

Contribuições do uso do software GeoGebra no estudo da derivada
Contributions of using GeoGebra software in the study of the derivative
Contribuciones al uso del software GeoGebra en el estudio de la derivada

Recebido: 20/01/2020 | Revisado: 06/02/2020 | Aceito: 18/02/2020 | Publicado: 02/03/2020

Josué Antunes de Macêdo

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7737-7509>

Universidade Estadual de Montes Claros, Brasil

E-mail: josueama@gmail.com

Anna Clara Lopes dos Santos

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8397-9629>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais, Brasil

E-mail: annaclara.santos17@gmail.com

Lailson dos Reis Pereira Lopes

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2275-5047>

Universidade Estadual de Montes Claros, Brasil

E-mail: lailson.lopespereira@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que trata do estudo da derivada como taxa de variação por meio do *software* GeoGebra, realizado com acadêmicos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais (IFNMG), Campus Januária. Para a realização da pesquisa, foi oferecido um minicurso, realizado no laboratório de Matemática da instituição, que teve como objetivo verificar como as tecnologias digitais e o *software* GeoGebra podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de taxa de variação e derivada. Como metodologia foi adotada uma abordagem qualitativa, pois procurou-se identificar a percepção e a experiência dos participantes durante o desenvolvimento do minicurso. Assim, percebeu-se que a utilização do *software* GeoGebra como recurso didático, torna o aprendizado e o estudo da derivada como taxa de variação mais fácil e viável de ser compreendido, e não somente através das mídias lápis e papel na sala de aula, para ensinar estes conteúdos, podendo assim contribuir de forma significativa no estudo do tema e consequentemente na Educação Matemática. Constatou-se que a utilização do *software*

GeoGebra como recurso didático, permite que o ensino da derivada como taxa de variação pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Educação matemática; Derivada; Taxa de variação; GeoGebra.

Abstract

This paper presents results of a research that derives from the study of the derivative as a rate of change through the GeoGebra software, conducted with academics from the Federal Institute of Education, Science and Technology of the North of Minas Gerais (IFNMG), Campus Januária. To conduct the research, a short course was offered, held in the mathematics laboratory of the institution, which aimed to verify how digital technologies and GeoGebra software can contribute to the process of teaching and learning the concepts of variation rate and derivative. As a methodology, a qualitative approach was adopted, as it sought to identify the participants' perception and experience during the development of the short course. Thus, it was realized that the use of GeoGebra software as a didactic resource, makes learning and studying the derivative as a rate of variation easier and more viable to understand, and not only through the pencil and paper media in the classroom. teach these contents, thus being able to contribute significantly in the study of the subject and consequently in the Mathematical Education. It was found that the use of GeoGebra software as a didactic resource allows the teaching of the derivative as a rate of variation can facilitate the teaching and learning process.

Keywords: Mathematics education; Derivative; Variation rate; GeoGebra.

Resumen

Este trabajo presenta los resultados de una investigación que utiliza el estudio del derivada como una razones de cambio utilizando el software GeoGebra, realizado con académicos del Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología del Norte de Minas Gerais (IFNMG), Campus Januária. Para realizar la investigación, se ofreció un curso corto, realizado en el laboratorio de Matemáticas de la institución, cuyo objetivo era verificar cómo las tecnologías digitales y el software GeoGebra pueden contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos de razones de variación y derivada. Como metodología, se adoptó un enfoque cualitativo, ya que buscaba identificar la percepción y la experiencia de los participantes durante el desarrollo del mini curso. Por lo tanto, se dio cuenta de que el uso del software GeoGebra como recurso didáctico hace que el aprendizaje y el estudio de la derivada como una tasa de cambio sea más fácil y más viable de entender, y no solo a través del lápiz y el papel en el aula, para enseñar estos contenidos, pudiendo así contribuir significativamente en el estudio del tema

y, en consecuencia, en la Educación Matemática. Se encontró que el uso del software GeoGebra como recurso didáctico, permite la enseñanza del derivado ya que una tasa de variación puede facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Educación matemática; Derivada; Tasa de cambio; GeoGebra.

1. Introdução

O que norteia este trabalho é o fato de que o avanço das tecnologias digitais, especialmente na área educacional aumentou a necessidade da utilização do computador nas escolas, pois ele pode proporcionar aos professores e alunos novas maneiras de ensinar e de aprender. Sua utilização requer dos docentes uma atenção maior no planejamento, seleção de material e execução da proposta de ensino, pois além de conhecer o conteúdo a ser abordado, se torna necessário o conhecimento de *softwares* e as possibilidades de sua utilização como recurso didático para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A inserção de novas metodologias no processo de ensino e aprendizagem é importante, uma vez que para acompanhar o avanço educacional e atender as diversas demandas colocados pelo contexto em que a educação está inserida os educadores não podem abrir mão das evoluções associadas às tecnologias digitais e devem se apropriar das abordagens mais adequadas para se trabalhar com o ensino de Matemática, de modo particular com o uso do *software* GeoGebra no estudo da derivada e da taxa de variação, dois importantes temas do Cálculo Diferencial e Integral.

Nesse sentido, objetivando trabalhar o estudo da derivada como taxa de variação por meio do *software* GeoGebra, foi planejado e desenvolvido um minicurso no laboratório de Matemática com os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática e Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais (IFNMG), Campus Januária.

Neste trabalho buscou-se identificar a importância da utilização do *software* matemático, GeoGebra, no estudo da derivada como taxa de variação. Esse *software* pode ser utilizado também em dispositivos móveis, como os tablets e os celulares, é gratuito e auxilia no processo de ensino e aprendizagem de diversos conteúdos da Matemática.

2. Taxas de Variação e Derivadas

Considerando a função arbitrária $y = f(x)$, a taxa média de variação é dada pela variação de y em relação a x no intervalo $[x_1, x_2]$, ou seja dividindo a variação do valor de $y = f(x_2) - f(x_1)$, pelo comprimento $\Delta x = x_2 - x_1 = h$ do intervalo ao longo do qual a variação ocorre (Thomas, 2012).

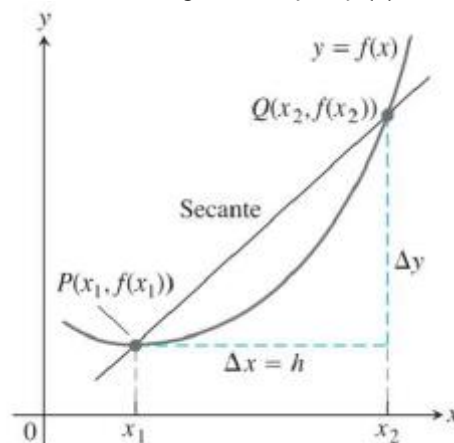
Sendo assim, a taxa de variação de $y = f(x)$ em relação a x no intervalo $[x_1, x_2]$ pode ser expressa como a variação de $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$, tal que $h \neq 0$.

