

Tendências metodológicas em educação matemática: uma revisão de literatura

Methodological trends in mathematical education: a literature review

Tendencias metodológicas en la educación matemática: una revisión de la literatura

Recebido: 19/04/2022 | Revisado: 26/04/2022 | Aceito: 27/04/2022 | Publicado: 30/04/2022

Thalia Jane Ferreira Dias

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2846-4643>
Secretaria de Educação do Estado do Tocantins, Brasil
E-mail: thalyajanne@gmail.com

Rogério dos Santos Carneiro

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5387-0435>
Universidade Federal do Norte do Tocantins, Brasil
E-mail: rogerioscarneiro@gmail.com.br

Kattia Ferreira da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4154-179X>
Universidade de Gurupi, Brasil
E-mail: kattia-silva@hotmail.com.br

Raylson dos Santos Carneiro

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4571-5822>
Universidade Federal do Tocantins, Brasil
E-mail: raylson@mail.uft.edu.br

Resumo

O seguinte artigo apresenta uma descrição das caracterizações de algumas das Tendências Metodológicas em Educação Matemática, a saber: Resolução de problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Jogos e Materiais concretos, Tecnologia da informação e comunicação (TIC) e História da Matemática. O objetivo é propiciar aos acadêmicos das Licenciaturas em Matemática e professores em formação continuada, reflexões sobre as diferentes concepções teórico-metodológicas para o ensino da Matemática e ampliar conhecimento deles acerca das atividades de planejamento e ensino da Matemática na Educação Básica e Superior. Foram utilizados os preceitos metodológicos de uma pesquisa bibliográfica, reunindo os conceitos referentes a seis das principais Tendências em Educação Matemática. A propositura resultante desta pesquisa, intenciona despertar o interesse nos alunos pelo que está sendo trabalhado, assim, os resultados foram expressos para vislumbrar possibilidades de organização de métodos de ensino baseados nas produções do campo da Educação Matemática, a fim de produzir uma aprendizagem atrativa e com significados visíveis no ensino.

Palavras-chave: Tendências em educação matemática; Metodologias de ensino; Ensino e aprendizagem da matemática.

Abstract

The following article presents a description of the characterizations of some of the Methodological Trends in Mathematics Education, namely: Problem Solving, Ethnomathematics, Mathematical Modeling, Games and Concrete Materials, Information and Communication Technology (ICT) and History of Mathematics. The objective is to provide students of Mathematics Degrees and teachers in continuing education with reflections on the different theoretical-methodological conceptions for the teaching of Mathematics and increase their knowledge about the planning and teaching activities of Mathematics in Basic and Higher Education. The methodological precepts of a bibliographical research were used, gathering the concepts referring to six of the main trends in Mathematics Education. The proposal resulting from this research, intends to arouse students' interest in what is being worked on, thus, the results were expressed to glimpse possibilities of organizing teaching methods based on the productions of the field of Mathematics Education, in order to produce an attractive and with visible meanings in teaching.

Keywords: Trends in mathematics education; Teaching methodologies; Teaching and learning mathematics.

Resumen

El siguiente artículo presenta una descripción de las caracterizaciones de algunas de las Tendencias Metodológicas en Educación Matemática, a saber: Resolución de Problemas, Etnomatemática, Modelación Matemática, Juegos y Materiales Concretos, Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) e Historia de las Matemáticas. El objetivo es brindar a los estudiantes de Licenciaturas en Matemáticas y docentes en formación continua reflexiones sobre las diferentes concepciones teórico-metodológicas para la enseñanza de las Matemáticas y aumentar sus conocimientos sobre la planificación y las actividades docentes de las Matemáticas en la Educación Básica y Superior.

Se utilizaron los preceptos metodológicos de una investigación bibliográfica, recogiendo los conceptos referentes a seis de las principales tendencias en Educación Matemática. La propuesta resultante de esta investigación, pretende despertar el interés de los estudiantes en lo que se está trabajando, así, los resultados se expresaron para vislumbrar posibilidades de organizar los métodos de enseñanza a partir de las producciones del campo de la Educación Matemática, con el fin de producir un atractivo y con significados visibles en la enseñanza.

Palabras clave: Tendencias en la educación matemática; Metodologías de enseñanza; Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1. Introdução

No meio acadêmico, tem-se discutido muito sobre as tendências da Educação Matemática e sua importância para a aprendizagem, porém a distância entre teoria e prática ainda é bastante perceptível. Diversos fatores podem estar provocando esse distanciamento, um deles seria traduzir essas teorias em uma prática que produza significado para os alunos, já que são eles o principal público-alvo do meio educacional.

