

Dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística: comparación de investigaciones de Perú y Brasil entre los años 2009 a 2017

Difficulties of teaching and learning of Statistics: a comparison of data from Peru and Brazil between the years of 2009 and 2017

Dificuldades do ensino e aprendizagem da Estatística: comparação de investigações do Peru e Brasil entre os anos de 2009 a 2017

Recibido: 28/08/2021 | Revisado: 04/09/2021 | Acepto: 10/09/2021 | Publicado: 02/10/2021

Teresa Sofía Oviedo Millones

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4749-4055>
Universidad Peruana Cayetano Heredia, Perú
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú
E-mail: teresa.oviedo@upch.pe

Edvonete Souza de Alencar

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5813-8702>
Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil
E-mail: edvonetealencar@ufgd.edu.br

Simone Bueno

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8115-0005>
Centro Universitário das Faculdades Metropolitanas Unidas, Brasil
E-mail: Simbue123@hotmail.com

Resumen

En esta investigación se presenta un estudio inicial de comparación entre las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística (niveles básico y universitario) entre los países de Perú y Brasil entre los años 2009 a 2017. Para el caso de Perú, se hizo una revisión en las principales bases de datos tales como: repositorios de tesis y revistas académicas de universidades; para el caso de Brasil, se consideraron dos de las más antiguas revistas de Brasil: Boletim de Educação Matemática – BOLEMA (UNESP- Rio Claro) y la Revista Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP). Los resultados indican bastante similitud y pocas diferencias en las dificultades tanto de alumnos de nivel básico y universitario como de docentes en activo y en formación para la enseñanza del nivel básico. De estos resultados se ve la necesidad del conocimiento didáctico estadístico en la formación de docentes para la enseñanza idónea en la que se desarrolle el pensamiento estadístico de los estudiantes.

Palabras clave: Enseñanza de la estadística; Aprendizaje de la estadística; Formación de docentes de estadística; Conocimiento estadístico.

Resumen

This investigation is a preliminary study that compares the difficulties that arise while teaching and learning statistics (from basics to college level) in Peru and Brazil throughout the years of 2009 and 2017. The data for Peru was compiled with base on: universities' thesis and journal repositories; the data for Brazil was gathered from one of the oldest magazines in the country (Boletim de Educação Matemática – BOLEMA - UNESP- Rio Claro), along with another prestigious magazine (Revista Educação Matemática Pesquisa - PUC-SP). The results indicate great similarities and few differences in the difficulties presented by students, both in a basic and college level, and graduated professionals as well as in training. From these results we were able to see a necessity for statistical didactic knowledge in the formation of teachers so that the proper teaching method can develop statistical thinking in students.

Keywords: Teaching of statistics; Learning of statistics; Training of teachers of statistics; Statistical knowledge.

Resumo

Esta pesquisa apresenta um estudo inicial de comparação entre as dificuldades no ensino e aprendizagem de estatística (níveis básico e universitário) entre os países do Peru e do Brasil entre os anos de 2009 e 2017. No caso do Peru, foi feita uma revisão no principal bases de dados como: repositórios de teses e periódicos acadêmicos de universidades; No caso do Brasil, foram consideradas duas das revistas mais antigas do Brasil: Boletim de Educação Matemática - BOLEMA (UNESP- Rio Claro) e a Revista Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP). Os resultados indicam

bastante semelhança e poucas diferenças nas dificuldades dos alunos do nível básico e universitário, bem como dos professores ativos e em formação para a docência no nível básico. Esses resultados mostram a necessidade de conhecimento didático estatístico na formação de professores para o ensino ideal em que se desenvolve o pensamento estatístico dos alunos.

Palavras-chave: Ensino de estatística; Aprendizagem de estatística; Formação de professores de estatística; Conhecimento estatístico.

1. Introdução

La Estadística está presente en distintos ámbitos de la vida cotidiana, es por ello, que se requiere de una cultura y pensamiento crítico de la estadística y por ello, en el campo educativo, la enseñanza de la estadística es considerada de relevada importancia. Sin embargo, investigaciones como Batanero y Manfred (2016), delatan que la forma de enseñanza es bastante formalizada y los alumnos tienen muchas dificultades en su aprendizaje. Además, la formación específica de los docentes de nivel básico (nivel primaria y secundaria) en el área de estadística es poco.

El objetivo de esta investigación es comparar las dificultades que tienen los alumnos y profesores de Perú y Brasil, en los distintos niveles educativos, en la enseñanza y aprendizaje de la estadística; ello permite reflexionar y tomar acciones en lo que se ha avanzado a la fecha para mejorar el nivel de aprendizaje de los alumnos de estos países.

Siendo un estudio inicial, consideramos solo dos revistas de Brasil: Boletim de Educação Matemática – BOLEMA (UNESP- Rio Claro) y la Revista Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP) por en este país haber muchas investigaciones; en el caso de Perú, como al hacer una búsqueda de investigaciones en bases de datos, se encontraron pocas investigaciones, se consideró las revistas a nivel nacional, las tesis de los de repositorios de algunas universidades y búsqueda de revistas a nivel internacional que daten de investigaciones hechas en Perú. Así nuestro objetivo es identificar las dificultades de aprendizaje en estadística abordada por las investigaciones seleccionadas. Con eso organizamos nuestro artículo a presentando los pasos metodológicos, los datos y las analices de ellos vislumbrando las dificultades encontradas.

2. Metodología

Esta investigación es cualitativa, con estudio del tipo: estado de conocimiento, según estudios de Romanovski y Ens (2006). Para las actoras un estado de conocimiento se restringe la búsqueda de investigación en uno de las bases de datos, en nuestro caso en Brasil un grupo de revistas más antiguas y conceptuadas en Perú la búsqueda se concentro en disertaciones y tesis como también algunos artículos que consideramos importantes sobre la temática. Cabe salientar que en caso de Perú la búsqueda fue reallizada en mas sitios visto que hay pocas investigaciones de la temática. Siguiendo las consideraciones de Romanoviski y Ens (2006) para se hacer un estado de conocimiento es necesario tener objetivos claros y hacer las búsquedas de investigaciones de acordó con su propósito.

Así, las preguntas que guiaron el estudio fueron las siguientes: ¿Cuáles son las dificultades y errores frecuentes en la enseñanza y aprendizaje de la Estadística halladas en diversas investigaciones de Perú y Brasil entre los años 2009 a 2017? ¿Existe relación entre las dificultades, halladas en diversas investigaciones de Perú y Brasil entre los años 2009 a 2017? ¿Cuáles son las diferencias y semejanzas entre las investigaciones de Perú y Brasil, entre los años 2009 a 2017 respecto a las dificultades hacia la estadística?

En la selección de los artículos de este estudio, se consideraron investigaciones de Perú y Brasil respecto a docentes y alumnos de todos los niveles (primaria, secundaria y nivel universitario) con los siguientes criterios de inclusión:

- Estudios empíricos respecto a las dificultades o que en la investigación se mencione las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística.
- Artículos y tesis de maestría y de doctorado publicados entre los años 2009 hasta el 2017 respecto a las dificultades

hacia la estadística.

Para la búsqueda de los artículos, consideramos investigaciones de Perú dadas en los repositorios de tesis de maestría y de doctorado de universidades, también bases de datos: Scientific Electronic Library Online (SciELO), revistas académicas de universidades, bases de datos del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONCYTEC; para Brasil la búsqueda se realizó en dos revistas consideradas reconocidas y en las que se han consolidado programas de investigación, estas son las dos revistas entre las cuatro más antiguas de Brasil: Boletim de Educação Matemática – BOLEMA (UNESP- Rio Claro) e Revista Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP). Los descriptores usados para ambos países fueron: didáctica estadística, enseñanza y aprendizaje de la estadística junto con otros descriptores como educación primaria, educación secundaria, universidad.