Ainda de acordo com Thomas (2012, p. 56)

Geometricamente, a taxa de variação de f no intervalo $[x_1, x_2]$ é o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $P(x_1, f(x_1))$ e $Q(x_2, f(x_2))$. Em geometria, uma reta que une dois pontos de uma curva é uma secante em relação à curva. Portanto a taxa de variação média de f de x_1 a x_2 é idêntica ao coeficiente angular da secante PQ.

A Figura 1 ilustra essa situação.

Figura 1: Uma reta secante ao gráfico de $y = f(x)$ no intervalo $[x_1, x_2]$



Fonte: Thomas (2012, p. 56)

Mantendo-se o ponto P da Figura 1 fixo e movendo-se o ponto Q ao longo da curva $y = f(x)$, observa-se que o comprimento h , ao longo do intervalo $[x_1, x_2]$ se aproxima de zero, e nesse caso, a reta secante se aproxima de uma reta tangente à curva.

Nesse sentido, para Stewart (2016), o coeficiente angular da curva de $y = f(x)$ em um ponto $P(x_1, f(x_1))$ é o número $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$ desde que o limite exista e a reta tangente à curva f em P seja a reta que passa por P e tem esse coeficiente angular m .

A expressão $\frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$ no Cálculo Diferencial e Integral é chamada razão incremental de f em x_1 com incremento h . Se a razão incremental tem um limite quando h tende a zero, esse limite é denominado derivada de f em x_1 . A razão incremental pode ser

interpretada como um coeficiente angular da secante. A derivada é numericamente igual ao coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto $x = x_1$. Dessa forma a razão incremental pode ser analisada como uma taxa média de variação e a derivada indica a taxa de variação da função em relação a x no ponto $x = x_1$ (Thomas, 2012).

Nesse sentido, a taxa de variação e a derivada estão intimamente relacionadas. O *Software* GeoGebra permite a visualização e animação da situação abordada anteriormente. A próxima seção trata das aplicações da taxa de variação.

3. Aplicações

A taxa de variação pode ser utilizada em problemas de diversas áreas, como os discutidos a seguir.

Problema 1, adaptado de Thomas (2012, p. 58): Uma população de moscas-das-frutas (*Drosophila*) cresceu num experimento de 50 dias. O número de moscas foi contado a partir de intervalos regulares, os valores averiguados foram colocados num gráfico em relação ao tempo (Figura 2), e os pontos foram unidos por uma curva cheia. Determine a taxa média de crescimento do 23º dia ao 45º dia.

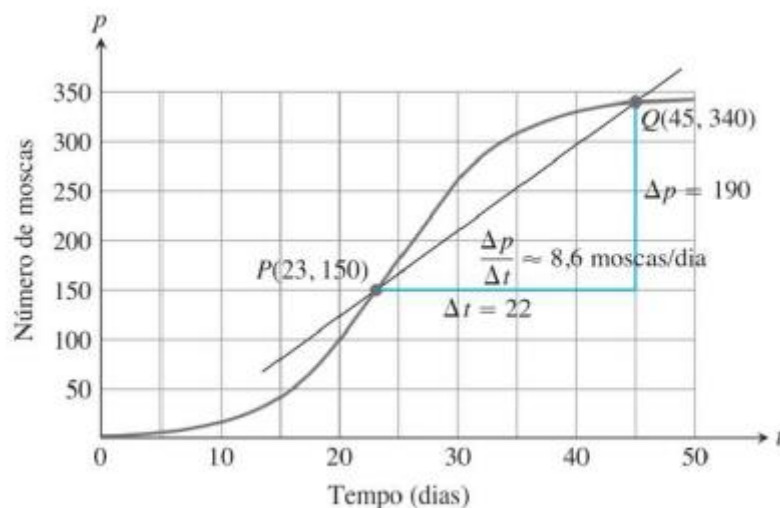


Figura 2: Crescimento de uma população de moscas-das-frutas num experimento controlado

Fonte: Thomas (2012, p. 58).

Solução: No problema dado, a taxa média de crescimento corresponde à taxa média de variação do período. Observa-se no gráfico que haviam 150 moscas no dia 23 e 340 no dia 45. Logo o número de moscas aumentou em $340 - 150 = 190$ moscas em $45 - 23 = 22$ dias. A taxa média de variação da população do 23º dia ao 45º dia foi $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{340 - 150}{45 - 23}$, então $\frac{\Delta p}{\Delta t} = 8,6$ moscas/dia.

Essa média indica o coeficiente angular da secante que passa pelos pontos P e Q no gráfico da Figura 2.

Problema 2, adaptado de Stewart (2016, p. 126): Um fabricante produz peças de tecido com largura fixa e o custo da produção de x metros desse material é $C = f(x)$.

(a) Qual o significado da derivada $f'(x)$? Quais suas unidades?

A derivada $f'(x)$ é a taxa de variação de C em relação a x ; isto é $f'(x)$ significa a taxa de variação do custo de produção em relação ao número de metros produzidos. Como $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta x}$, as unidades para $f'(x)$ são iguais àsquelas do quociente de diferenças $\frac{\Delta C}{\Delta x}$. Uma vez que ΔC é o custo e Δx os metros, segue que a unidade para $f'(x)$ é custo por metro.

(b) Em termos práticos, o que significa dizer que $f'(1000) = 9$?

A afirmação que $f'(1000) = 9$ significa que, depois de 1000 metros da peça terem sido fabricados, a taxa segundo a qual o custo de produção está aumentando é de R\$ 9,00/m. (Quando $x = 1000$, C está aumentando 9 vezes mais rápido que x .)

Uma vez que $\Delta x = 1$ é pequeno se comparado com $x = 1000$, pode-se usar a aproximação $f'(1000) \cong \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{\Delta C}{1} = \Delta C$ e dizer que o custo adicional de fabricação do milésimo primeiro metro está em torno de R\$ 9,00.

(c) O que você acha que é maior, $f'(50)$ ou $f'(500)$? Compare o resultado anterior com $f'(5000)$. Qual deles é maior?

A taxa segundo a qual o custo de produção está crescendo (por metro) é menor quando $x = 500$ do que quando $x = 50$ (o custo de fabricação do 500º metro é menor que o custo do 50º metro). Nesse caso, o fabricante usa mais eficientemente os custos fixos de produção. Então, $f'(50) > f'(500)$. Mas, à medida que a produção expande, a operação de larga escala resultante pode se tornar ineficiente, e poderiam ocorrer custos de horas extras. Logo, é possível que a taxa de crescimento dos custos possa crescer no futuro. Assim, pode ocorrer que $f'(5000) > f'(500)$.

