relação ao ato de ensinar e aprender matemática no estudo de divisibilidade. "O ensino da Matemática desde seu primeiro contato deve estabelecer um processo de construção do conhecimento de modo dinâmico e integrado, onde o professor tem como papel importante de promover a cognição matemática do aluno". (Araújo; Menezes & Bezerra, 2019, p.3)

Pontes (2018) assegura que as percepções estratégias de ensinar e de aprender matemática, executadas pelo mediador do conhecimento (professor) e o explorador do conhecimento (aluno), respectivamente, são imprescindíveis para o funcionamento pleno do modelo proposto, sempre em busca dos melhores caminhos para o desenvolvimento do saber matemático. "O professor desempenha uma função insubstituível no processo educativo e para isso precisa está estimulado e totalmente preparado para desempenhar esse papel de mediador do conhecimento". (Pontes & Pontes, 2021, p.8)

3. Metodologia

A metodologia empregada para a realização do estudo proposto, que incidiu em pontuar algumas observações acerca da definição de divisibilidade, congruência e anel, utilizando esses conceitos na construção da estrutura algébrica $(Z_7, +, \cdot)$ aplicado as sete notas musicais e seus acordes. "Fazer pesquisa é uma atividade intelectual bastante dinâmica e que visa responder uma série de incertezas produzidas por outros pesquisadores, da área em discussão, na intenção de compreender a realidade que nos cerca". (Pontes, 2019a, p.4)

Não obstante, o presente trabalho buscou despontar a importância da Teoria dos Números na compreensão dos conceitos de divisibilidade fazendo com que os alunos do ensino fundamental anos finais pudessem relacionar com o seu cotidiano. Essa prática é bastante acentuada porque pode fazer com que os educandos se preocupem cada vez mais com a matemática e suas aplicações.

4. Resultados e Discussão

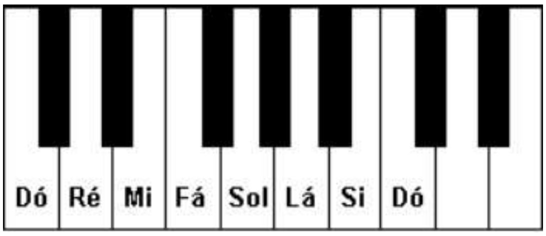
Em presença de toda transformação cientifica do mundo contemporâneo, a admissão do lúdico no ensino e aprendizagem de matemática, decompõe os conceitos abstratos, dos modelos matemáticos, em estruturas concretas e reais para os educandos, no ensino fundamental dos anos finais. Essa prática pedagógica de ensinar e aprender matemática conecta a atenção do aluno, e, consequentemente, faz com que possa buscar as soluções ideais para as atividades propostas. "A educação matemática como área de conhecimento tem se preocupado, dentre outros aspectos, em remover o cunho propedêutico e associar as especialidades matemáticas e os demais ramos do conhecimento, tratando os conteúdos transversalmente". (Alves et al., 2021, p.2)

Diante do exposto, esse trabalho proporciona uma sugestão do emprego do Anel $(Z_7, +, \cdot)$ por meio das sete notas musicais e seus acordes. A ideia é brincar com soma e produto de números naturais dentro de uma estrutura algébrica, de modo que o aluno possa desenvolver toda sua habilidade para compreender os conceitos de divisibilidade. "O ensino de matemática torna-se prazeroso quando o aprendiz percebe o quanto está ciência explica os fenômenos do mundo em que ele vive". (Pontes, 2019b, p.29)

O alfabeto musical comporta acrescentar as frequências dos sons, e, é representado por sete notas monossilábicas (Figura 1): Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si.

Research, Society and Development, v. 10, n. 6, e6210615548, 2021
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i6.15548

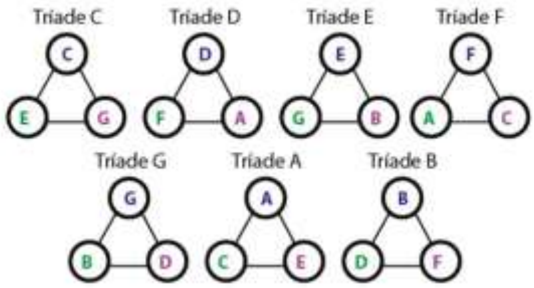
Figura 1: As sete notas musicais.