A questão não é a falta de meios para produzir uma aprendizagem de qualidade, mas sim, o mau uso, ou até mesmo, o não uso dos recursos metodológicos que hoje se encontram acessíveis. Isso não se deve exclusivamente ao despreparo dos profissionais da educação, mas, acima de tudo, à falta de disposição para sair da zona de conforto com a qual já estão acostumados (ensino tradicional) e partir rumo a novos caminhos que, por serem desconhecidos, poderão trazer consequências não esperadas.

Outro problema bastante evidente é que muitos professores, quando pensam em utilizar algumas tendências para auxiliar no ensino de matemática, acabam se deparando com as dificuldades que elas apresentam, como por exemplo, a difícil compreensão de seus conceitos, caso bastante recorrente seria a Modelagem Matemática que, muitas vezes, se traduz na construção de modelos, aos quais os alunos raramente conseguiriam chegar.

Conciliar o uso de tais tendências com a realidade vivida pelos aprendizes e trazer isso para dentro das salas de aula pode refletir de modo positivo no processo educacional, pois desencadeia uma produção de significados e, assim, um interesse maior pelo que está sendo ensinado.

Mendes (2008) pontua que a Educação Matemática é uma área de estudos e pesquisas constituídas por um corpo de atividades pluri e interdisciplinares dos mais variados tipos. As finalidades principais dessas atividades são: desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares; e testar materiais de apoio para o ensino da matemática. A Educação Matemática volta-se para a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Assim sendo, o objetivo deste trabalho é propiciar, em especial, aos acadêmicos das Licenciaturas em Matemática e professores em formação continuada, reflexões sobre as diferentes concepções teórico-metodológicas para o ensino da Matemática e ampliar conhecimento deles acerca das atividades de planejamento e ensino da Matemática na Educação Básica e Superior. Com isso, para o desenvolvimento desta pesquisa, elaboramos a seguinte questão norteadora: quais subsídios teóricos e metodológicos, desenvolvidos por estudos e pesquisas do campo da educação matemática, propiciam suplantar as dificuldades encontradas no processo educativo de matemática?

2. Metodologia

Para buscar elucidações ao problema deste trabalho, fizemos uma pesquisa bibliográfica, a qual, segundo Gil (2002), é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente por livros, artigos científicos, dissertações e teses. E assim, concentramos este estudo nas tendências em Educação Matemática, as quais mais têm se destacado nas pesquisas no campo da Educação Matemática, em especial as desenvolvidas, objetivando a melhoria do ensino e aprendizagem da

matemática na Educação Básica, quais sejam: Resolução de problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Jogos e Materiais concretos, Tecnologias da informação e comunicação (TIC) e História da Matemática.

Os dados coletados, para análise e escrita deste artigo, são baseados fundamentalmente em livros, capítulos de livros e artigos científicos publicados por diversos autores renomados no campo da Educação Matemática, em específico no estudo e desenvolvimento das tendências em Educação Matemática. Neste aspecto, pode-se evidenciar Dante (2005), Polya (2006) e Mendes (2008) relacionados à resolução de problemas, já para Etnomatemática baseamo-nos em D'Ambrósio (1984, 1996, 2013) e Vergani (2007). Em relação à Modelagem Matemática a pesquisa teve enfoque nos resultados apontados por Biembengut e Hein (2008), Bassanezi (2006) e Meyer et al. (2013). Em sequência, Lorenzato (2012) e Ribeiro (2009), são as fontes às quais bebemos para fundamentar o uso de Jogos e Materiais concretos. Já para as TIC, fundamentamo-nos em Borba, Silva e Gadanidis (2014), Matos (2008) e Miranda (2007). Por fim, Mendes (2006, 2009), Miguel e Miorim (2011) estão entre os autores nos quais baseou-se as nossas pesquisas referentes à História da Matemática.

3. Resultados e Discussão

3.1 Resolução de Problemas

A matemática é sem dúvidas nenhuma um produto da espécie humana, pois ela surgiu justamente das necessidades práticas que o homem tinha de quantificar, agrupar e administrar suas produções. Essa ligação é tão forte que o ensino da matemática acabou se tornando obrigatório nas escolas, a fim de se alcançarem alguns objetivos específicos, dentre os quais Dante (2005, p.11) aponta o “fazer o aluno pensar produtivamente”.

Contudo, como o professor poderia alcançar este objetivo? Uma das maneiras seria trabalhar com situações-problema, isto é, apresentar aos alunos problemas que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-los (Dante, 2005). Mas o que é um problema?