En el caso de Perú, se consideraron investigaciones de tesis de maestría y doctorado debido a los pocos artículos que se encontraron; a diferencia de Brasil que solamente se consideraron artículos de las dos revistas mencionadas debido a que hubo gran número de artículos en general en las varias revistas académicas de Brasil, además de artículos de muestras de Brasil, en revistas académicas internacionales.

Para Perú, se identificaron 11 artículos respecto a dificultades (Urco , 2015; Gonzales & Clemente , 2015; Vilela, 2015; Trejo , 2015; Torres, 2015; Llamosa, 2015; Alvarez, 2015; Oviedo- Millones, 2013; Gutierrez, 2013; Gonzales, 2012; Durand, 2012); en el caso de Brasil, se encontró 9 artículos (Oliveira Junior, 2017; Ody & Viali, 2016; Oliveira & Cordani, 2016; Pereira, Souza, 2016; Pereira & Souza, 2016; Silva, Carzola, Kataoka, 2015; Ferreira & Passos, 2014; Oliveira & Lopes , 2013; Correia, 2012; Oliveira Junior , 2011) sobre dificultades en la Revista Educação Matemática Pesquisa y 3 de dificultades en la Revista Bolema (Silva, Curi & Schimiguel, 2017; Silva Junior & Lopes, 2016; Oliveira Junior, 2011). Na próxima seccion veremos o detalhamento de los dados.

3. Recolección de Datos

Para la recolección de los datos se consideraron 5 cuadros ordenadas por año (desde el año 2017 hasta el año 2009) y separadas por países. Las investigaciones de Brasil también se separaron por revista. Se consideró la siguiente caracterización, que comprendió los siguientes elementos:

- Códigos: estos códigos fueron dados em el siguiente orden, com el objetivo de facilitar la descripción de las analizas:
 1. Dimensión dificultades: D.
 2. Tipo de investigación: A: artículo, TM: tesis de maestria en enseñanza de las matemáticas, TME: tesis de maestro o maestria en educación, TD: tesis de doctorado.
 3. Orden de año de publicación: 1, 2, 3, etc. considerando orden ascendente empezando por la investigación más actual.
 4. País: P: Perú, B: Brasil.

4. Investigaciones de Perú

Salientamos que la búsqueda ocurrió en diferentes sitios, así como podemos mirar en el cuadro.

Cuadro 1. Investigaciones respecto a las dificultades.

Código	Tipo de investigación	Autor	Título	Año
DTME-P	Tesis de Maestro en Educación en la mención de Investigación e Innovación	Carmen Rosa Moreno Urco	Estrategia didáctica mediante proyectos formativos para desarrollar capacidades matemáticas en Estadística Descriptiva en estudiantes del nivel secundario.	2015
DA1-P	Artículo	Augusta Osorio Gonzales, Elizabeth Advíncula Clemente	Midiendo los logros de estudiantes de la Educación Básica Regular en Estadística y Probabilidad.	2015
DTM1-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Wilmer Jesús Oyola Vilela	Propuesta didáctica basada em criterios de idoneidad para la enseñanza del uso de la media aritmética y la mediana en estudiantes de educación secundaria.	2015
DTM2-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Carlos Ramos Trejo	Mobilización de los conocimientos previos requeridos para el tratamiento de la probabilidad condicional en el cuarto grado de educación secundaria básica.	2015
DTM3-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Willy Hernán Salazar Torres	Idoneidad de las tareas sobre media aritmética en textos de primer grado de educación secundaria.	2015
DTM4-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	María Ysabel Valentín Llamosa	Organización praxeológica de objetos gráficos estadísticos en el texto de tercer grado de educación primaria del Ministerio de Educación.	2015
DTM5-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Marhori Vilca Álvarez	Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados.	2015
DTM6-P	Tesis de Maestría en enseñanza de las Matemáticas	Teresa Sofía Oviedo Millones	Significado de la asimetría estadística en los alumnos de economía de la UNAC.	2013
DTM7-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Javier Sayritupac Gutierrez	Significados de las medidas de tendencia central. Un estudio con alumnos universitarios de carreras de humanidades.	2013
DTM8-P	Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas	Augusta Rosa Osorio Gonzales	Análisis de la idoneidad de un proceso de instrucción del concepto de probabilidad en la enseñanza superior.	2012
DA2-P	Artículo	Elba Vega Durand	El método de proyectos y su efecto en el aprendizaje del curso estadístico general en los estudiantes de pregrado.	2012

Fuente: Repositorio de tesis, bases de ScieLo y Concytec.

Con la lectura de las investigaciones y buscando los datos para responder nuestro objetivo, surgió el Cuadro 2 que se presenta las dificultades encontradas.

Cuadro 2. Dificultades mencionadas en las investigaciones.

