

Pitágoras e o seu teorema: algumas considerações acerca do ensino e demonstrações

Pythagoras and his theorem: some considerations about teaching and demonstrations

Pitágoras y su teorema: algunas consideraciones sobre la enseñanza y las demostraciones

Recebido: 13/04/2022 | Revisado: 22/04/2022 | Aceito: 26/04/2022 | Publicado: 29/04/2022

Francisco Erilson Freire de Oliveira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0960-3081>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Brasil

E-mail: erilson.freire@ifto.edu.br

Erikson da Silva Braz

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9532-2277>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: erikson.sbraz@gmail.com

Paulo Henrique de Araujo Pereira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6368-2473>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Brasil

E-mail: paulo.araujo@ifto.edu.br

Jarles Oliveira Silva Noletto

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4778-3335>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Brasil

E-mail: jarles.noletto@ifto.edu.br

Resumo

A disciplina de Matemática apresenta dificuldades em seu processo de ensino-aprendizagem, principalmente no tocante à geometria. Diante disso, a presente pesquisa tem por objetivo discutir as razões pelas quais a geometria é considerada uma disciplina difícil de aprender; provocar reflexões acerca da utilização da história da geometria no processo de ensino e aprendizagem desta área; e subsidiar o trabalho docente em relação ao conteúdo Teorema de Pitágoras. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa e configura-se como levantamento bibliográfico, onde se utilizou estudos de Eves (1992), Boyer (2012) entre outros, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais. Em síntese, se nota que a forma como é abordada a geometria em sala de aula é uma das causas do porquê esse é um conteúdo difícil de aprender. Acreditamos que o uso da história como metodologia de ensino favorece a introdução do conteúdo de geometria, pois assim o educando percebe que o conteúdo deriva da construção humana.

Palavras-chave: Geometria; Ensino; Demonstrações; História da geometria.

Abstract

The Mathematics discipline presents difficulties in its teaching-learning process, especially with regard to geometry. Therefore, the present research aims to discuss the reasons why geometry is considered a difficult discipline to learn; to provoke reflections about the use of the history of geometry in the teaching and learning process of this area; and to subsidize the teaching work in relation to the Pythagorean Theorem content. This is a qualitative research and is configured as a bibliographic survey, which used studies by Eves (1992), Boyer (2012) among others, as well as the National Curriculum Parameters. In summary, it is noted that the way in which geometry is approached in the classroom is one of the reasons why this content is difficult to learn. We believe that the use of history as a teaching methodology favors the introduction of geometry content, as the student perceives that the content derives from human construction.

Keywords: Geometry; Teaching; Demonstrations, History of geometry.

Resumen

La disciplina Matemática presenta dificultades en su proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente en lo que se refiere a la geometría. Por lo tanto, la presente investigación tiene como objetivo discutir las razones por las cuales la geometría es considerada una disciplina difícil de aprender; provocar reflexiones sobre el uso de la historia de la geometría en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área; y subvencionar la labor docente en relación con los contenidos del Teorema de Pitágoras. Se trata de una investigación cualitativa y se configura como un levantamiento bibliográfico, que utilizó estudios de Eves (1992), Boyer (2012) entre otros, así como los Parámetros Curriculares Nacionales. En resumen, se observa que la forma en que se aborda la geometría en el aula es una de las razones por las que este contenido es difícil de aprender. Creemos que el uso de la historia como metodología de enseñanza favorece la introducción de contenidos de geometría, ya que el estudiante percibe que los contenidos derivan de la construcción humana.

Palabras clave: Geometría; Enseñando; Demostraciones; Historia de la geometría.

1. Introdução

Temos a consciência de que a Matemática é uma das disciplinas mais belas de toda a escolarização básica, porém ela vem carregada de intrínsecas dificuldades, principalmente no tocante a geometria. Uma das dificuldades aparecem devido ao fato dela ser abordada totalmente distante do conhecimento de mundo dos educandos, não enfatizando os aspectos intuitivos e focando apenas procedimentos, como apontam Ferreira et al. (2013). Silva Jr. (2020) também aponta que a realização de cálculos e problemas matemáticos são algumas das dificuldades mais recorrentes.