Dante (2005) define um problema como uma situação que exige do indivíduo pensar para solucioná-la. No que se refere a um problema matemático, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos diz que se trata de uma situação que requer realizar uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, cumpre construí-la (Brasil, 2018).

Segundo Dante (2005), os objetivos da resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar produtivamente.
- Desenvolver o raciocínio do aluno.
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas.
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática.
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras.
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

Assim, podemos vislumbrar que uma proposta pedagógica, pautada na resolução de problemas, deve ter por base os seguintes princípios:

- O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema.
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório.
- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema.

- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas.
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem.

Uma vez que, no trabalho com resolução de problemas, podemos nos deparar com vários tipos de problemas, é interessante que os educadores os reconheçam, a fim de identificar quais objetivos serão alcançados por meio deles. Dante (2005) classifica os tipos de problemas como:

- Exercícios de reconhecimento: têm a finalidade de fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, dentre outros. Exemplo: “Qual é o sucessor de 109?”.
- Exercícios de algoritmos: objetivam treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Esses exercícios podem ser resolvidos passo a passo e, geralmente, quando se trata de níveis elementares, pedem a execução de algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Exemplo: “Calcule o valor de $[(3 \times 4) + 2] : 7$.”
- Problemas-padrão: tencionam recordar e fixar os fatos básicos através dos algoritmos das quatro operações fundamentais, reforçando ainda o vínculo que existe entre essas operações e sua aplicabilidade nas situações diárias. Geralmente estes tipos de problemas aparecem ao final dos capítulos dos livros didáticos.
- Problemas-processo ou heurísticos: não podem, geralmente, ser traduzidos diretamente para uma linguagem matemática e nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos pois exigem um tempo maior para se pensar em uma estratégia que poderá levar o aluno a solução.
- Problemas de aplicação: são conhecidos também como situações-problema e retratam situações reais do dia a dia que exigem o uso da matemática para serem resolvidas. Em geral, estes problemas exigem pesquisas e levantamento de dados.
- Problemas de quebra-cabeça: desafiam os alunos, geralmente sua solução depende de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque que é a chave da solução.

Como o intuito da resolução de problemas é fazer com que o aluno desenvolva o seu raciocínio, cabe seguir alguns passos para que o processo se desenrole e se chegue a uma solução. Sendo assim, Polya (2006) indica algumas etapas a serem seguidas para resolver um problema, sendo estas:

1.^a etapa: compreender o problema

Nesta etapa, o ideal é que o aluno compreenda tão claramente o problema a ponto de identificar qual o seu objetivo, para isso é necessário que ele entenda o enunciado verbal do problema e suas partes principais.

2.^a etapa: elaborar um plano

Nesta etapa, é elaborado um plano de ação para resolver o problema, estabelecendo assim uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede. O que pode ajudar o aluno na elaboração desse plano é comparar o problema posto com outros que ele em algum momento já tenha resolvido. Podem ser feitas também tabelas, gráficos ou diagramas e observar se este problema pode ser resolvido por partes.

3.^a etapa: executar o plano

Nesta etapa, é preciso executar passo a passo o plano elaborado, verificando minuciosamente todas as estratégias adotadas, podendo, inclusive, haver necessidade de alguma correção e, por fim, efetuar os cálculos.

4.^a etapa: fazer o retrospecto

Nesta etapa, o aluno deve reconsiderar e reexaminar o resultado final do seu problema e o caminho que o levou até ele. Este processo pode servir para detectar e corrigir possíveis enganos. A respeito dessas quatro fases, Polya (2006, p.5) acrescenta que:

Cada uma destas fases tem a sua importância. Pode acontecer que a um estudante ocorra uma excepcional ideia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente à solução. Estas ideias felizes são, evidentemente, muito desejáveis, mas alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar se o estudante deixar de lado qualquer uma das quatro fases em dela ter uma perfeita noção. Acontecerá o pior se o estudante atirar-se a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter compreendido o problema. É geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudo verificar cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa.

Portanto, é imprescindível seguir cada uma das quatro etapas na resolução de problemas, a fim de se obter uma aprendizagem mais eficaz. No entanto, essa visão de Polya não é a única existente, há quem entenda a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, na qual o professor propõe ao aluno situações-problema com características investigativas e exploratórias, com o propósito de aguçar a curiosidade matemática dele e o levar a construir conceitos matemáticos.

Segundo Mendes (2008), a Resolução de Problemas visa ao desenvolvimento de habilidades metacognitivas e favorece a reflexão e o questionamento. Assim, esta metodologia concede ao aluno a oportunidade de se desenvolver de forma autônoma, revelando, desse modo, o seu potencial cognitivo.