Código	Dificultades encontradas de los alumnos/docentes en el aprendizaje/enseñanza de la estadística
DTME-P	<p>Se corroboró que los docentes no desarrollan capacidades matemáticas referidas a estadística en las aulas. Los docentes no tenían claro que son competencias y capacidades, por lo tanto no enseñaban la estadística significativamente sino de manera mecánica y memorística. Los alumnos no analizan, no son críticos, no trabajan en contextos: no matematizan situaciones, comunican y representan ideas matemáticas.</p> <p>Se hizo una propuesta que guíe a los docentes a diseñar sus programaciones a largo, mediano y corto plazo.</p>
DA1-P	<p>Se identificó los principales logros y deficiencias de los estudiantes en los temas de: recopilación y procesamiento de datos, interpretación y valoración de los datos y análisis de situaciones de incertidumbre. Se identificó cuáles fueron los conocimientos que necesitan ser reforzados para orientar mejor la acción pedagógica. Se evidencia que la estadística y la probabilidad se están desarrollando más en la primaria que en años anteriores. Se está en una etapa de consolidación del dominio de temas básicos de estadística por los docentes. Se confirma lo que mencionan: Arteaga, Batanero, Contreras, Cañadas, 2012 (p. 141) respecto a mejorar la formación de profesores en lo que respecta al conocimiento didáctico del contenido de la estadística, en particular el conocimiento de cómo los estudiantes aprenden y las dificultades que tienen en temas de matemática.</p>
DTM1-P	<p>Se hizo una propuesta didáctica para la enseñanza de la media aritmética y de la mediana (MTC) en el nivel secundario, para ello se aplicó algunos aspectos de los criterios de idoneidad didáctica, epistémica y cognitiva del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) elaborando configuraciones epistémicas de referencia y actividades para los alumnos.</p> <p>Previo a la investigación, se aplicó un cuestionario a 44 docentes a nivel nacional, de alumnos entre 14 y 16 años, para reconocer su dominio acerca del uso de la media aritmética y la mediana en un conjunto de datos y del concepto de sesgo. Se constató que los docentes, en su gran mayoría, desconocen procedimientos para determinar la presencia de datos u observaciones atípicas que sesgan la información, no administran estrategias para desarrollar el pensamiento y razonamiento estadístico en sus alumnos. Esto sucede porque la formación del docente no incluye el aprendizaje de su uso y porque los currículos anteriores tampoco tenían en cuenta como contenido la enseñanza del uso de las MTC.</p> <p>La propuesta didáctica basada en situaciones problemáticas contextualizadas tenía entre sus intencionalidades el que los docentes de matemática conozcan los errores y dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de las MTC para evitarlos.</p> <p>La primera actividad se elabora para que los estudiantes aprendan a reconocer datos u observaciones atípicas y las otras tres tienen como objetivo lograr que los estudiantes estén en la capacidad de elegir al mejor representante de un conjunto de datos.</p>
DTM2-P	<p>Mediante una prueba diagnóstica se mostró la existencia de dificultades en el conocimiento de los conceptos previos requeridos para el tratamiento de probabilidad condicional (situación de incertidumbre, espacio muestral y cálculo de probabilidades). Los estudiantes (26), presentaron dificultad para determinar si una situación presenta la característica de incertidumbre en las categorías de concepto, situación-problema, lenguaje y argumento; dificultades en determinar el espacio muestral en una situación de incertidumbre en las categorías de procedimiento, concepto y situación-problema; dificultades al realizar cálculos de probabilidades en situaciones de incertidumbre, considerando las categorías de concepto, lenguaje y procedimientos.</p> <p>Se diseñaron tres instrumentos para una secuencia de cinco actividades considerando los resultados de la prueba diagnóstica orientados a superar las dificultades establecidas. Luego se aplicó una prueba de salida a los mismos alumnos y se obtuvo una superación significativa en las dificultades que habían presentado los alumnos según las categorías de concepto, situación-problema, argumentos, lenguaje y procedimientos propuestos en el Enfoque Onto-Semiótico del conocimiento (EOS) y la instrucción matemática. Se procuró que los estudiantes incorporen en dichas actividades los significados pretendidos a través de la mediación del profesor.</p> <p>La secuencia de actividades se caracterizó por promover en los estudiantes la realización de un aprendizaje reflexivo en su proceso de reforzamiento de los conocimientos tratados, siendo la principal fuente de este aprendizaje la naturaleza de contexto real de las situaciones propuestas.</p>
DTM3-P	<p>De acuerdo al análisis epistémico de tareas propuestas respecto a la media aritmética (de acuerdo a los criterios de idoneidad del Enfoque Onto-Semiótico - EOS), de los dos textos para los alumnos de la muestra de estudio, los textos en general tienen un poco porcentaje de cumplimiento de estos indicadores, solo el componente lenguaje (de acuerdo al EOS) presenta un alto grado de idoneidad.</p> <p>Estos textos tratan a la media aritmética en su definición algorítmica y se hace cálculo en tareas descontextualizadas y esto no permite que los alumnos lleguen a la comprensión integral del concepto de media aritmética</p> <p>Se propone que los textos deben tener tareas de media aritmética teniendo en cuenta los diferentes componentes señalados por el EOS: situaciones problemas del contexto de los alumnos, utilizar distintos lenguajes (gráfico, algebraico, verbal, simbólico), desarrollando definiciones claras y entendibles, aplicando procedimientos no repetitivos y desarrollando las distintas propiedades e incentivando al alumno a argumentar sus resultados.</p>
DTM4-P	<p>Esta investigación fue motivada por los resultados reportados en las pruebas censales del 2004 (Perú), donde se evidenció que solo un 25% de los estudiantes de sexto grado de primaria están capacitados para elaborar un diagrama de barras, a partir de un cuadro de doble entrada de datos agrupados. Es así que se hizo una</p>

	<p>organización praxeológica de los gráficos estadísticos de acuerdo a la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) al libro de texto elaborado y distribuido en forma gratuita por el Ministerio de Educación, de acuerdo con el Diseño Curricular (Perú, 2009).</p> <p>Lo que puede repercutir en el aprendizaje y la enseñanza de los gráficos para los alumnos de tercer grado de primaria, es que el texto no desarrolla los gráficos estadísticos en su totalidad, sino más bien los gráficos que muestran datos numéricos, el estudiante y el docente trabajarán un conocimiento por otro, pues claramente el texto menciona como títulos generales gráficos de barras, en caso el docente no este debidamente informado y transmitiría conocimientos errados.</p>
DTM5-P	<p>Se realizó un análisis para determinar el significado de referencia (de acuerdo con el Enfoque Onto-Semiótico - EOS) de libros de texto respecto al tema de distribución binomial. Luego, se aplicó un cuestionario con una pregunta contextualizada respecto a la distribución binomial a 18 alumnos de Administración de una universidad privada de Lima después de haber recibido las clases respecto a la variable aleatoria y distribución binomial. Se realizaron: la configuración cognitiva de las respuestas de los alumnos, la tipificación de las respuestas de acuerdo con un experto del tema y se interrelacionaron la configuración cognitiva con la tipificación de respuestas para reconocer los errores que los alumnos cometieron para tipificarlos. Entre los errores que se identificaron fueron: errores en reconocer la variable, el rango y la distribución de probabilidad.</p>
DTM6-P	<p>Se aplicó un cuestionario respecto a la asimetría estadística a alumnos (14) de tercer semestre de Economía de una universidad nacional de Lima para determinar los significados personales declarados y logrados y la relación con los significados institucionales de referencia (de acuerdo al EOS) de los libros de texto (que previamente se habían analizado de acuerdo al EOS). Este cuestionario se aplicó luego de haber tenido las clases los alumnos respecto a estos temas. La mayoría de las respuestas de los alumnos fueron incorrectas. Tenían dificultades en conceptos (definición de la asimetría estadística a partir de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria, definición de la asimetría estadística a partir de un conjunto de datos), interpretaciones (comprensión intuitiva de la asimetría estadística), cálculo de la asimetría estadística a partir de un conjunto de datos, aplicación de la asimetría estadística en un conjunto de datos basados en situaciones reales o simuladas, dificultades en conocimientos previos (frecuencia, distribución de frecuencias, intervalos equidistantes, medidas de tendencia central, dispersión, aplicaciones, interpretaciones).</p>
DTM7-P	<p>Se aplicó un cuestionario respecto a las medidas de tendencia central (MTC) a los alumnos muestra de estudio después de haber recibido las clases respectivas. Entre las dificultades que tuvieron, se tiene conflictos cognitivos como saber reconocer si la media es o no un buen representante de un conjunto de datos en presencia de valores atípicos, confusión en el uso de términos, no supieron establecer conclusiones a partir de dos grupos de datos cualitativos ordinales.</p> <p>Las causas que se puede deducir, fue el tiempo limitado de las clases en que se brindó poca información sobre las características de las MTC. Los libros de texto que utilizan los docentes fueron analizados, de acuerdo al EOS, por una parte son restringidos a considerar las MTC como medidas de resumen, sin dar una perspectiva de la media como un estimador del parámetro de la población; y por otra parte, enfatizan los aspectos algorítmicos y de cálculo y no la comprensión conceptual de estas medidas, no se presentan problemas que apliquen adecuadamente los promedios según el tipo de variable en estudio, además no se relacionaron las MTC con la estadística inferencial. Los docentes siguieron la misma manera de enseñanza que en los libros de texto.</p>
DTM8-P	<p>Se realizó, en base a la experiencia de varios años de implementar clases de estadística de manera colaborativa con actividades entre los alumnos de primer semestre de una universidad privada, es decir de tener un proceso de instrucción, un mejoramiento de este proceso respecto a las actividades a realizar de los alumnos (mejora en la redacción de instrucciones y de las situaciones problema, la adición de preguntas de información parcial y notas para mejorar el detalle de la respuesta de los alumnos) de temas de estadística, se realizaron configuraciones epistémicas y cognitivas de los temas y actividades presentadas a los alumnos mediante el marco teórico Enfoque Onto-Semiótico (EOS) y se validó este proceso mediante criterios de idoneidad del EOS. Este proceso mejorado de instrucción contribuyó a mejorar el manejo adecuado de las situaciones aleatorias. De acuerdo con las respuestas de los alumnos a preguntas de estadística, se pudo observar dificultades en el razonamiento de situaciones de incertidumbre: dificultades en la determinación del espacio muestral.</p>
DA2-P	<p>Se aplicó el método basado en proyectos a los estudiantes de pregrado de una universidad privada de Lima, durante el semestre 2010-II de las escuelas profesionales de Ingeniería Ambiental, Contabilidad y Psicología. Se aplicó un cuestionario y se constató mejoramiento en el aprendizaje de la estadística descriptiva, de probabilidades: se logró desarrollar habilidades en los estudiantes, como formular preguntas de investigación, sugerir problemas, escoger una pregunta dirigida, escribir una propuesta, etc.; en cuanto a la estadística inferencial el nivel de alumnos con aprendizaje deficiente superó al nivel bien logrado.</p>

Fuente: Investigaciones de los autores de las investigaciones identificadas con los códigos.