Problema 3, adaptado de Thomas (2009, p. 134): Determinação da velocidade de uma pedra em queda livre a partir do repouso próximo à superfície da Terra. Sabe-se que a pedra cai $y = 4,9t^2$ metros durante os primeiros t segundos e pode-se usar uma sequência de velocidades médias sobre os intervalos cada vez mais curtos para estimar sua velocidade no instante $t = 1$ s. Qual a velocidade da pedra nesse momento? Seja $f(t) = 4,9t^2$. A velocidade média da pedra no intervalo entre $t = 1$ e $t = 1 + h$ segundos, pode ser determinado por:

$v = \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{4,9(1+h)^2 - 4,9(1)^2}{h} = \frac{4,9(h^2 + 2h + 1) - 4,9}{h} = 4,9(h + 2)$. A velocidade da pedra no instante $t = 1$ s é: $v = \lim_{h \rightarrow 0} 4,9(h + 2) = 4,9(0 + 2) = 9,8$ m/s.

Problema 4, adaptado de Thomas (2012, p. 140): A área A de um círculo está relacionada com seu diâmetro pela expressão:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

A que taxa a área muda em relação ao diâmetro, quando o diâmetro é igual a 10 m?

A taxa de variação da área em relação ao diâmetro é: $\frac{dA}{dD} = \frac{\pi}{4} \times 2D = \frac{\pi D}{2}$. Quando $D = 10$ m, a área varia a uma taxa de $\frac{\pi}{2} \times 10 = 5\pi$ m²/m.

Portanto, pode-se perceber que a taxa de variação é aplicável em muitas resoluções de problemas.

4. As Tecnologias Digitais no Ensino

A mediação pedagógica no ambiente escolar é fundamental para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem e as tecnologias digitais podem servir de ferramenta auxiliar no campo educacional (Fiorentini, 2003).

Com o advento das inovações tecnológicas de ensino, se fazem necessários cursos objetivando a formação dos professores para a utilização e aplicação adequada das tecnologias digitais, de modo que esses recursos tecnológicos disponíveis não se tornem perdidos, devido à utilização de forma inadequada ou sem criatividade. O mal uso das tecnologias digitais muitas vezes acaba privando os alunos de desenvolverem novos conhecimentos e habilidades que poderia ser proporcionado por meio destas inovações tecnológicas (Mouzine & Soares, 2011).

Nessa perspectiva, o uso das tecnologias digitais exige da escola e dos docentes uma nova postura na função de orientar e mediar o ensino através destes recursos. Buscando tornar as aulas mais dinâmicas, levando os alunos a participarem ativamente da construção do conhecimento, e a compreenderem como a utilização das tecnologias digitais contribuem para a aprendizagem significativa da Matemática.

Dessa forma, o processo de ensino e aprendizagem deve estar voltado não somente para o ensino de conteúdos específicos, mas também para a utilização dos recursos tecnológicos como apoio didático nesse processo. Além disso, visto que o professor é o mediador do ensino,

deve-se buscar estratégias que possibilite que a aprendizagem se desenvolva de forma significativa.

Em relação às práticas avaliativas, embora muitas vezes, avaliem os estudantes somente através de provas utilizando apenas as mídias lápis e papel, como único recurso para verificar o grau de conhecimento de cada um, poderiam e deveriam também incorporar as tecnologias digitais ao processo de avaliação.

Seguindo esta linha de pensamento, na docência as mudanças advindas das inovações educacionais tiram o professor do comodismo em relação à sua prática, pois ele deve atualizar seus conhecimentos e habilidades a respeito de novos recursos, tais como as tecnologias digitais, sem contar que a profissão por si mesma exige que os professores estejam em constante formação.

No entanto é necessário observar que o uso de determinada tecnologia considerada atual, não deve implicar no abandono de outras tecnologias. Os recursos e tecnologias disponíveis devem se complementar, na atividade prática do professor dentro da sala de aula. Este, deve analisar qual a mídia mais adequada para atender a um determinado propósito (Borba & Penteado, 2010).

Para que se tenha êxito na sua modernização, as técnicas de ensino precisam ser usadas de forma crítica, devendo estar associada à realidade educacional e baseada em princípios psicopedagógicos que relacionam o ensino e a aprendizagem (Serafim & Sousa, 2011).

Dessa forma, há uma ligação entre o uso da tecnologia e o processo de ensino, o qual deve ser bem planejado, senão a aprendizagem não se dará de forma significativa para os alunos. É necessário que o aluno tenha conhecimento dos objetivos que o professor espera serem alcançados por eles no ensino de determinado conteúdo.

No processo de ensino e aprendizagem de Matemática, um recurso didático, que tem sido bastante utilizado é o GeoGebra. De acordo com Macêdo, Nunes & Voelzke (2015), a utilização desse *software* cria possibilidades para que os alunos assimilem e compreendam os conteúdos matemáticos através da utilização das diversas ferramentas que o *software* disponibiliza, uma vez que o uso restrito das mídias lápis e papel, o aprendizado não se torna tão significativo.

Nesse sentido, não se trata somente de uma qualificação profissional, mas uma maneira mais ampla de adquirir competências, que torna o professor apto a enfrentar diversas situações advindas do seu meio de trabalho, e o recurso didático, *software* computacional, pode possibilitar ao professor, adquirir novas competências.

Sabe-se que a prática de alguns professores são sempre as mesmas, não mudam sua metodologia de ensino e acabam fixando sua prática em uma zona sem risco, não avançam na busca de novos conhecimentos, tem receio da mudança, pois pode gerar incertezas e imprevistos.

O professor é um agente transformador no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, é recomendável utilizar o computador na sala de aula como uma ferramenta auxiliadora na explicação dos conteúdos.

Existem vários *softwares* livres que podem ser utilizados nas aulas de Matemática, tais como o *Winmat*, que pode ser usado para o ensino de álgebra linear, matrizes e sistemas lineares. Para o esboço de gráficos, pode-se citar o *Graph*, *Graphmatica*, *Graphequation* e o *Winplot* bem como outros descritos por Macêdo, Almeida & Voelzke (2016).

Os futuros docentes durante a formação inicial devem analisar as diversas possibilidades e alternativas de se trabalhar em sala de aula depois de formados, procurando assim obter resultados satisfatórios com o uso de novas estratégias, investigações e problematizações.

Os aplicativos computacionais devem ser utilizados de forma coerente, em função de um objetivo pré-estabelecido. É na prática docente que ocorre a relação entre professor e aluno e ainda, é através dela no dia a dia que o docente percebe como essa relação pode se tornar melhor.