O ensino da Matemática exige que os professores estejam “aptos a redescobrir maneiras mais simples e dinâmicas de ensiná-la na sala de aula, devido a sua importância para as práticas cotidianas” dos alunos (Silva, Sousa & Medeiros, 2020, p.1).

Neste trabalho discutimos um pouco sobre o surgimento da geometria, destacamos a necessidade da construção de conhecimentos geométricos pelos alunos da educação básica e mostramos o quanto é importante discorrer sobre a história do conteúdo antes de introduzi-lo nas aulas aos educandos, pois saber sobre o surgimento de cada conteúdo faz com que o educando consiga perceber que todo conhecimento matemático derivou da construção humana.

Pontuamos um pouco sobre a geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que embasam o trabalho docente de modo a aperfeiçoar a prática pedagógica durante as aulas na educação básica.

Também discorreremos sobre a problemática historicamente estabelecida em relação ao ensino de geometria no Brasil. Segundo Pavanelo (1989), a partir do ano 1960, a geometria passou a ser pouco trabalhada e muitas vezes até abandonada pelos professores, devido ao fato de que a orientação para o trabalho desta área era direcionada às estruturas (planos vetoriais ou transformações), procedimentos pouco dominados pelos professores.

Outro fator que contribuiu para o abandono do ensino da geometria na educação básica se deu pelo fato de ser muito focado na parte de conteúdos relativos ao bloco números, operações e álgebra, sendo deixado por último o conteúdo de geometria (Delmanto, 2007, citado por Almeida & Costacurta, 2010). Isso causou consequências que se refletem ainda nos dias atuais.

Percebemos a dificuldade dos alunos no tocante a essa área do conhecimento, dentre outros, pelo simples fato deles não conseguirem aplicar o teorema de Pitágoras como ferramenta em resolução de problemas diversos, como também para entender outros conteúdos mais complexos (Oliveira, 2013).

Diante de tais questionamentos, decidimos realizar uma pesquisa bibliográfica com intuito de colaborar com a prática docente dos professores, em relação ao ensino de geometria, propondo-lhes a utilização da história do conteúdo como metodologia para o trabalho docente, com a demonstração visual e formal dos conteúdos, com vistas a despertar no aluno o interesse para com o conteúdo, pois esta ação traz consigo o caráter de construção do conhecimento da Ciência Matemática e não somente a aplicação de fórmulas prontas e acabadas.

Nessa perspectiva, objetivamos, neste trabalho, discutir as razões pelas quais a geometria é considerada uma disciplina difícil de aprender; provocar reflexões acerca da utilização da história da geometria no processo de ensino e aprendizagem desta área; e subsidiar o trabalho docente em relação ao conteúdo Teorema de Pitágoras.

2. Metodologia

Esta pesquisa possui abordagem qualitativa, produzida por meio de uma pesquisa bibliográfica. Prodanov e Freitas (2013) definem a pesquisa qualitativa como uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, ou seja, uma ligação indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito, que não pode ser traduzida em números. Pereira et al. (2018, p.67) mencionam que métodos qualitativos se referem a métodos “nos quais é importante a interpretação por parte do pesquisador com suas opiniões sobre o fenômeno em estudo”.

Quanto aos procedimentos técnicos, configura-se como uma pesquisa bibliográfica, que consiste de matérias secundários. Segundo Gil (2019), as pesquisas bibliográficas tem por base material já publicado, pesquisas concernentes ao pensamento de algum autor ou mesmo analisam os diversos posicionamentos em relação a determinado assunto.

3. Resultados e Discussão

3.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a problemática historicamente construída no ensino de Geometria

A Matemática é um campo de estudo que possibilita inúmeros relacionamentos com as demais áreas do conhecimento, pois ela se constitui em uma “ciência que estuda todas as possíveis relações e interdependências quantitativas entre grandezas, comportando um vasto campo de teorias” (Brasil, 1997, p. 24). Estas relações com as demais áreas fazem com que o educando tenha uma visão de mundo mais apurada.