Fonte: www.google.com.

O acorde é uma combinação aleatória de notas musicais tocadas concomitantemente, soando em harmonia. A estrutura básica de um acorde é a tríade, formadas por três notas (Figura 2). Nota-se o que distingue um **acorde** são as três notas de sua tríade. Por exemplo, um acorde de C (Tríade): "C" a tônica, "E" a terça e "G" a quinta.

Figura 2: Estrutura de um acorde: Tríade.



Fonte: https://planetamusica.net/wp-content/uploads/2019/04/Image04.jpg

Assim sendo, seguindo as Tríades, definiremos o conjunto dos inteiros módulos m, como sendo o conjunto das sete notas musicais (Tabela 3):

$$Z_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{A, B, C, D, E, F, G\} = \{Lá, Si, Dó, Ré, Mi, Fá, Sol\}$$

Tabela 3: Estrutura algébrica das notas musicais.

0	1	2	3	4	5	6
A	B	C	D	E	F	G
Lá	Si	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol

Fonte: Autores.

A partir de novas práticas no processo de ensino e aprendizagem de matemática, que observamos a necessidade de trabalharmos com metodologias diferenciadas, de modo a diminuir as defasagens entre a forma abstrata e a maneira concreta de compreender o modelo matemático.

As estratégias de ensinar e aprender matemática deve conviver em conexão com ambientes de desenvolvimento cognitivo que propiciem a intuição e a criatividade do educando. Assim, para Enriquez (2015, p.2 e 3):

As estratégias de ensino consistem em um conjunto de decisões que os professores tomam para abordar um determinado tema, partindo de um objetivo prévio, ou seja, são as orientações geradas pelo professor no momento de realizar uma determinada tarefa. As estratégias de ensino dão ao professor uma variedade de alternativas para planejar aulas de diferentes formas, com a finalidade de fortalecer e fornecer aos estudantes possibilidades para que alcance o objetivo previsto em qualquer tarefa proposta pelo professor.

Uma atividade que pode ser desenvolvida em sala de aula, que pode gerar motivação necessária para compreensão de modelos matemáticos é o emprego das tríades musicais associadas às definições de divisibilidade e congruência. O objetivo é fazer todas as operações de soma e produto em Z_7 por intermédio das tríades musicais (Tabela 4), resultando:

Dó: acorde de C (Dó) que são as três notas de sua Tríade C: C (Dó) é a Tônica, E (Mi) a terça e G (Sol) a Quinta. Segue, Dó + Mi + Sol = $(2+4+6) mod\ 7 = 5$ = Fá e Dó · Mi · Sol = $(2 \cdot 4 \cdot 6) mod\ 7 = 6$ = Sol

Ré: o acorde de D (Ré) que são as três notas de sua Tríade D: D (Ré) é a Tônica, F (Fá) a Terça e A (Lá) a Quinta. Daí, Ré + Fá + Lá = $(3+5+0) mod\ 7 = 1$ = Sí e Ré · Fá · Lá = $(3 \cdot 5 \cdot 0) mod\ 7 = 1$ = Lá

Mi: o acorde de E (Mi) que são as três notas de sua Tríade E: E (Mi) é a Tônica, G (Sol) a Terça e B (Si) a Quinta. Temos, Mi + Sol + Si = $(4+6+1) mod\ 7 = 4$ = Mí e Ré · Fá · Lá = $(4 \cdot 6 \cdot 1) mod\ 7 = 3$ = Ré.

Fá: o acorde de F (Fá) que são as três notas de sua Tríade F: F (Fá) é a Tônica, A (Lá) a Terça e C (Dó) a Quinta. Temos, Fá + Lá + Dó = $(5+0+2) mod\ 7 = 0$ = Lá e Fá · Lá · Dó = $(5 \cdot 0 \cdot 2) mod\ 7 = 0$ = Lá.