É importante compreender que a relação existente entre as tecnologias digitais e o ensino de Matemática deve ser pensada de forma interligada para que haja significado no que está sendo ensinado pelo professor, uma vez que o objetivo maior em qualquer prática educativa é o aprendizado. Também é necessário que o professor perceba que o acesso às mídias digitais pode gerar novas possibilidades para a sua formação enquanto profissional da área da educação.

De acordo com Macêdo & Santos (2019), percebe-se que as tecnologias digitais possibilitam associar o conhecimento do cotidiano com os conteúdos explorados dentro da sala de aula, porém, é necessário saber utilizar as ferramentas de forma correta a fim de promover uma aprendizagem significativa, que permita a interação entre o sujeito que ensina, o conteúdo ensinado, e o sujeito que aprende.

Nota-se um avanço das tecnologias digitais de ensino intensificados com o acesso à informatização nas escolas, mas ainda é um desafio que todos os professores conheçam e se interessem pela utilização das tecnologias digitais no ensino.

Pode-se constatar que a inserção de *softwares* dinâmicos implica numa melhoria da aprendizagem, uma vez que o aluno reflete em como se deve usar as ferramentas existentes e

percebem que para aprender Matemática também pode utilizar esses recursos digitais e não somente as mídias lápis e papel.

Atualmente é um desafio para as escolas se adaptarem à realidade tecnológica, uma vez que há inúmeros fatores dificultando esse avanço, tais como, a adequação do currículo, quebra de paradigmas, disponibilização de ambientes informatizados de qualidade e também uma contínua formação por parte dos docentes na área da tecnologia e da educação. (Santos & Macêdo, 2013, 2015)

Diante de tudo isso, o professor deve constantemente buscar novas formas que promovam a aprendizagem, uma vez que aprender vai além de memorizar, e que ensinar não é somente repassar conteúdos prontos.

Portanto, quanto mais o professor se insere na esfera tecnológica e informatizada, maior é a probabilidade de se deparar com desafios matemáticos não familiares. Compreende-se então que o professor não é aquele que possui todo o conhecimento, mas sim, um ser em formação.

5. Procedimentos Metodológicos

A metodologia utilizada foi a pesquisa-ação, que de acordo com Ludwig (2012), trata-se de uma atividade cooperativa entre pesquisadores e os sujeitos colaboradores da pesquisa.

Pereira et al. (2018), afirmam que as instituições educacionais são locais ideais para se realizar a pesquisa-ação, pois os problemas da comunidade escolar, tais como os relacionados aos processos de ensino e aprendizagem ou de infraestrutura, são difíceis de serem solucionados de maneira individual.

A natureza da pesquisa se baseia em uma abordagem mista, que de acordo com Creswel (2010, p. 27) “[...] combina ou associa as formas qualitativa e quantitativa. Envolve suposições filosóficas, as abordagens qualitativas e quantitativas e a mistura das duas abordagens em um estudo.”

Nesse sentido, Ibid. (p. 27) considera que a abordagem mista, possibilita um estudo maior do que se utilizasse a pesquisa qualitativa e quantitativa isoladas. Considerando ainda que, o estudo representa muito mais que uma simples coleta e análise de dados, pois envolve a utilização de duas abordagens em conjunto.

Para coleta de dados, foi oferecido para acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física, do Instituto Federal de educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais (IFNMG) Campus Januária, um minicurso intitulado o ‘Estudo da derivada como taxa

de variação por meio do *software* GeoGebra', com duração de vinte horas, realizado durante quatro semanas, na modalidade semipresencial. As aulas presenciais do minicurso, totalizando quatorze horas aconteceram no laboratório de Matemática da instituição, em que foram utilizados recursos tais como, computadores, *slides*, *data show*, quadro, pincel e um *software* matemático gratuito, o GeoGebra. E seis horas, foram realizadas por meio de atividades dirigidas realizadas fora do ambiente escolar.

A pesquisa teve como participantes colaboradores os quinze acadêmicos que realizaram o minicurso, sendo doze acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática e três de Licenciatura em Física, sendo estes, matriculados em variados períodos dos dois cursos.

Utilizou-se como instrumentos de coleta de dados questionários e observações. Foram aplicados dois questionários, sendo que o questionário inicial ou diagnóstico, aplicado no primeiro dia do minicurso, teve como objetivo sondar os conhecimentos prévios dos acadêmicos sobre a taxa de variação, limite e derivada, além de compreender se os participantes da pesquisa conheciam o *software* a ser utilizado ao longo do minicurso.

O questionário final indagava a respeito daquilo que aprenderam durante o minicurso, e sobre o que poderiam sugerir como melhorias para um próximo curso. Possibilitou também comparar se os sujeitos aprenderam ou não as questões que tinham sido propostas no primeiro questionário, pois algumas delas foram aplicadas novamente.

No minicurso abordou-se os conteúdos: reta secante e tangente, limite, taxa de variação, derivada e sua interpretação gráfica. O objetivo foi utilizar o *software* como um recurso mediativo e importante na compreensão não só da derivada e taxa de variação, como na formação inicial e continuada dos futuros docentes em Matemática e Física, e sua utilização no dia a dia enquanto alunos da graduação.

O conteúdo escolhido, derivada e taxa de variação é estudado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e os acadêmicos muitas vezes o veem de forma superficial e abstrata, sem perceber sua vasta aplicação em muitas áreas do ensino, da pesquisa, e em outras disciplinas que necessitam desse conteúdo para analisarem dados experimentais.

A finalidade deste minicurso foi proporcionar aos participantes da pesquisa a oportunidade de estudar o limite, a taxa de variação e a derivada de uma forma diferente, através da utilização do *software* matemático GeoGebra. Dessa forma os acadêmicos realizaram atividades propostas no computador, e a partir daí, conseguiram assimilar melhor os conceitos, refinando as percepções acerca dos conteúdos.

Para tanto, foram propostas três sequências didáticas que foram desenvolvidas no minicurso e em casa pelos acadêmicos, a fim de aprimorar o conhecimento que possuíam, com

o auxílio do *software*, visando um aprendizado significativo a respeito da derivada e taxa de variação.

As sequências didáticas trataram dos seguintes temas: (i) análise da equação da reta; (ii) coeficiente angular e limite, e (iii) taxa de variação e derivada. Todas desenvolvidas com o auxílio do *software* GeoGebra.

6. Análise dos Dados e Discussões

Ao desenvolver-se o minicurso sobre o estudo da derivada como taxa de variação, por meio do *software* GeoGebra, através dos dados coletados foi possível analisar e compreender de maneira qualitativa as respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa.