Por exemplo, um professor, ao trabalhar as noções geométricas, “a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, [...] permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (Brasil, 1997, p. 39), aumentando, assim, seu campo perceptível dos objetos que o cerca e em paralelo, a assimilação dos conceitos estudados.

Por essas recomendações, dentre outras, percebemos que os PCN de Matemática atestam a importância do ensino dos conhecimentos de geometria, contidos no bloco de conteúdos espaço e forma, para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático pretendido para o educando a partir do estudo da Matemática.

Para que os objetivos propostos à formação matemática dos educandos sejam alcançados, deve ser considerado todo o processo de ensino-aprendizagem, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, visto que cada conceito, um a um, constrói estruturas mentais que ampliam a percepção do educando em todos os aspectos diante do conhecimento, tanto os da Matemática, incluindo a geometria, como os das outras áreas.

Especificamente,

a Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1997, p. 39).

Apesar dos PCN mostrar a geometria como atrativa por si só, e argumentar que os educandos se sentem seduzidos por ela, perguntamos, neste trabalho, se esse interesse tem sido percebido e aproveitado pelos professores; perguntamos se ele tem proporcionado o avanço do conhecimento geométrico, ou se apenas o fato de a geometria ser atrativa não tem influenciado efetivamente na aprendizagem dos educandos.

Vale ressaltar também que esse diferencial da geometria pode perder força devido a formação precária dos docentes dessa área, que de acordo com Pavanelo (1989) no período do Movimento da Matemática Moderna (MMM) a geometria passou a ser abordada com um caráter axiomático, abstrato, separado dos demais conteúdos e sempre deixada para último plano, caracterizando assim uma predominância da álgebra nos currículos brasileiros em detrimento da geometria, se refletindo até nos cursos de ensino superior, o que culminou no “abandono” do ensino desta área do conhecimento (Pavanelo, 1989).

Devido a esse fato, os profissionais formados nessa lógica não conseguem empolgar os educandos e muito menos estimulá-los. Por conseguinte, questionamos se essa formação deficitária dos professores para trabalhar com a geometria, e o consequente ensino precário destes, não se sobressaem a esse suposto interesse do aluno pelo seu estudo, encobrindo a beleza e a importância que a geometria possui para a formação do futuro cidadão.

É nessa perspectiva que este trabalho reconhece a real necessidade de fazer com que os PCN de Matemática sejam de fato norteadores das práticas pedagógicas em Matemática.

Os PCN também recomendam a utilização do recurso à história do conteúdo para introduzir os conceitos iniciais. Por isso passamos a discuti-lo a seguir.

3.2 Breve histórico da Geometria e a utilização deste para o ensino

A Geometria é uma “ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos; ciência que estuda as propriedades dum conjunto de elementos que são invariantes sob determinados grupos de transformações” (Ferreira, 2010, p. 1026). Ou seja, estuda o espaço e as formas existentes, com todos os seus aspectos.

Afirmações sobre a origem da geometria são muito arriscadas, visto que esse é um conjunto de conhecimentos cujo início é bem anterior à arte de escrever (Soares, 2009). Porém apresentamos, neste trabalho, alguns dados relativos à história desta área da Matemática, que tem sido alvo de vários questionamentos sobre sua origem e seu processo de ensino e aprendizagem.

Há indícios do surgimento da geometria no antigo Egito. Estes aparecem na história, em fatos como o narrado pelo historiador Heródoto de Alicarnasso, a seguir:

Eles diziam que este rei (Sesóstris) dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesóstris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornara menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo total. Dessa maneira, parece-me que a geometria teve origem, sendo mais tarde levada até a Hélade (Heródoto de Alicarnasso citado por Eves, 1992, p. 3)

Provavelmente isso não acontecia somente no rio Nilo. Estudos citam também que em outras regiões banhadas por rios como: Tigre e Eufrates na Mesopotâmia, Indo e Ganges no centro-sul da Ásia e o Hwang Ho e Yangtzé na Ásia Oriental, aconteciam casos semelhantes a esses. Essa prática de medir as terras tem uma relação direta com o sentido etimológico da palavra geometria, que significa medir terra, do grego, *geo* = terra e *metria* = medir.