5. Investigaciones del Brasil

La búsqueda en la revista Educação matemática e pesquisa se dio, con las palabras claves retiradas del objetivo. Cabe salientar que leímos los resúmenes para asegurar que el artículo estaba de acuerdo con el tema de investigación. Así los artículos seleccionados en Revista Educação Matemática Pesquisa fueron:

Cuadro 3. Investigaciones respecto a las dificultades en la Revista Educação Matemática Pesquisa.

Código	Tipo de investigación	Autor	Título	Año
AD1-B	Artículo	Ailton Paulo de Oliveira Júnior, Roberta de Cássia dos Anjos	O ensino de estocástica no currículo de Matemática no Ensino Fundamental no Brasil.	2017
AD2-B	Artículo	Magnus Cesar Ody, Lori Viali	Uma avaliação da literacia estatística e probabilística no Ensino Médio.	2016
AD3-B	Artículo	Claudio R. Oliveira, Lisbeth Kaiserlian Cordani	Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística.	2016
AD4-B	Artículo	Fernanda Angelo Pereira, Fabiano dos Santos Souza	O Exame Nacional do Ensino Secundário e a Construção do letramento e do Pensamento Estatístico.	2016
AD5-B	Artículo	Claudia Borim da Silva, Irene Maurício Cazorla, Verônica Yumi Kataoka	Trajetoria e perspectivas da educação estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do gt-12.	2015
AD6-B	Artículo	Viviane Lovatti Ferreira, Laurizete Ferragut Passos	A disciplina de Complementos de Matemática no curso de pedagogia (1939-1961): o pedagogo como professor de matemática.	2014
AD7-B	Artículo	Débora de Oliveira, Celi Aparecida Espasandin Lopes	A prática docente em estocástica, revelada por professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.	2013
AD8-B	Artículo	Alessandra de Abreu Corrêa	Ensinando conhecimento e educação estatística: composições analíticas no ensino médio.	2012
AD9-B	Artículo	Ailton Paulo Oliveira Júnior	Avaliação de atitudes, características pessoais, uso de tecnologias e prática docente de professores de graduação em estatística.	2011

Fuente: Revista Educação Matemática e Pesquisa.

El mismo procedimiento fue realizado con la Revista BOLEMA, no cual se identificó los siguientes artículos:

Cuadro 4. Investigaciones respecto a las dificultades en la Revista Bolema.

Código	Tipo de investigación	Autor	Título de la investigación	Año
AD10-B	Artículo	Josney Freitas Silva, Edda Curi y Juliano Schimiguel	Um Cenário sobre a Pesquisa em Educação Estatística no Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, de 2006 até 2015.	2017
AD11-B	Artículo	Geraldo Bull da Silva Junior y Celi Espasandin Lopes	O papel das estatísticas no treinamento do engenheiro de produção.	2016
AD12-B	Artículo	Ailton Paulo de Oliveira Júnior	Reflexão sobre as Características Sócio Demográficas, Educacionais, do uso de Tecnologias e das Práticas Docentes de 20Professores de Estatística no Ensino Superior no Brasil.	2011

Fuente: Revista Bolema.

Encontramos otras investigaciones en la Revista Bolema que se trata sobre estadística, sin embargo, el foco investigativo está en las actitudes para la enseñanza de estadísticas y no en las dificultades objetivo de esta investigación. Con la lectura de las investigaciones de Brasil y buscando los datos para responder nuestro objetivo, surgió el Cuadro 5.

Cuadro 5. Dificultades encontradas en las investigaciones.

Código	Dificultades encontradas de los alumnos/docentes en el aprendizaje/enseñanza de la estadística
AD1-B	Se hace un análisis curricular en los principales documentos brasileños, se observa que se restringen a contenidos formales y técnicos; se evidencia que no se enseñan actitudes y se infiere que los profesores se centran más en los trabajos en estadística que en probabilidad. Los profesores tienen dificultades para trabajar tanto la estadística como la probabilidad debido a la falta de información sobre ese tema en su formación inicial y continuada. Ninguno de los documentos curriculares fue elaborado considerando la enseñanza de la estocástica.
AD2-B	En los alumnos ingresantes y que egresan de la enseñanza media de dos escuelas públicas de Porto Alegre, se identificaron, mediante un cuestionario de preguntas abiertas y cerradas, conocimientos limitados en la escritura, la lectura, el cálculo y la interpretación de los gráficos y tablas. Los alumnos tenían dificultad en justificar sus respuestas, en la interpretación del enunciado de las actividades: dificultades en relacionarlas con el contexto, en el trato con las informaciones presentadas en diferentes lenguajes, ya sean gráficas, textuales o tabulares. También tuvieron dificultades con las medidas de tendencia central (particularmente con la mediana), la desviación estándar, las probabilidades, los porcentajes y la proporcionalidad.
AD3-B	Se propone la oportunidad de estudiar, problematizar, en un contexto colaborativo, el contenido de estadística en alumnos del nivel medio de una escuela pública de São Paulo. De los resultados obtenidos se afirma que no se pudo erradicar los errores en cuanto a las respuestas respecto a heurísticas de representación de un grupo de alumnos que tienen entrenamiento en estadística y probabilidad.
AD4-B	Se muestra la dificultad en resolver los ejercicios del ENEM - Examen Nacional de la enseñanza media. Se percibe menores aciertos en la interpretación de los conceptos estadísticos como las medidas de dispersión y de tendencia central.
AD5-B	Se investigó la producción científica de los investigadores del GT12 de la SBEM - Sociedad Brasileña de Educación Matemática, desde el 2010 al 2014, considerando la investigación de Cazorla, Kataoka y Silva (2010) que incluye datos entre los años 1994 a 2009. Se verificó pocas investigaciones para las necesidades educativas especiales, pocos trabajos utilizan tecnología. Además se verificó la disminución de publicaciones en el área.
AD6-B	Se analiza la disciplina complementos de Matemáticas en el curso de Pedagogía y Ciencias Sociales (1939-1961) para dar una base conceptual de la matemática facilitando el aprendizaje de futuros cálculos de estadística. Se demuestra la dificultad de las alumnas de formación del profesorado primario en la comprensión de contenidos de estadística debido a la poca formación que tuvieron. Menciona que en el contexto actual, faltan disciplinas específicas para la formación de los profesores en los años iniciales.
AD7-B	Se identificó sobre los aprendizajes, en un proceso de formación continua, de tres profesoras de los años iniciales de la Enseñanza Fundamental, referentes a la estocástica (conceptos de combinatoria, probabilidad y estadística). Las profesoras mostraron potencialidades en argumentaciones y discusiones con sus alumnos, posibilitando la articulación de ideas para explicar nuevos cuestionamientos y algunas conclusiones. También utilizaron historias infantiles para potencializar la capacidad de argumentación y comunicación. Se confirmó que los docentes pueden enseñar bien si están seguros de lo que saben: debe tener buena relación entre teoría y práctica del contenido, Así, pueden discutir, analizar y planear situaciones de enseñanza.
AD8-B	Se presenta un estudio acerca de los saberes docentes de Matemática de la enseñanza media en las redes pública y privada de la ciudad de Canela/RS en sus prácticas de enseñanza de la Estadística. Según los docentes, ellos consideran como principales herramientas teóricas para enseñar estadística en la educación básica de Brasil: los saberes de los estudiantes, la interrelación de las disciplinas escolares (relación de conocimientos de estadística con lo cotidiano) y foco en la resolución de problemas.
AD9-B	Se investiga sobre los saberes referentes a la estadística de los profesores de estadística de una universidad privada del distrito federal. Se constata que la mayoría de estos docentes no tiene formación en estadística y que esto no tiene relación significativa con la actitud de los alumnos hacia la estadística. En su conocimiento estadístico los docentes tienen dudas respecto al vínculo de la media en la estadística, la mayoría desconoce la Teoría Bayesiana para el tratamiento de datos estadísticos y no considera importante la presentación del cálculo del tamaño de la muestra para garantizar su representatividad e inferir resultados confiables para la población; en su enseñanza hacen énfasis en los cálculos y ejercicios de repetición. La dificultad de los alumnos de estos profesores está en los contenidos: el 46,7% tienen dificultad en la Inferencia Estadística; el 40,0%, la Probabilidad; y el 13,3%, tanto en la Inferencia Estadística como en la Probabilidad. Hay la dificultad de desarrollar un pensamiento probabilístico. En el análisis de los libros de texto de los docentes se comprueba: "la falta de vinculación de los principales conceptos de la Estadística a problemas reales de donde efectivamente surgieron y que deben ser mencionados cuando el profesor los utiliza." (p. 261, traducción de los autores).
AD10-B	Se hizo un relevamiento sobre los artículos de Educación Estadística de 2006 a 2015 y entre las categorías de análisis desarrolladas apareció las dificultades de estudiantes y profesores, las dificultades de los estudiantes para la interpretación de gráficos, dificultades en las pruebas de hipótesis. Específicamente en esta categoría se analizaron 6 artículos. La respuesta fue realizada por 334 profesores que enseñan estadística que respondieron algunas preguntas por e-mail. El principal resultado identificó la dificultad de los docentes.