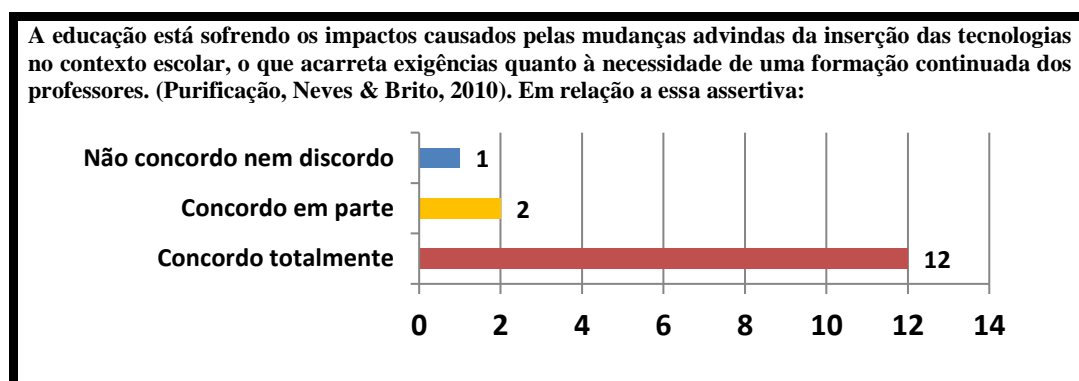
Dessa forma, analisou-se o conhecimento que os acadêmicos possuíam antes de iniciar o minicurso e o que eles aprenderam após o término das atividades.

Nos gráficos 1, 2, 3 e 4 estão representadas as respostas dos quinze participantes referentes ao questionário aplicado no final do minicurso. Em cada questão havia as seguintes opções de resposta:

- Discordo totalmente (se você discorda em 100,0% da afirmativa);
- Discordo em parte (se você discorda da afirmativa, mas não em 100,0%);
- Não concordo nem discordo (se você está indeciso ou neutro em relação a afirmativa);
- Concordo em parte (se você concorda com a afirmativa, mas não em 100,0%);
- Concordo totalmente (se você concorda em 100,0% da afirmativa).

Os acadêmicos foram questionados quanto às mudanças e impactos causados pelas tecnologias no contexto escolar, como pode-se ver no Gráfico 1.

Gráfico 1: Necessidade de formação continuada aos professores



Fonte: Dados da pesquisa.

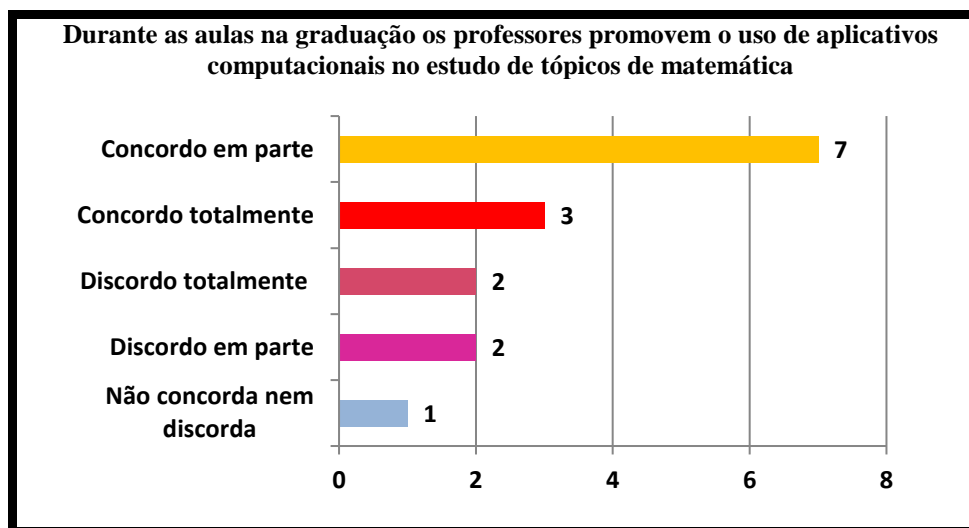
A maioria dos acadêmicos que responderam ao questionário relatou concordar totalmente com a assertiva abordada no Gráfico 1, vindo assim a corroborar com os autores Purificação, Neves & Brito (2010), ao afirmarem que a educação está sendo influenciada de forma efetiva pelas tecnologias e assim, é preciso que os professores busquem se atualizar quanto à utilização das tecnologias, para que não sejam rotulados como desatualizados.

Outros disseram concordar em parte, pois mesmo que haja esta inserção, na educação não ocorre de forma efetiva em todos os níveis de ensino, e, apenas um disse que não concorda nem discorda. Em geral, percebeu-se que os acadêmicos concordam que a tecnologia se faz presente no cotidiano, e que é importante estar atualizado quanto à utilização não só dos *softwares* matemáticos, mas também das outras tecnologias, aquelas que são de cunho educação, existentes atualmente.

Em relação ao conhecimento prévio do *software* GeoGebra, alguns alunos o conheciam superficialmente, porém, a maioria nunca tinha ouvido falar que existia este aplicativo, mas não hesitaram em querer aprender a manusear esta ferramenta tecnológica.

Quando questionados se durante as aulas na graduação os professores promovem o uso de aplicativos computacionais no estudo de tópicos de Matemática, analisando as respostas, foi possível obter os dados mostrados no Gráfico 2.

Gráfico 2: O uso de aplicativos computacionais no estudo de tópicos de matemática



Fonte: Dados da pesquisa.

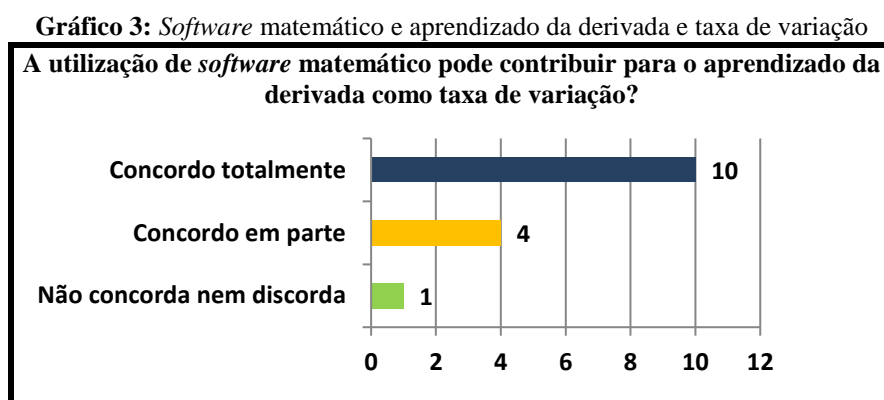
De acordo com o Gráfico 2, percebe-se que os sujeitos da pesquisa consideram que os aplicativos computacionais têm sido pouco utilizados pelos professores no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

E consoante a esta análise os autores Macêdo, Nunes e Voelzke (2015), afirmam que os recursos computacionais disponibilizados pelo GeoGebra possibilitam uma melhor aprendizagem dos conteúdos na área do cálculo e da construção dos gráficos, possibilitando assim, o aprofundamento de conceitos já estudados.