“Possivelmente o primeiro documento importante da história da geometria foi um papiro que datava do século XIX a.c” (Morgado, Wagner & Jorge, 1990, p. 1). Esse papiro continha alguns problemas práticos relacionados à geometria e estava sob posse do escriba Ahmes.

Consta, ainda, na história do conhecido Sumário Eudemiano de Proclo, que Tales de Mileto (aproximadamente 600 a. C.) é quem essencialmente começa a geometria grega, sendo precursor da geometria demonstrativa. Tales, em uma viagem para o Egito, calculou a altura de uma pirâmide pela sombra da mesma projetada pelo sol, através de relações de semelhanças entre triângulos. E desta forma teriam se iniciado os estudos da geometria pelos gregos, que a partir de então passou a não ser mais atrelada apenas à prática em si, desenvolvendo-se, ao longo da história, direcionada para a sua crescente formalização como uma ciência (Eves, 1992).

Para ser ensinada nas escolas, no entanto, essa ciência precisava receber um tratamento didático, fazer parte dos currículos de formação docente e receber atenção no sentido de ser trabalhada articuladamente aos números, operações e medidas. Esta é uma proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), que também apontam para a utilização da história como recurso pedagógico no processo de ensino.

A história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma condição humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos

matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A história da matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (Brasil, 1998, p. 34).

Reconhecemos, então, a importância de se trabalhar a história da geometria como uma proposta metodológica para auxiliar na construção do conhecimento geométrico dos educandos, pois desta forma é possível reconhecer que os conteúdos estudados atualmente são produto de um acúmulo de conhecimento produzido historicamente pela humanidade, e que estes surgiram da necessidade humana.

Além disso, trabalhar com a história da matemática contribui com a formação dos professores podendo, por exemplo, melhorar a compreensão do conteúdo matemático a ser ensinado e fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática pedagógica (Pereira et al., 2020).

Apesar da importância da inclusão da história da Matemática no seu ensino, Carvalho e Cavalari (2019) comentam que seu uso no ensino básico não tem sido utilizado pelos professores devido a esses possuírem pouco conhecimento acerca da história da matemática, não sabendo como manusear materiais ou mesmo utilizar como metodologia em aulas.

3.3 Um pouco sobre a história de Pitágoras e o seu teorema

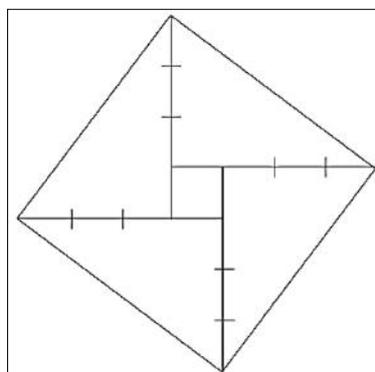
3.3.1 História pré-pitagórica

Há indícios que os povos egípcios, chineses e babilônios conheciam o famoso Teorema de Pitágoras. Esses indícios podem ser percebidos de diversas maneiras (Oliveira, 2013).

Os egípcios utilizavam cordas divididas com nós em forma de triângulo com lados de tamanhos 3, 4 e 5, fazendo assim o conhecido triângulo egípcio. A divisão era feita em 12 partes iguais através de 11 nós, quando unidas as pontas, eles dividiam cada lado do triângulo como mencionado acima. Essa prática era utilizada para que pudessem demarcar terras que faziam margem com o Rio Nilo

Aos chineses é atribuído o conhecimento de tal Teorema devido ao fato de que no mais antigo trabalho chinês conhecido, o Chóu-pei, que remonta ao tempo de 2.000 a. C., ter sido encontrado uma imagem similar a Figura 1 abaixo (Eves, 2008, p. 86).

Figura 1 - Parte do Chóu-pei.