AD11-B	Se buscó conocer las necesidades del futuro ingeniero, fragilidades y concepciones referentes al conocimiento estadístico. Se evidenciaron necesidades de articular la Estadística a otros componentes curriculares desde el inicio del curso. Los estudiantes de ingeniería tenían dificultad en conceptos como las nociones de control, previsión y medición; el concepto de variable, la representación gráfica. Se menciona que los problemas de interpretación de gráficos se deben proponer de manera que conlleve a discusiones de los valores presentados; los materiales didácticos tienen que ser adecuados a usos de la tecnología, renovar el currículo; realizar actividades diversas para el aprendizaje con datos reales.
AD12-B	El objetivo del artículo fue presentar, a través de las características sociodemográficas, educativas, del uso de tecnologías y de prácticas docentes de 334 profesores que ministran disciplinas de Estadística en cursos de las áreas de Exatas, Humanas y Salud de instituciones públicas y privadas de la Enseñanza Superior. La respuesta fue realizada por 334 profesores que enseñan estadística que respondieron algunas preguntas por e-mail. El principal resultado identificó la dificultad de los docentes. Así se nota como la dificultad del profesorado perjudica o desarrollo del entendimiento del alumnos: “muchos alumnos, al cursar la disciplina estadística, creen que tendrán que estudiar una serie de conceptos sin utilidad práctica y, con ello, presentan dificultades en el trato con el contenido y la asociación del conocimiento estadístico presentado en clase con su futura práctica profesional, lo que para nosotros es de extrema importancia para motivar al estudiante a participar en el proceso de aprendizaje” (p403 traducción de los autores).

Fuente: Investigaciones de los autores de las investigaciones identificadas con los códigos.

Considerando la presentación de las dificultades de estadística en ambos los países, pasamos en próxima sección para las comparaciones.

6. Dificultades Respecto a la Enseñanza Aprendizaje de la Estadística: Comparaciones de las Investigaciones de Perú y Brasil

En la presente sección se analizan las dificultades y se hace una comparación respecto a la enseñanza y aprendizaje de la estadística tanto de Perú como de Brasil.

Para una mejor comprensión hablaremos sucintamente de la organización educacional de ambos los países. Solo estamos mencionando los niveles de educación que se incluye en los artículos analizados.

Aclaremos, que para el caso del Perú, la educación básica comprende: primaria (de primer a sexto grado), secundaria (de primer a quinto año), pregrado (alumnos que terminaron la educación básica y que estudian en una universidad).

En el caso de Brasil, la enseñanza fundamental comprende dos etapas: los años iniciales (del primer al quinto año) y los años finales (del sexto al noveno año); la enseñanza media: última etapa de la educación básica y tiene una duración mínima de 3 años. Puede ser: académica, integrada a la Educación Profesional o Normal/Magisterio (destinada a la formación de maestros en la secundaria para actuar en educación infantil y en los años iniciales de la enseñanza fundamental) y grado (puede ser licenciatura, profesorado o tecnológico).

Comentaremos en la próxima sección a respecto a tres factores que influyen en las dificultades de enseñanza y aprendizaje de la estadística como podemos ver en cuadro síntesis de la comparación:

Cuadro 6. Síntese de las análises.

Factores de analice	Subfactores	Perú	Brasil
I) Conocimiento estadístico de los docentes (formación docente);	dificultad en la aplicación de las medidas de tendencia central	X	X
	no tienen una adecuada formación estadística		X
II) Manera de enseñanza de la estadística por parte de los docentes	docentes no manejaban estrategias para desarrollar el pensamiento y el razonamiento estadístico	X	
	los docentes siguen la manera de enseñanza de acuerdo al libro de texto y en consecuencia, se tiene una inadecuada comprensión de los alumnos	X	
	hay un poco uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística.		X
III) Dificultades de los alumnos.	estadística y probabilidad		X
	obstáculos epistemológicos	X	

Fuente: Própria.

Así veremos el detallamiento de los factores analizados y presentados en el cuadro síntesis.

7. Conocimiento Estadístico de los Docentes (Formación Docente)

En la investigación de Oyola (2015) y la investigación de Júnior (2011) de Perú y Brasil respectivamente, se constata que los docentes del nivel secundario, para el caso de Perú y los docentes del nivel universitario, para el caso de Brasil, presentan dificultades en la aplicación de las medidas de tendencia central.