Menos da metade dos acadêmicos concordam totalmente com a assertiva, nesse sentido, há professores que utilizam e veem a importância de se utilizar os aplicativos computacionais em suas aulas.

Quanto a utilização das tecnologias digitais como recuso didático, Masetto (2006) alerta que na educação, seja ela na modalidade presencial ou virtual, não se deve utilizar as tecnologias digitais, as mídias e os *softwares* de forma isolada, mas estas ferramentas devem ser um auxiliador no processo de ensino e aprendizagem. Isso requer que o professor planeje as atividades, tal que haja uma relação entre o que vai ser ensinado e os objetivos pretendidos, para que se tenha uma aprendizagem eficaz e significativa.

Foi perguntado aos participantes se a utilização de *software* matemático pode contribuir para o aprendizado da derivada e taxa de variação. As respostas estão representadas no Gráfico 3.



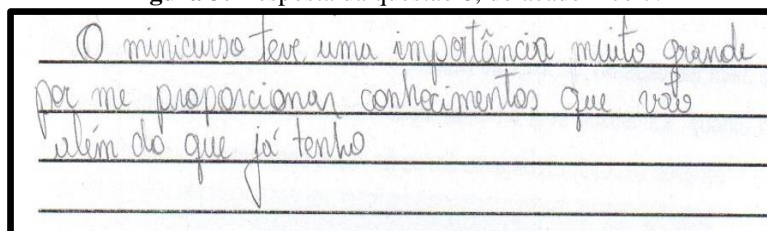
Fonte: Dados da pesquisa.

As respostas dos acadêmicos apontam a importância dada a utilização dos *softwares* matemáticos nas aulas. Nesse sentido, de acordo com Almeida (2013), torna-se necessário cada vez mais fazer uso das tecnologias digitais, uma vez que é grande a sua contribuição e sua eficiência no campo educativo.

Em relação às respostas dos acadêmicos, estas apontam a importância dada a utilização dos *softwares* matemáticos nas aulas. Nesse sentido, de acordo com Almeida (2013), torna-se necessário cada vez mais fazer uso das tecnologias digitais, uma vez que é grande a sua contribuição e sua eficiência no campo educativo.

Quando questionados “*Os recursos computacionais são auxiliares ao processo de ensino e aprendizagem da matemática não só na graduação quanto na educação básica.*” Todos os acadêmicos responderam que concordam totalmente quanto a essa assertiva. Pode-se ver isto, através da resposta do acadêmico 7 na Figuras 3:

Figura 3: Resposta da questão 8, do acadêmico 7.



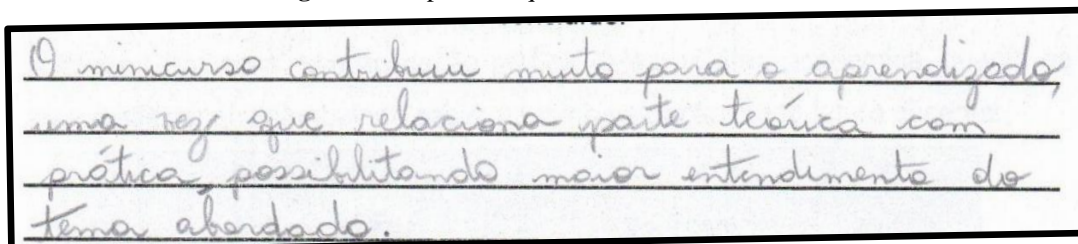
O minicurso teve uma importância muito grande por me proporcionar conhecimentos que vão além do que já tenho

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebe-se claramente na Figura 3 que o acadêmico percebeu a importância do minicurso para a sua formação docente, pois lhe permitiu aumentar o seu conhecimento, e isso é importante para a sua futura atuação.

A Figura 4 apresenta a resposta do acadêmico 11.

Figura 4: Resposta da questão 8, do acadêmico 11.



O minicurso contribuiu muito para o aprendizado, uma vez que relaciona parte teórica com prática, possibilitando maior entendimento do tema abordado.

Fonte: Dados da pesquisa.

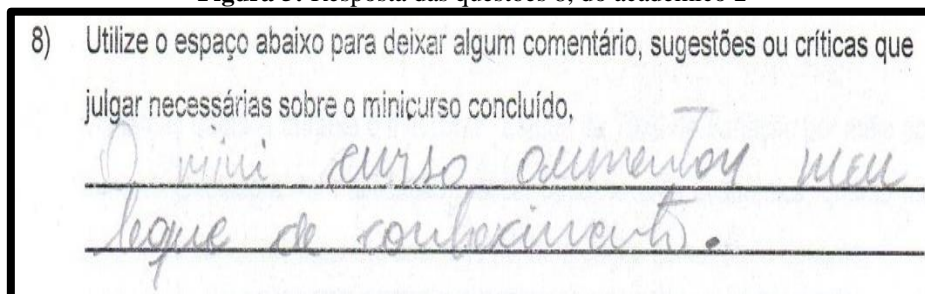
O acadêmico 11 aborda na Figura 4 a importância de se relacionar teoria e prática, fato que foi observado na realização do minicurso, durante as atividades desenvolvidas.

A partir disso, ao relacionar o conhecimento que os alunos já possuem com a utilização dos recursos tecnológicos, há uma melhor compreensão do que está sendo estudado e também se pode associar a teoria e prática, para que ocorra um aprendizado significativo.

Nesse sentido, Serafim & Sousa (2011), consideram que se torna necessário que as escolas promovam o uso das tecnologias digitais, sendo que os professores devem se apropriar do conhecimento para utilizá-los adequadamente a fim de dinamizar o processo de ensino e aprendizagem e transformar a informação em conhecimento.

Diante do exposto, considera-se positivo o minicurso, pois a maioria dos participantes compreendeu a importância de se utilizar as tecnologias digitais em sala de aula. Pode-se notar isto na resposta do acadêmico 2, quanto a satisfação e aprendizagem, apresentada na Figura 5.

Figura 5: Resposta das questões 8, do acadêmico 2



Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a resposta dada na Figura 5, pode-se concluir que o minicurso contribuiu para que os acadêmicos aprendessem o que tinha sido proposto e confirmar que o recurso utilizado, o *software* GeoGebra, é um importante mediador no processo de ensino e aprendizagem. Corroborando as concepções de Borba & Penteadó (2010), que consideram que sendo o *software* um recurso de apoio didático, permite a compreensão e construção do saber pedagógico, transformando-o em conhecimento.