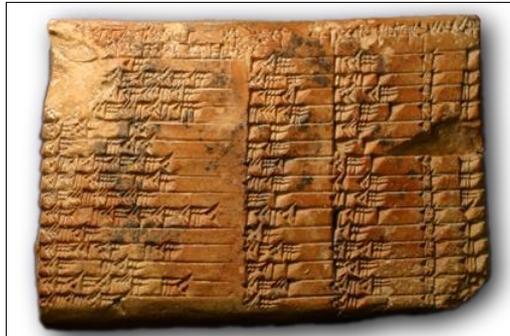
Fonte: Oliveira (2013).

Neste trabalho foram encontrados sinais de que os chineses já conheciam as ternas pitagóricas, ou seja, trios de números inteiros aos quais o quadrado de um deles é igual a soma dos quadrados dos outros dois.

Os antigos babilônios usavam tábuas construídas a partir de argila para fazer registros de seus conhecimentos. E uma dessas tábuas, a Plimpton 322 (Figura 2), que recebera este nome da Universidade de Columbia (local onde se encontra

atualmente), devido ter sido descoberta pelo arqueólogo inglês Plimpton e ser a 322ª de sua coleção, ela é datada entre os anos de 1.800 e 1.600 a. C.

Figura 2 - Plimpton 322.



Fonte: Oliveira (2013)

Nessa tábua é exposta uma tabela de números que depois de estudos foi constatado que se tratam de ternas pitagóricas.

3.3.2 Pitágoras e o seu teorema

Não existem provas documentais sobre a vida de Pitágoras, apenas escritos feitos por historiadores que viveram muito depois de sua existência. No Sumário Eudemiano de Proclo (século V d.C.), estima-se que Pitágoras viveu entre 572 e 480 a.C., nasceu por volta de 572 a.C, na ilha de Samos, situada no mar Egeu, próxima a cidade de Mileto (Oliveira, 2013).

Segundo Boyer (2012) Pitágoras (assim como Tales) tinha duas vantagens: o espírito ousado e imaginativo; e estava mais próximo dos dois vales de rio nos quais o conhecimento florescia.

Devido a isso, Pitágoras viajou por muitos lugares, tais como o Egito, a Babilônia e possivelmente a Índia. Ao retornar a Grécia se estabeleceu em Crotona, costa sudeste onde hoje se encontra a Itália, onde fundou uma sociedade secreta (escola) que também tratava da Matemática e da Filosofia (Boyer, 2012).

Na escola de Pitágoras, os pitagóricos, como eram chamados os membros da escola de Pitágoras, eram responsáveis por muitas obras, porém como era costume atribuir o feito ao mestre, logo tudo que fora produzido foi creditado a Pitágoras.

O mais notável entre os pitagóricos era a confiança que mantinha no estudo da Matemática e da Filosofia como base moral para a conduta. As próprias palavras Filosofia (amor à sabedoria) e Matemática (o que é aprendido) supõe-se terem sido criadas pelo próprio Pitágoras para descrever as atividades intelectuais de sua escola.

A Filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros, o lema de sua escola era “Tudo é Número”. O estudo das propriedades dos números e da aritmética, junto com a geometria, a música e a astronomia, constituíam as linhas básicas do programa de estudos pitagóricos.

O lema da escola de Pitágoras tem uma forte afinidade com a Mesopotâmia (região da qual a Babilônia se localizava). Os babilônios também associaram várias medidas numéricas as coisas que os cercavam.

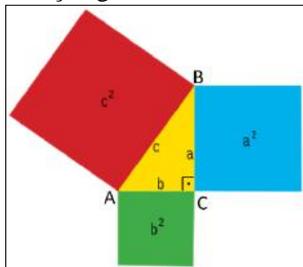
Não se sabe ao certo se foi o próprio Pitágoras que descobriu um dos mais importantes teoremas da Matemática, objeto de estudo deste trabalho (Teorema de Pitágoras). Apesar de não ter como se verificar, muito provavelmente o teorema ao qual o nome de Pitágoras ainda está atribuído veio dos babilônios, e só recebeu este nome devido ao fato de que foram os pitagóricos os primeiros a dar uma demonstração dele.