En las investigaciones de Brasil: para Oliveira y Lopes (2013), Ferreira y Passos (2014) la razón fundamental es que los docentes no tienen una adecuada formación estadística. En ambas investigaciones, docentes en activo (Oliveira; Lopes, 2013) y docentes en formación (Ferreira; Passos, 2014) de enseñanza fundamental tienen dificultades en la comprensión de temas de estadística; en Oliveira y Lopes (2013) además las docentes tienen falta de comprensión en combinatoria y probabilidades. Para Ferreira y Passos (2014) se requiere disciplinas específicas para la formación de los profesores en los años iniciales. Respecto a la consideración de la enseñanza de la estadística, en Corrêa (2012) los docentes tienen un adecuado conocimiento respecto a lo que se debe tener en cuenta en su enseñanza, tales como: lo que saben los alumnos, la relación de la estadística con lo cotidiano. La investigación de Oliveira (2011) investigó las dificultades de los profesores que enseñan estadística en universidades y como influencia en el aprendizaje de los estudiantes

En general, el conocimiento estadístico de los docentes es bastante limitado tanto en el nivel básico como el universitario, se requiere mejorar el conocimiento estadístico de los docentes en activo y en formación, así como la mejora en los libros de texto y uso adecuado de la aplicación de tecnología.

8. Manera de Enseñanza de la Estadística por Parte de los Docentes

En el caso de investigaciones realizadas en el Perú, en la investigación de Oyola (2015, p. 12), se constató, que a nivel nacional, docentes no manejaban estrategias para desarrollar el pensamiento y el razonamiento estadístico en los estudiantes. La investigación de Moreno (2015) muestra implícitamente que la enseñanza no significativa es consecuencia del inadecuado conocimiento de los alumnos de temas básicos de estadística; Respecto al análisis de textos, las investigaciones de Salazar (2015) y Valentín (2015), tanto de secundaria como de primaria, respectivamente, evidencian que estos textos no ayudan a los docentes a tener una idónea enseñanza para que los alumnos lleguen a la comprensión de la media aritmética y de los gráficos, respectivamente. En Valentín (2015) se hace un análisis de la organización praxeológico (tipos de tareas, técnicas y tecnologías, de acuerdo con el marco: Teoría Antropológica de lo Didáctico) de los gráficos estadísticos, con esto se obtiene

información de la manera de enseñanza para los alumnos de tercer grado de primaria de la enseñanza pública. En el nivel de pregrado (universitario) las investigaciones de Oviedo (2013) y Sayritupac (2013) analizan libros de texto de tema en común: las medidas de tendencia central (MTC), este análisis tiene como propósito implícito ver la manera de enseñanza de acuerdo a los problemas propuestos. Se describe el significado institucional y personal (de acuerdo al Enfoque Onto-Semiótico - EOS) de las MTC. Respecto a ello, “el análisis muestra que los libros de referencia son inadecuados en el sentido que enfatizan en el algoritmo de cálculo y no en el concepto y sus propiedades” (Sayritupac, 2013, p. 30). En ambas investigaciones, se observa que los docentes siguen la manera de enseñanza de acuerdo al libro de texto y en consecuencia, se tiene una inadecuada comprensión de los alumnos en las MTC: los alumnos aprenden de manera mecánica, enfatizan en el cálculo y no en la aplicación de las interpretaciones de estas medidas.

Además en Oviedo (2013) se describe el significado institucional y el significado personal de la asimetría estadística (de acuerdo al Enfoque Onto-Semiótico-EOS). En el análisis de los libros de texto, se ve una forma de enseñanza mecanizada, algoritmizada, en la que no se estimula al razonamiento y pensamiento crítico de los alumnos; además de que los conceptos no están definidos correctamente de acuerdo con la definición teórica. Análogo a las dificultades en las MTC, el entendimiento de la asimetría estadística está enfatizado en aplicar fórmulas y no en la interpretación. A diferencia de estas dos investigaciones mencionadas anteriormente, en Vilca (2012) se analizan libros texto, pero para determinar el significado de referencia de la variable aleatoria y de la distribución binomial para luego hacer una configuración epistémica que se vinculará con la configuración cognitiva de las respuestas de los alumnos a una pregunta contextualizada respecto a la distribución binomial. Los alumnos tuvieron dificultades en identificar la variable aleatoria de la distribución binomial y es menor la dificultad para identificar los parámetros, no tienen dificultad en identificar la distribución en la que están trabajando.

Estas tres investigaciones, del nivel de pregrado aplican el marco teórico: Enfoque Onto-Semiótico para sus análisis, este enfoque sirve como una herramienta eficaz para determinar los diferentes objetos matemáticos: elementos lingüísticos, situaciones-problemas, conceptos-definición, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos objetos se pueden analizar de acuerdo a las tres dimensiones que se propone en este marco teórico: la epistémica, la cognitiva y la instruccional. Enfatizamos este marco teórico, porque se ha utilizado en varias de las investigaciones de Perú analizadas en este artículo. Además, se ve la utilidad de la aplicación de este marco en el análisis de las dificultades de los alumnos.

Por otro lado, para el nivel secundario: Oyola (2015) y Ramos (2015) dan propuestas de actividades para las medidas: media aritmética y mediana y probabilidad condicional respectivamente y para el nivel de pregrado: Vega (2012) y Osorio (2012) para temas de estadística tanto descriptiva e inferencial, incluyendo la probabilidad, que se deberían tener en cuenta en la enseñanza de los docentes. En Osorio (2012) se muestra como una planificación adecuada, tratado como un proceso de instrucción puede hacer que los alumnos tengan un progreso en el entendimiento de los temas de un primer curso de matemática que contiene temas de estadística. En general, en estas cuatro investigaciones los alumnos logran una mejora considerable y adecuada en el entendimiento de temas de estadística.

Para el caso de Brasil la investigación de Júnior (2011) identifica la dificultad de los profesores con los cálculos tradicionales estadísticos y que se mejoran cuando los docentes se relacionan con el mundo real. En cambio, no sucedió mejora en definiciones respecto a heurísticas cuando se hizo un trabajo colaborativo, que implicó discusiones y actividades en probabilidad y estadística, con alumnos de la enseñanza media (Oliveira; Cordani, 2016).

Otras investigaciones como la de Júnior y Anjos (2017), Ferreira y Passos (2014) afirman que, debido a la formación inadecuada, con una enseñanza formal y técnica, que tuvieron los docentes, éstos tienen dificultades en sus conocimientos de la estadística y la probabilidad. Por otro lado, en varias investigaciones analizadas, de acuerdo con Silva, Cazorla y Kataoka (2015) hay un poco uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística.

Las diferencias de las investigaciones analizadas de Perú y Brasil, son con respecto a que en Brasil, los artículos

analizados no han tratado de análisis de los textos que utilizan los docentes para ver lo que puede repercutir en su enseñanza.

9. Dificultades de los Alumnos

Cuando se trata de limitaciones para resolver un conjunto de tareas de manera apropiada, “(...) se habla de la existencia de un obstáculo cognitivo que puede explicar la existencia de errores y dificultades especiales” (Batanero; Godino; Green; Holmes; Vallecillos, 20, p. 2). Además, Brousseau (1983) identificó tres tipos de obstáculos: a) obstáculos ontogenéticos, b) obstáculos didácticos, y c) obstáculos epistemológicos.

En las investigaciones consideradas en este artículo se habla implícitamente de los dos últimos tipos de obstáculos, que comentamos a continuación. (Brousseau, 1983): -) Obstáculos didácticos: resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza, y -) Obstáculos epistemológicos: relacionados intrínsecamente con el propio concepto y conteniendo parte del significado del mismo.

Respecto a los obstáculos didácticos, en Brasil, las investigaciones de Ody y Viali (2016) y Pereira y Souza (2016) muestran que los alumnos de enseñanza media, tienen dificultades respecto a temas de estadística y probabilidad tales como: variables, gráficas, medidas de tendencia central (justificar sus respuestas, interpretar los resultados); en la investigación de Oliveira (2011a), Júnior (2011) y Junior y Lopes (2016) las dificultades de los alumnos del nivel universitario respecto a temas de estadística y probabilidad se relacionan con el uso de libros de texto que no promueven la reflexión crítica y el pensamiento estadístico.