Sol: o acorde de G (Sol) que são as três notas de sua Tríade G: G (Sol) é a Tônica, B (Si) a Terça e D (Ré) a Quinta. Temos, Sol + Si + Ré = $(6+1+3) mod\ 7 = 3$ = Ré e Sol · Si · Ré = $(6 \cdot 1 \cdot 3) mod\ 7 = 4$ = Mi.

Lá: o acorde de A (Lá) que são as três notas de sua Tríade A: A (Lá) é a Tônica, C (Dó) a Terça e E (Mi) a Quinta. Temos, Lá + Dó + Mi = $(0+2+4) mod\ 7 = 6$ = Sol e Lá · Dó · Mi = $(0 \cdot 2 \cdot 4) mod\ 7 = 0$ = Lá.

Si: o acorde de B (Si) que são as três notas de sua Tríade B: B (Si) é a Tônica, D (Ré) a Terça e F (Fá) a Quinta. Temos, Si + Ré + Fá = $(1+3+5) mod\ 7 = 2$ = Dó e Si · Ré · Fá = $(1 \cdot 3 \cdot 5) mod\ 7 = 1$ = Si.

Tabela 4: Soma e Produto das Tríades musicais.

Tríade	Lá	Si	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol
Soma das Notas	Sol	Dó	Fá	Si	Mi	Lá	Ré
Produto das Notas	Lá	Si	Sol	Lá	Ré	Lá	Mi

Fonte: Autores.

Outras possibilidades poderiam ser sugeridas, por exemplo, o quociente entre notas musicais, exatamente pela existência do inverso multiplicativo em Z_7. Observe que $\frac{\text{Dó}}{Fá}$ = Dó · Fá$^{-1} = Dó \cdot Ré = 2 \cdot 3 = 6$ = Sol. Nota-se que foi necessário encontrar uma nota de tal modo que Fá · Fá$^{-1} = 5 \cdot x = 1$, daí, pela tabela 2, $x = 3$, então Fá$^{-1}$ = Ré. A Tabela 5 mostra todos os inversos multiplicativos de cada nota musical. Lembre-se que Lá é o elemento neutro da soma, não se aplica o inverso multiplicativo.

Tabela 5: Inverso multiplicativo de cada nota musical.

Lá$^{-1}$	Si^{-1}	Dó$^{-1}$	Ré$^{-1}$	Mi^{-1}	Fá$^{-1}$	Sol^{-1}
Não se aplica	Si	Mi	Fá	Dó	Ré	Sol

Fonte: Autores.

Acreditamos que tal aplicação deveria ser aprofundada no ensino fundamental nos anos finais, visto sua aplicabilidade no dia-a-dia de qualquer jovem. Contudo, não seria correto transmitir todos esses conceitos e relações sem perder o fundamento intencional da proposta sugerida: a divisibilidade. Ações desta natureza instituem mecanismos naturais para o aprendiz se motivar a usar fundamentos matemáticos com maior eficácia, de modo a fortalecer o gosto pela ciência dos padrões e das coisas.

> À primeira vista, poderíamos supor que seria suficiente descrever os diferentes modos de ensinar a Matemática, Porém, logo veremos que isto não é tão simples e, muito menos, suficiente, uma vez que, por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de Educação (Fiorentini, 1995, p.4).

O primeiro e o mais básico propósito de estudar matemática com significados é perceber toda uma aplicabilidade ocultada nas abstrações, fórmulas e equações, tantas vezes apresentadas nas bancas escolares, e, na sua maioria, rejeitada por grande parte dos alunos. “O professor pode passar uma informação, mas verdadeiramente ensina seus alunos quando sabe converter essa informação em conhecimento, tranformando-os”. (Selbach et al, 2010, p,18) A força deste artigo encontra-se no entendimento da possibilidade de interação de tópicos de matemática acadêmicos realimentados na educação básica, com o desígnio de convencer que a matemática está em tudo.