O Teorema de Pitágoras estabelece uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo. Esta relação pode ser expressa do seguinte modo: em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa (maior lado) é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (outros dois lados). A recíproca deste teorema estabelece: se em um triângulo cuja soma dos

quadrados das medidas de dois de seus lados é igual ao quadrado da medida do terceiro lado, então o triângulo é retângulo.

Geometricamente o Teorema de Pitágoras pode ser interpretado como na Figura 3:

Figura 3 - Representação geométrica do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Autores.

Veja que o triângulo ABC é retângulo em C, e as medidas dos lados BC, AC e AB são respectivamente a, b e c. Assim, a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo ABC de medida c, é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo ABC de medidas a e b. Isto é: $c^2 = a^2 + b^2$.

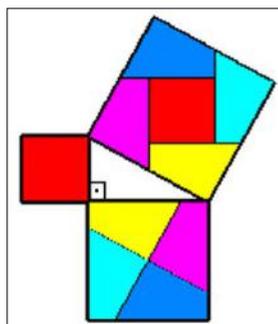
A partir dessa explanação, passamos a demonstração de forma visual e consequentemente construída de forma a mostrar que a partir de alguns conhecimentos conseguimos consolidar novos outros.

3.4 Algumas demonstrações do teorema de Pitágoras

3.4.1 Demonstração visual

Uma simples maneira do educando perceber que o Teorema de Pitágoras é “válido”, pode ser a partir da exploração da Figura 4.

Figura 4 - Demonstração visual do Teorema de Pitágoras.

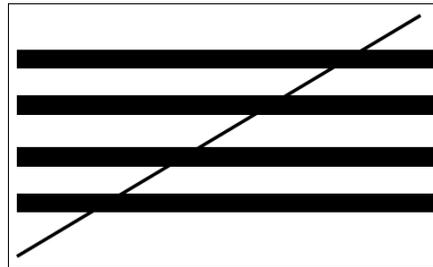


Fonte: Autores.

Com essa imagem o aluno pode perceber o fato de os dois quadrados construídos a partir dos catetos (lados menores) se encaixam perfeitamente no quadrado obtido na hipotenusa (lado maior).

Porém, esse tipo de verificação pode gerar algumas ilusões de óticas, observe o a Figura 5.

Figura 5 - Ilusão de ótica.



Fonte: Wappler e Grando (2014).

A linha transversal parece que está “quebrada”. Colocando sobre ela uma régua, notaremos que isto não é verdade. Temos aqui uma “ilusão de ótica” que pode nos conduzir a conclusões equivocadas se nos baseamos apenas na visualização.

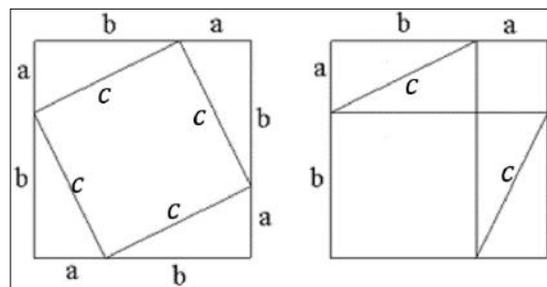
Com esse exemplo vemos que a atividade de demonstração não pode ficar restrita à visualização. Outros elementos são necessários para a formulação de conclusões: precisamos do uso da régua para confirmar ou não o que os olhos estão nos informando. E como forma mais apurada de garantir as conclusões, na Matemática, temos o procedimento dedutivo que busca mobilizar argumentos lógicos para formulação das conclusões: as demonstrações (Wappler & Grando, 2014).

Vamos então fazer a demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da comparação do cálculo de áreas.

3.4.2 Demonstração geométrica do teorema de Pitágoras

Não se sabe ao certo qual demonstração do teorema foi dada por Pitágoras, porém, a maioria dos historiadores acreditam que foi uma demonstração do tipo geométrica, baseado na comparação de áreas (Lima, 1991). A demonstração de Pitágoras, pode muito bem ter sido a que decorre das imagens exposta na Figura 6 abaixo.