En el caso de Perú, las investigaciones que datan implícitamente de obstáculos epistemológicos, son las investigaciones de Osorio y Advíncula (2015) (primaria y secundaria), la de Valentín (2015) (primaria) y Salazar (2015) (secundaria), que datan que los conceptos estadísticos no son simples de asimilar, pues por ejemplo, en los procesos y los conceptos, se tiene que tener un cuidado de interpretación de acuerdo al contexto de la situación problemática. La investigación de Valentín (2015) muestra lo complejo que es la organización praxeológica de los conceptos estadísticos. En el análisis que se hace en esta investigación de un libro de texto, respecto a los gráficos estadísticos, se tuvieron diversas tareas, tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías, que influyen en el aprendizaje de los alumnos; depende la forma cómo adapte o presente el docente la enseñanza de un concepto para un buen entendimiento de parte de los alumnos.

En el caso de Brasil, en la investigación de Oliveira y Cordani (2016) se propuso actividades colaborativas, pero no mejoraron significativamente los errores de los alumnos a respuestas respecto a heurísticas de representación.

Hay una similitud en la consecuencia de una enseñanza de docentes, en el caso de Brasil: Oliveira (2011) de docentes universitarios y en el caso de Perú: Moreno (2015), de docentes del nivel secundario.

También, en las investigaciones vistas de Brasil y Perú, se ve los resultados del uso de libros de texto en los tres niveles educativos, caso Brasil, en el nivel universitario y caso Perú, en el nivel primario y secundario tal como se muestra en las investigaciones de Júnior (2011) y Junior y López (2016) (Brasil) y Valentín (2015) y Salazar (2015) (Perú).

Las diferencias que se encontraron en esta categoría: dificultades, es que en el caso de Brasil, los artículos analizados, no datan de realizar propuestas o actividades para la mejora del aprendizaje, sino hacen un diagnóstico de las dificultades y en el caso de Perú, hubieron tres investigaciones que proponen posibles actividades.

10. Conclusiones y Consideraciones Finales

En el Perú, de acuerdo a Bazán (2005), la estadística fue implementada a la educación básica (primaria y secundaria) desde el año 1987; el año 2013 el Ministerio de Educación del Perú -MINEDU junto con el Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Educación Básica -IPEBA hicieron la herramienta: Mapas de Progreso de Estadística y

Probabilidad, que son estándares nacionales de aprendizaje (en niveles) con el fin de mejorar la calidad de servicio de las instituciones educativas públicas y privadas que fueron entregados a los docentes. Sin embargo, de acuerdo a los artículos analizados, en la actualidad, existe un bajo nivel de aprendizaje en estadística de los alumnos. Esto se atribuye especialmente a la formación de docentes pues los docentes en formación tienen crisis en conocimientos; esto se confirma, por ejemplo, en la evaluación dada por el MINEDU (2013), en la que los estudiantes en formación docente tuvieron un puntaje promedio debajo de lo esperado por el MINEDU en todos los dominios evaluados (comprensión de textos, alfabetización matemática, desarrollo del estudiante y enfoque pedagógico). Exactamente, respecto a la formación docente en estadística, en el Perú no se encontraron investigaciones; pero, con los resultados dados de la evaluación docente, se puede inferir que, en estadística, existe deficiente formación. También, a nuestra experiencia con el trato con docentes de la educación básica y de acuerdo con Jiménez y Jiménez (2005), los temas planificados en los diseños curriculares no siempre se ejecutan en la clase, los temas de estadística se consideran al finalizar el año de estudios, muchas veces no se los llega a considerar o son dados de manera trivial.

Por otro lado, en Brasil, la propuesta curricular dada en los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN) sobre la enseñanza de la estadística a nivel nacional se consideró en la década de 1980 (Júnior; Anjos, 2017, p. 20); pero, en general, la enseñanza de la estadística data de 1938 (Pereira; Morettin, 1991) y también se corrobora, de acuerdo con los artículos analizados, diversas dificultades tanto de estudiantes y docentes en formación y en activo que son análogas a las de Perú. Es decir, a pesar de que en ambos países, ya se tiene bastante tiempo de haberse considerado de importancia la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en alumnos del nivel básico y de haberse dado normas y pautas curriculares para su enseñanza, a la fecha, no se ven contundentes avances en el nivel de enseñanza y aprendizaje en estadística. Análogamente, en las investigaciones a nivel internacional respecto a los conocimientos de estadística de docentes en activo, de primaria, tales como Estrella, Olfos y Mena-Lorca (2015) y de futuros docentes, tales como Vásquez y Alsina (2015) y Arteaga, Contreras y Cañadas (2014) se muestra también que los docentes y los futuros docentes, respectivamente, no están preparados para que conlleven una enseñanza idónea en la que se desenvuelva el pensamiento y la cultura estadística.

Con las pocas investigaciones analizadas de Perú y Brasil, esta investigación la consideramos un estudio inicial respecto de la enseñanza aprendizaje de la estadística; las dificultades de los alumnos y de los docentes son similares en el conocimiento de temas básicos de estadística. En conjunto, estas investigaciones nos dan un amplio panorama de los errores y dificultades tanto de alumnos como de docentes en activo y en formación en el conocimiento de temas de estadística básica; con ello lo que sigue es aplicar calidad de enseñanza con estrategias didácticas que también se han proporcionado y aplicado en diversas investigaciones como las de Ramos (2011), Oyola (2015) analizadas en este artículo e investigaciones internacionales como las de Batanero y Díaz (2012) y Garfield y Ben-Zvi (2007).

Evidenciamos la necesidad de aplicar una enseñanza que incentive la lectura, la interpretación de gráficos, de las medidas de tendencia central, de la asimetría estadística, etc. así como la utilización de las tecnologías digitales y recursos manipulativos, además vemos la necesidad del incentivo de actividades formativas que incentiven el trabajo de los profesores con la enseñanza de estadística. Es importante también, como el conocimiento de la historia sobre el surgimiento y evolución de temas de estadística como una herramienta metodológica para favorecer el aprendizaje. Y por supuesto, tener cuidado en la manera como se enfocan los temas en los libros de texto. Considerar a los libros de texto como guías mas no como lo ideal para la enseñanza, pues como se ha visto en este artículo, el abordaje de los libros de texto no es adecuado. Nos referimos a los libros de texto vistos por los autores de las investigaciones analizadas, mas no generalizamos.

En general, respecto al contenido en las investigaciones analizadas, cuando se aplicaron actividades planificadas para la enseñanza de temas de estadística, de acuerdo a las investigaciones de Perú, se logró un mejoramiento en el entendimiento de los alumnos y de acuerdo a las investigaciones analizadas de Brasil, en la investigación de Oliveira y Cordani (2016) no se

logró erradicar los errores de heurísticas de representación de un grupo de alumnos que tienen entrenamiento en estadística y probabilidad. Respecto a la muestra de estudio, en Brasil se encontraron investigaciones respecto a los conocimientos de los docentes en formación, no así en Perú.

Recomendamos realizar investigaciones en las que se ponga en común los resultados y las conclusiones de las diversas investigaciones a nivel internacional respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, realizando diversas categorizaciones tales como: actitudes hacia la estadística (que en esta investigación, en el caso de Perú, no se han considerado), aplicación del conocimiento de la historia de conceptos de estadística, investigaciones de formación de profesores en estadística (se tienen varias a nivel internacional), conocimiento didáctico estadístico de los docentes en los distintos niveles educativos, etc. Así, podemos corregir los errores, mejorar las dificultades y enfatizar los logros para su aplicación en la enseñanza y aprendizaje de la estadística en los distintos niveles educativos.