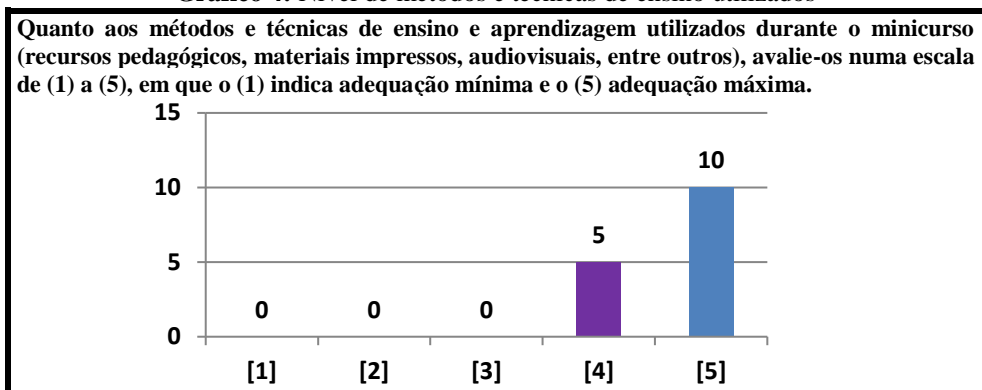
Os acadêmicos responderam de forma unânime na questão final do questionário, que o minicurso ‘Estudo da Derivada como Taxa de Variação por meio do *software* GeoGebra’ proporcionou novos saberes sobre o assunto.

E todos responderam que tiveram a oportunidade de reformular conceitos e pontos de vista que tinham sobre derivada e taxa de variação.

Quando indagados sobre a afirmativa: “*Os temas tratados durante o minicurso ‘Estudo da Taxa de Variação por meio do software GeoGebra’ tem aplicação prática, tanto na área acadêmica, quanto na área profissional, contribuindo assim na minha atuação como futuro docente.*”, responderam de forma unânime que concordam totalmente. Conforme Lévy (2001), a maior parte dos programas computacionais atuais, desempenham um papel reorganizador, tal que os usuários modificam seus reflexos mentais e criam novos conhecimentos.

Quanto aos recursos didáticos e procedimentos metodológicos utilizados durante o minicurso (recursos pedagógicos, materiais impressos, audiovisuais, entre outros), os acadêmicos avaliaram numa escala de (1) a (5), em que o (1) indica adequação mínima e o (5) adequação máxima, como se pode visualizar no Gráfico 4:

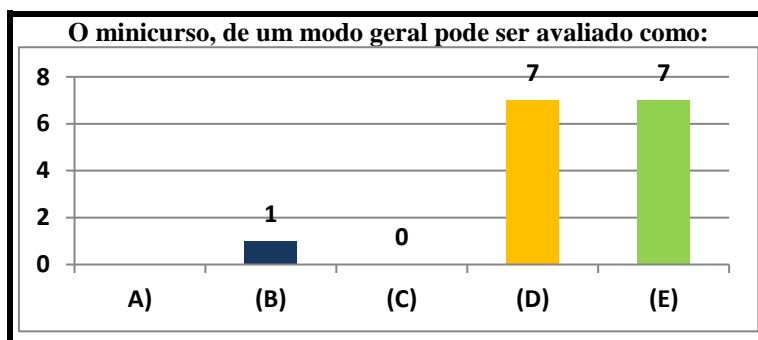
Gráfico 4: Nível de métodos e técnicas de ensino utilizados



Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com as respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa, os métodos e as técnicas utilizadas para o ensino e aprendizagem foram satisfatórios, uma vez que os participantes consideraram a adequação nos níveis 4 e 5. Pode-se perceber isto através do Gráfico 5, pois foi questionado aos acadêmicos como o minicurso de um modo geral pode ser avaliado, e as alternativas eram: (A) Regular; (B) Bom; (C) Muito Bom; (D) Ótimo e (E) Excelente.

Gráfico 5: Avaliação do minicurso



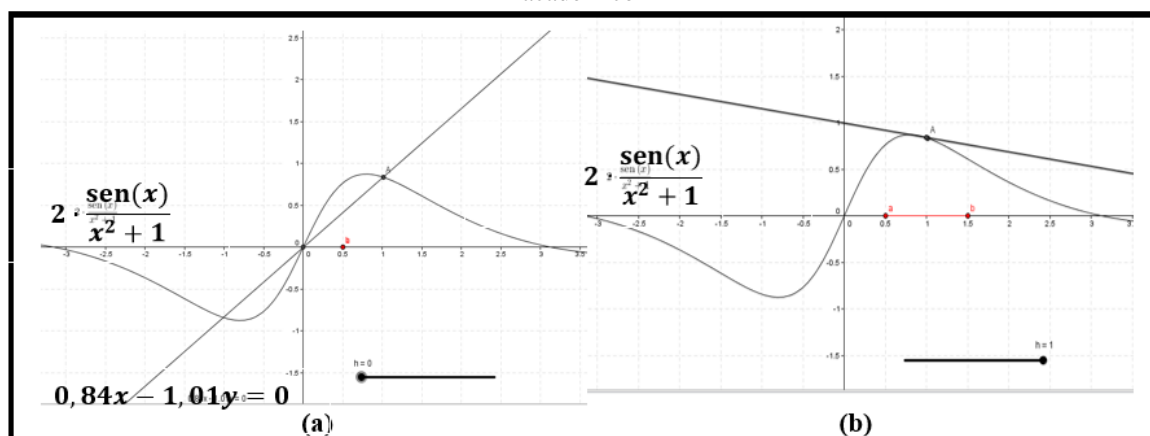
Fonte: Dados da pesquisa.

Pelo Gráfico 5, sete acadêmicos avaliaram o minicurso como ótimo ou excelente e apenas um participante o considerou como bom, sendo assim, os objetivos traçados foram alcançados.

O minicurso possibilitou desenvolver o espírito de criatividade e o aprofundamento no estudo da derivada e taxa de variação por meio do GeoGebra, dessa forma, as atividades propostas permitiram aos acadêmicos refletirem e analisarem o que ocorria à medida que variava os comandos nas sequências didáticas.

A Figura 6 apresenta a plotagem de uma função e sua relação com a reta secante, tangente e a taxa de variação, feita pelo acadêmico 2:

Figura 6: Resolução de atividade sobre reta secante (a) e tangente (b), plotado no *software* GeoGebra pelo acadêmico 2



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir das atividades propostas e do desenvolvimento ao longo do minicurso, os acadêmicos participantes puderam compreender de forma significativa como a reta secante em relação a uma curva, está relacionada com a taxa de variação de uma função real em um dado intervalo real, como ilustrado na Figura 6.