Figura 6 - Possível imagem da comparação de áreas para a demonstração do Teorema por Pitágoras.



Fonte: Autores.

Do quadrado que tem $a + b$ como lado, retiramos 4 triângulos iguais ao dado. Se fizermos isto como na imagem à esquerda, obteremos um quadrado de lado c . Mas se a mesma operação for feita como na imagem à direita, restarão dois quadrados, de lados a e b respectivamente. Logo, a área do quadrado de lado c é a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem a e b .

Essa demonstração é denominada por Lima (1991) como a mais bela prova do Teorema de Pitágoras. Usando esta mesma Figura, se atentando para a que está mais à esquerda, podemos demonstrar da seguinte forma,

Calculemos a área do quadrado maior de lados $(a + b)$.

$$\text{Área do quadrado maior} = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

Essa é nossa equação (1).

Agora iremos calcular a área dos quatro triângulos retângulos e a área do quadrado menor,

$$\text{Área dos 4 triângulos} = 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

$$\text{Área dos 4 triângulos} = 2ab \quad (2)$$

$$\text{Área do quadrado menor} = c^2 \quad (3)$$

Podemos observar que a área do quadrado maior, expressa pela Equação (1), é igual à soma das áreas de cada uma das peças que preenchem o quadrado maior, Equação (2) + Equação (3). Assim, temos:

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

Reduzindo os termos semelhantes, teremos:

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ou então,

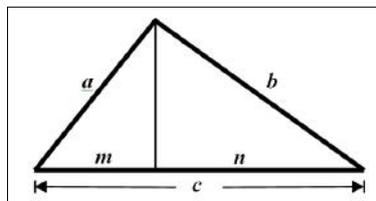
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Desse modo conseguimos “provar” o Teorema de Pitágoras através de mais uma demonstração. Assim garantimos que em um triângulo retângulo qualquer, de lados medindo a , b e c , sendo a e b os catetos, lados que formam o ângulo reto e c a medida da hipotenusa e, portanto o lado oposto ao ângulo reto: a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.

3.4.3 A mais curta

É também a mais conhecida. Baseia-se na seguinte consequência da semelhança de triângulos retângulos: Num triângulo retângulo, o quadrado de cada cateto é o produto entre a hipotenusa e sua projeção sobre ela. Veja Figura 7 abaixo:

Figura 7 - Demonstração por semelhança.



Fonte: Autores.

Assim se m e n são respectivamente as projeções dos catetos a e b sobre a hipotenusa c , temos $a^2 = mc$ e $b^2 = nc$. Somando, vem $a^2 + b^2 = mc + nc$. Como $m + n = c$, temos que:

$$a^2 + b^2 = mc + nc = (m + n)c = c \cdot c = c^2.$$

4. Considerações Finais

A partir desta pesquisa, percebemos que uma das causas da geometria ser considerada uma área difícil de aprender é a forma como ela é abordada em sala de aula. Isto é reflexo da formação deficitária dos professores em relação a esta área de estudo. Como vimos, O MMM trouxe o descaso com o ensino da geometria como uma de suas consequências, pois desde então os professores passaram a ser formados numa lógica de desvalorização da geometria.

Assim fica expressa a necessidade de rever o lugar e a forma como a geometria tem sido tratada, antes de tudo, nos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática, pois sem essa preocupação no currículo das licenciaturas em Matemática e pedagogia, nem nos cursos de formação continuada, esses professores ou futuros professores não terão condições de exercer um trabalho de forma eficaz com seus estudantes, tendo em vista que, em sua maioria, não estudaram a

geometria a contento na escola básica.

Como forma de melhorar a prática pedagógica em geometria, no sentido de contribuir mais fortemente com a aprendizagem dos estudantes, percebemos que os PCN são ferramentas importantes no exercício de uma ação docente mais eficaz em relação ao ensino e aprendizagem da geometria, e devem de fato servir como base para essa ação, pois esse documento traz importantes sugestões de abordagens para o ensino da geometria, dentre elas o uso da história, de materiais manipuláveis, tecnologias digitais, resolução de problemas, sempre em relação com o cotidiano e contexto sociocultural e histórico do aluno.