4. Considerações Finais

A utilização de novas projeções para o ensino e aprendizagem de matemática realimenta o aprendiz a buscar novas possibilidades de se interessar por modelos abstratos, entretanto de uma vasta aplicabilidade em seu cotidiano. É imprescindível que essa mudança de paradigmas possibilite professor e aluno a estarem amplamente fortalecidos e motivados, de modo a aprimorar técnicas que possam delimitar a matemática como ciência das coisas.

Percebe-se que a aritmética modular, por intermédio dos inteiros módulo *m*, nos proporciona uma alternativa plausível para a compreensão de conceitos de divisibilidade na educação básica. Desta forma, sugerimos o uso do anel $(Z_7, +, x)$ como possibilidade real de desmistificar os modelos matemáticos na educação básica.

É inegável ressaltar que desenvolver práticas metodológicas que possam auxiliar intensamente o ensino e aprendizagem de matemática são critérios fundamentais para melhorar o processo de popularização desta ciência, muitas vezes renegada, porém de extrema importância para a evolução cientifica e tecnológica. Espera-se que nossas projeções para compreensão de modelos matemáticos sejam discutidas, no intuito de fortalecer plenamente o ensino de matemática.

Referências

Alves, V. B., de Albuquerque, S. M., Oliveira, F. W. S., Feitosa, R. A., & Pereira, A. C. C. (2021). Propostas metodológicas para desenvolvimento de práticas envolvendo a interface entre história e o ensino de matemática. *Research, Society and Development*, *10*(1), e21910111650-e21910111650.

Araújo, F. G. da S., Menezes, D. B., & Bezerra, K. de S. (2019). Neurociências e ensino de matemática: um estudo sobre estilos e múltiplos de aprendizagem. *Research, Society and Development* , *8* (12), e198121670. https://doi.org/10.33448/rsd-v8i12.1670

Enríquez, J. A. V. (2015). Estratégias utilizadas por professores na implementação de tarefas matemáticas. < https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd7_jakeline_villota.pdf >

Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, *3*(1).

Hein, N.; Biembengut, M. S. *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo: Contexto, 3.ed, 2003.

Pontes, E. A. S. (2017). Os números naturais no processo de ensino e aprendizagem da matemática através do lúdico. *Diversitas Journal*, *2*(1), 160-170.

Pontes, E. A. S. (2018). Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema. *Revista Sítio Novo*, *2*(2), 44-56.

Pontes, E. A. S. (2019). Conceptual questions of a teacher about the teaching and learning process of mathematics in basic education. *Research, Society and Development*, *8*(4), e784932. https://doi.org/10.33448/rsd-v8i4.932

Pontes, E. A. S. (2019). uma proposta metodológica no processo ensino e aprendizagem de matemática na educação básica: uma contribuição de leonard euler na solução do problema das sete pontes de königsberg. *Ensino em Foco*, *2*(5), 21-32.

Pontes, E. A. S., & da Silva, L. M. (2020). Aritmética modular na interpretação de sistemas codificados no processo de ensino e aprendizagem de matemática. *Revista de Ciência e Inovação*, *5*(1).

Pontes, E. A. S., dos Santos, J. F., Ferreira, M. B., Cerqueira, A., & da Silva, A. J. C. (2020). Investigação de habilidades matemáticas de estudantes da educação técnica na região metropolitana de Maceió-Brasil. *Revista Brasileira do Ensino Médio*, *3*, 83-92.

Pontes, E. A. S., & Pontes, E. G. S. (2021). Descriptive Statistics using LibreOffice Calc software: experiment with a virtual cube. *Research, Society and Development*, *10*(1), e34410111911. https://doi.org/10.33448/rsd-v10i1.11911

Rocha, P. S. R., Ramos, C. V., & Brasil, T. A. (2019, August). A utilização de softwares no ensino de matemática para ensino fundamental e médio. In *Anais do IV Congresso sobre Tecnologias na Educação* (pp. 40-49). SBC.

Selbach, Simone, et al. (2010). *Matemática e didática*. Petrópolis: Vozes.

Souza, A. V. P., Ohira, M. A., & Pereira, A. L. (2018). A arte de resolver problemas no ensino da matemática. *Revista Valore*, *3*, 376-389.