Portanto, o estudo, a investigação, a reflexão e a troca de experiências por meio deste minicurso foram eficientes para se chegar à aprendizagem da derivada e taxa de variação.

7. Considerações Finais

Diante do exposto nesta pesquisa, percebe-se que o uso das tecnologias digitais, especialmente o *software* GeoGebra, na formação docente, proporciona a formulação e compreensão de conteúdos matemáticos em suas várias formas, construção de conceitos, resoluções de problemas, aplicações em atividades do dia a dia, uma vez que utilizando somente as mídias lápis e papel, a visualização pode ficar comprometida, requerendo uma capacidade de abstração bastante aguçada, o que muitas vezes demanda mais tempo do que o uso do *software*. Seja nas construções, como no processo de compreensão.

Ao aprender a manusear e lidar com as principais ferramentas de plotagem de gráficos no *software* utilizado, ficou claro aos acadêmicos que o uso das tecnologias digitais possibilita analisar e refletir sobre os caminhos que se deve tomar para realizar as atividades propostas, e sua relação com a teoria dos conteúdos sobre o estudo da derivada e taxa de variação por meio do *software* GeoGebra.

A interação com os acadêmicos ao longo do minicurso foi eficaz, interessante e produtiva. Ao compreender suas dificuldades, questionamentos e opiniões, foi possível

aprender com cada um deles, contribuindo de forma direta e indireta na formação pessoal e profissional de todos os sujeitos envolvidos na pesquisa. Consequência disto foi a participação efetiva na resolução das atividades propostas e dos questionários preenchidos, mesmo que alguns inicialmente tivessem dificuldade em manusear o *software* GeoGebra, por não possuir familiaridade com suas funções.

A produção deste trabalho permitiu refletir como a utilização do *software* GeoGebra pode ser eficaz no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral.

Conclui-se portanto, que o professor deve sair da zona de conforto e utilizar as tecnologias digitais em suas aulas, e ao realizar o seu planejamento, repensar o seu fazer pedagógico no ensino da Matemática. A fim de inovar e se apropriar dos novos recursos tecnológicos, contribuindo para que os acadêmicos sejam estimulados a utilizar das tecnologias digitais.

Dessa forma, o minicurso contribuiu de forma significativa para que os sujeitos da pesquisa utilizassem o *software* GeoGebra para o estudo da derivada como taxa de variação e assim pudessem relacionar os conhecimentos que possuíam com novos conhecimentos proporcionados com a utilização dessa ferramenta tecnológica apresentada a eles, podendo assim, pensar sobre a utilização deste recurso como um mediador no processo de ensino e aprendizagem, não só na graduação, quanto na carreira profissional como futuros docentes.

A pesquisa relatada nesse trabalho não teve a intenção de esgotar toda a temática sobre a utilização do *software* GeoGebra no estudo de taxa de variação e derivadas. Nesse sentido, como sugestões de trabalhos futuros, pode se pensar em estratégias e sequências didáticas envolvendo o uso do GeoGebra na criação de animações para o uso em pesquisas no ensino de derivadas e suas aplicações.

Referências

Almeida, S. N. (2013). *Software livre no ensino de matemática: possíveis contribuições*. 41 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – Campus Januária

Borba, M. C. & Penteado, M. G. (2010). *Informática e educação matemática*. 3ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto*. 3ed. São Paulo, Artmed.

Fiorentini, D. (org.) (2003). *Formação de professores de matemática, explorando novos caminhos com outros olhares*. Campinas, Mercado de Letras.

Lévy, P. (2001). *As tecnologias da inteligência: O futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro, Ed. 34.

Ludwig, A. C. (2012). *Fundamentos e prática de metodologia científica*. 2ed. Petrópolis, Vozes.

Macêdo, J. A., Almeida, S. N. & Voelzke, M. R. (2016). Descrições de programas livres e gratuitos para o ensino da matemática. *Revista Abakós*, Belo Horizonte (MG), 4 (2), 3-19. DOI: <https://doi.org/10.5752/P.2316-9451.2016v4n2p3>

Macêdo, J. A., Nunes, T. C. S. & Voelzke, M. R. (2015). Objetos de aprendizagem no estudo de tópicos de matemática. *Revista Tecnologias na Educação*, 7 (13), 1-10.

Macêdo, J. A. & Santos, A. C. F. (2019). Estudo de funções transcendentais usando o *software* GeoGebra. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 9 (1), 62-78.

Masetto, M. T. (2006). Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In: Moran, J. M., Masetto, M. T. & Behrens, M. A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. São Paulo: Papirus, Cap.3; 133-172.

Mouzine, T. A. D. & Soares, C. S. (2011) *Desenvolvimento e avaliação de sistema multimídia para ensino e aprendizado em topografia*. In: Sousa, R. P., Moita, F. M. G. S. C. & Carvalho, A. B. G. (orgs). *Tecnologias digitais na educação*. Campina Grande, Eduepb.

Pereira, A.S. et al. (2018). *Metodologia da pesquisa científica*. [e-book]. Santa Maria. Ed. UAB/NTE/UFSM. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/15824/Lic_Computacao_Metodologia-Pesquisa-Cientifica.pdf?sequence=1. Acesso em: 05 fev. 2020.

Purificação, I. C. & Neves, T. G., Brito, G. S. (2010). *Professores de matemática e as novas tecnologias: medo e sedução*. In: Beline, W. & Costa, N. M. L. (Orgs). *Educação matemática, tecnologia e formação de professores: algumas reflexões*. Campo Mourão: Editora da FECILCAM.

Santos, A. C. F. & Macêdo, J. A. (2013). A utilização das tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática e física. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, Curitiba, 1-16.

Santos, A. C. F. & Macêdo, J. A. (2015). Uso dos softwares GeoGebra e winplot no estudo de funções transcendentais. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis (SC), 10 (2), 155-166.

Serafim, M. L. & Sousa, R. P. (2011). *Multimídia na educação: o vídeo digital integrado ao contexto escolar*. In: Sousa, R. P., Moita, F. M. G. S. C. & Carvalho, A. B. G. (orgs). *Tecnologias digitais na educação*. Campina Grande, Eduepb, 19-51.

Stewart, J. (2016). *Cálculo: volume 1*. 8. ed. São Paulo, Cengage Learning.

Thomas, G. B. (2009). *Cálculo: volume 1*. 11. ed. São Paulo, Addison Wesley.

Thomas, G. B. (2012). *Cálculo: volume 1*. 12. ed. São Paulo, Pearson Education do Brasil

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Josué Antunes de Macêdo – 33,3%

Anna Clara Lopes dos Santos – 33,4%

Lailson dos Reis Pereira Lopes – 33,3%