Consideramos relevante a utilização da história da geometria como metodologia de introdução deste conteúdo, pois ao perceber que o conteúdo deriva da construção humana, historicamente produzida, o aluno poderá reconhecer a importância de estudar esse conhecimento, o que representa um avanço em relação à realidade atual.

Reconhecemos ainda que um trabalho docente embasado em uma perspectiva que mostra ao educando as demonstrações dos teoremas, daqueles dos quais julgar pertinentes, em paralelo com a história do mesmo, desperta no aluno o interesse para com o conteúdo, devido o fato desta ação trazer consigo o caráter de construção do conhecimento da Ciência Matemática e não somente a aplicação de fórmulas prontas e acabadas como é de costume acontecer na educação básica.

Por fim, recomendamos a continuidade dessa discussão, em relação ao desenvolvimento de novas pesquisas que reforcem a eficácia da História da Matemática como metodologia de ensino e meio motivador para aulas da educação básica, assim como a importância da construção de novas pesquisas que apresentem outras possibilidades de trabalhos que enfatizem o raciocínio lógico e dedutivo dos conteúdos matemáticos abordados.

Referências

- Almeida D. C. C. de. & Costacurta M. S. (2010). *Atividades lúdicas para o ensino e aprendizagem da Geometria nos anos finais do EF*. [Relatório de pesquisa, Universidade Comunitária da Região de Chapecó].
- Boyer, C. B. & Merzbach, U. C. (2012) *História da Matemática* (3a ed.; Helena Castro, Trad.). Blucher.
- Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília.
- Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília.
- Carvalho, L. S. & Cavalari, M. F. (2019). História da Matemática na Educação Básica: Concepção de licenciandos(as) em Matemática. *Research, Society and Development*, 8 (4), 1-30. 10.33448/rsd-v8i4.872.
- Eves, H. (1992). *História da Geometria: tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*; (Hygino H. Domingues, Trad.). Atual.
- Ferreira, A. B. de H. (2010). *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa* (5a ed.) Positivo.
- Ferreira, I. G., et al. (2013) Diagnóstico do Conhecimento Geométrico de Alunos do Ensino Médio como Ação do Pibid. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática, 11*.
- Gil, A. C. (2019). *Como elaborar projetos de pesquisa* (6a ed.). Atlas.
- Lima, E. L. (2006). *Meu Professor de Matemática e outras histórias* (5a ed.). SBM.
- Morgado, A. C., Wagner, E. & Jorge M. (1990). *Geometria I*: Livraria Francisco Alves Editora S/A.
- Oliveira, A. L. C. (2013). *O Teorema de Pitágoras: Demonstrações e Aplicações*. [Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Ceará]. Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Obtido de: <https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=88664>
- Pavanelo, M. R. (1989). *O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica*. [Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas].
- Pereira, A. S., et al. (2018). *Metodologia da Pesquisa Científica*. UFSM
- Pereira, A. C. C., et al. (2020). Saberes docentes em estudos acadêmicos relacionados à história da matemática nos últimos cinco anos. *Research, Society and Development*, 9 (3), 1-20. 10.33448/rsd-v9i3.2429.
- Prodanov, C. C. & Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico* (2a ed.). Editora Feevale.
- Silva Jr, R. S. (2020). Uma proposta de ensino de geometria plana no ensino fundamental: a matemática presente no cotidiano dos alunos. *Research, Society and Development*, 9 (7), 1-12. 10.33448/rsd-v9i7.3931.

Silva, A. G. S., Sousa, F. J. F de., & Medeiros, J. L. de. (2020). O ensino da matemática: aspectos históricos. *Research, Society and Development*, 9 (8), 1-18. doi:10.33448/rsd-v9i8.5850.

Soares, L. H. (2009). *Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica*. [Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba]. Repositório Institucional da UFPB. <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/4890>

Wappler, F. P. & Grando, C. M. (2014). Experimentação em Geometria: Teorema de Pitágoras. In: *Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul*, 20 (pp.185-195). Anais. Bagé.