Referencias

- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. M., & Cañadas, G. (2018) Evaluación del conocimiento de la estadística y los estudiantes en futuros profesores. En Estepa, A., Contreras, A., Deulofén, J., Penalva, C., García, F. J., Ordóñez, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI*. Jaén 2012, 135-143. <<http://funes.uniandes.edu.co/11202/2/Batanero2012Evaluacion.pdf>>.
- Arteaga, P., Contreras, J. M., & Cañadas, G. (2014) Conocimiento de la estadística y los estudiantes en futuros profesores: un estudio exploratorio. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, Jaén, 6, 63-84.
- Batanero, C., & Díaz, C. Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13, abr. 2012. <[http://chjs.mat.utfsm.cl/volumes/03/01/Batanero_Diaz\(2012\).pdf](http://chjs.mat.utfsm.cl/volumes/03/01/Batanero_Diaz(2012).pdf)>.
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P., & Vallecillos, A. (2018) Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547. <<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/errors.PDF>>.
- Bazán, J. L. (2005) La estadística llega a la escuela en el Perú. En Gonzales, M., Bazán, J., Sánchez, R. (Eds.), *Coloquios sobre matemática educativa*. 87-109.
- Brasil (1998) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetro Curriculares Nacionais: Matemática*. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). MEC.
- Brousseau, G. (1983) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- Cazorla, I. M., Kataoka, V. Y., & Silva, C. B. (2010) Trajetória e Perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT-12. In: Lopes, C. E., Coutinho, C. Q. S., Almouloud, S. A. (Orgs). *Estudos e Reflexões em Educação Estatística*. São Paulo: Mercado das Letras.
- Corrêa, A. (2012) Ensinando conhecimento e educação estatística: composições analíticas no ensino médio. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 14(1), 67-63. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/8125/6829>>.
- Estrella, S., Olfos, R., & Mena-Lorca, A. (2015) El conocimiento pedagógico del contenido de estadística em profesores de primaria. *Educação Pesquisa*, 41(2), 477-493, <<http://dx.doi.org/10.1590/S1517-97022015041858>>.
- Ferreira, V., & Passos, L. (2014) A disciplina de Complementos de Matemática no curso de pedagogia (1939-1961): o pedagogo como professor de matemática. *Revista Educação Matemática Pesquisa*. 16(1), 75-93. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/17248>>.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2018) How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*, Netherlands, 75(3), 372-396. <<http://noblestatman.com/uploads/6/6/7/3/66731677/garfield.ben-zvi.how.students.learn.statistics.pdf>>.
- Jimenez, L., & Jimenez, J. (2005) Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué u por qué? *Revista digital Matemática-Educación e Internet*, Cartago <<https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/contribuciones-v6-n1-may2005/arti-aleat/index.html>>.
- Júnior, A. (2011) Avaliação de atitudes, características pessoais, uso de tecnologias e prática docente de professores de graduação em estatística. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 13(2), 253-272. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5976>>.
- Júnior, A., & Anjos R. (2017) O ensino de estocástica no currículo de Matemática no Ensino Fundamental no Brasil. *Revista Educação Matemática Pesquisa*. 19(3), 13-41. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/32679>>.
- Junior, G., & Lopes, C. (2016) O papel das estatísticas no treinamento do engenheiro de produção. *Bolema*. 30(56), 1300 - 1318, <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-1300.pdf>>.
- Ministério da Educação – Mec. (1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1º 3º e 4º ciclos*. Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- Ministerio de Educación – Minedu. (2018) *Mapas de Progreso del Aprendizaje. Matemática: Estadística y Probabilidad*. Lima, 2013. <http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MapasProgreso_Matematica_EstadisticaProbabilidad.pdf>.

- Moreno, C. (2015) *Estrategia didáctica mediante proyectos formativos para desarrollar capacidades matemáticas en Estadística Descriptiva en estudiantes del nivel secundario*. 2015, 169 f. Disertación (Maestría en Ciencias de la Educación - PRONABEC) – Escuela de Posgrado. Universidad San Ignacio de Loyola, Perú. <http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/2083/1/2015_Moreno_Estrategia-did%C3%A1ctica-mediante-proyectos.pdf>.
- Ody, M., & Viali, L. (2016) Uma avaliação da literacia estatística e probabilística no Ensino Médio. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 18(2), 923-949. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24407>>.
- Oliveira, C., & Cordani, L. (2016) Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1265-1289. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31484>>.
- Oliveira, D., & Lopes, C. (2013) A prática docente em estocástica, revelada por professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 15(4), 909-925. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/177531>>.
- Osorio, A. (2012) *Análisis de la idoneidad de un proceso de instrucción del concepto de probabilidad en la enseñanza superior*. 264 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2012. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Osorio, A., & Advíncula, E. (2015) Midiendo los logros de estudiantes de la Educación Básica Regular en Estadística y Probabilidad. En: Contreras, J. M., Batanero, C., Godino, J. D., Cañadas, G. R., Arteaga, P., Molina, E., Gea, M. M., López, M. M. (Eds.). *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Granada, p. 381-387. <<http://www.estadis.net/3/actas/COM/32.%20Midiendo%20los%20logros%20de%20estudiantes%20de%20Educaci%C3%B3n%20B%C3%A1sica%20Regular%20en%20Estad%C3%ADstica%20y%20Probabilidad%2010feb15.pdf>>.
- Oviedo, T. S. (2013) *Significado de la asimetría estadística en los alumnos de economía de la UNAC*. 135 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Oyola, W. (2015) *Propuesta didáctica basada en criterios de idoneidad para la enseñanza del uso de la media aritmética y la mediana en estudiantes de educación secundaria*. 131 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2015. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Pereira, J., & Morettin, P. (1991) Las estadísticas brasileñas y la enseñanza de la Estadística en Brasil. *Estadística española*, 33(128), 559-574.
- Pereira, F., & Souza, F. (2016) El Examen Nacional de la Enseñanza Media y la Construcción del Letrado y Pensamiento Estadístico. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1319-1343. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31486>>.
- Perú, Ministerio de Educación. (2013) *Mapas de Progreso del Aprendizaje. Matemática: Estadística y Probabilidad*. Lima. http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MapasProgreso_Matematica_EstadisticaProbabilidad.pdf.
- Ramos, C. (2015) *Movilización de los conocimientos previos requeridos para el tratamiento de la probabilidad condicional en el cuarto grado de educación secundaria básica*, 143 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2015. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Salazar, W. (2015) *Idoneidad de las tareas sobre media aritmética en textos de primer grado de educación secundaria*, 101 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2015. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Sayritupac, J. (2013) *Significados de las medidas de tendencia central. Um estudo com alumnos universitários de carreras de humanidades*. 186 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2013. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Silva, C. B., Cazorla I. M., & Kataoka, V. Y. (2015) Trajetoria e perspectivas da educação estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do gt-12. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 17(3), 578-596. <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25672/pdf>>.
- Valentín, M. (2015) *Organización praxeológica de objetos gráficos estadísticos en el texto de tercer grado de educación primaria del ministerio de educación*. 114 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2015. <<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/740/discover>>.
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2015) Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema*, 29(52), 681-703.
- Vega, E. El método de proyectos y su efecto en el aprendizaje del curso de estadística general en los estudiantes de pregrado. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 6(1).
- Vilca, M. (2015) *Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados*. 73 f. Disertación (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas) – Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, 2015.