3.2 Etnomatemática

Para uma melhor compreensão do que vem a ser a Etnomatemática se faz necessário uma abordagem conceitual do tema. Por se tratar de uma tendência da Educação Matemática, diversos estudiosos têm contribuído para explicá-la. Sendo assim, trataremos aqui uma explanação que adote um único viés, no intuito de apresentar de forma mais clara e sintetizada o tópico em questão.

Segundo D'Ambrosio (1996, p. 31), “a Etnomatemática procura entender a realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural”. Essa seria uma maneira mais subjetiva de se falar de Etnomatemática e de sua intencionalidade, por isso daremos prosseguimento ao nosso processo de compreensão com base em outras contribuições teóricas.

Em 1984, Ubiratan D'Ambrosio, no Congresso Internacional de Matemática indicou a Etnomatemática como uma linha de pesquisa. A partir de então, nasceu o Programa de Pesquisa Etnomatemática que, segundo o próprio idealizador, tem como grande motivador “[...] o procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizando em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações” (D'AMBROSIO, 2013, p. 17).

Tomando como ponto de partida a etimologia da palavra, D'Ambrosio (2013, p.35-36, grifos do autor) define de maneira um pouco mais ampla o quem vem a ser a Etnomatemática:

Numa mesma cultura, os indivíduos dão as mesmas explicações e utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais no seu dia-a-dia. O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas **ticas** de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o **matema** próprio ao grupo, à comunidade, ao **etno**.

Podemos entender então a Etnomatemática como arte ou técnica de compreender os contextos culturais, ou como é melhor explicado por Vergani (2007, p. 25), como “[...] o estudo comparativo de técnicas, modos, artes e estilos de explicação, compreensão, aprendizagem, decorrentes da realidade tomada em diferentes meios naturais e culturais”.

A Etnomatemática possui em si diversas características que fizeram com que ela fosse pensada como uma alternativa metodológica para o ensino, especialmente, o de matemática. A forte ligação com o homem em sua totalidade e a não exclusão de suas formas de conhecimento a fizeram ser admitida como método de ensino.

Neste sentido, D'Ambrosio (2013, p. 44-45) afirma que:

A etnomatemática privilegia o raciocínio qualitativo. Um enfoque etnomatemático sempre está ligado a uma questão maior, de natureza ambiental ou de produção, e a etnomatemática raramente se apresenta desvinculada de outras manifestações culturais, tais como arte e religião. A etnomatemática se enquadra perfeitamente numa concepção multicultural e holística de educação.

Vergani (2007, p. 25), com base no potencial que a Etnomatemática pode desenvolver, acredita haver uma grande aliança entre ela e a prática escolar. Isso porque ela se caracteriza por

- ser uma metodologia culturalmente dinâmica;
- ter um enraizamento na “realidade real”;
- possibilitar uma observação vivificante das práticas comportamentais;
- denotar uma ação autenticamente socio significativa.

Apesar de todas as características pontuadas, ainda é necessário que haja um cuidado no tratamento da etnomatemática no âmbito educacional, pois aqui passaremos da etnomatemática, como projeto de pesquisa, para ela como tendência na Educação Matemática, e é justamente nesse ponto que devemos levar em consideração algumas de suas particularidades.

De acordo com D'Ambrosio (1998, p.18) “[...] A etnomatemática se situa numa área de transição entre a antropologia cultural e a matemática que chamamos academicamente institucionalizada, e seu estudo abre caminho ao que poderíamos chamar de uma matemática antropológica”. Sendo assim, nos situamos exatamente no ponto médio dessa transição, a fim de se adquirir um equilíbrio entre teoria e prática, procurando, deste modo, construir um ensino significativo.

Ubiratan D'Ambrosio (2013) explica que a Educação Etnomatemática tem como característica metodológica cuidar da passagem do concreto ao abstrato e, que esta passagem de etnomatemática para matemática pode ser vista como a passagem da linguagem oral para a escrita.

Em linhas gerais, “[...] a proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora” (D'Ambrósio, 2013, p. 46). Acredita-se que assim a educação estará atendendo as suas demandas no sentido de formar o cidadão de forma integral.

3.3 Modelagem Matemática

Como muito bem define D'Ambrosio (1986, p. 65), a modelagem é o processo pelo qual se definem estratégias de ação. No nosso caso aqui, o foco é a modelagem voltada especificamente para a matemática, ou seja, a modelagem matemática e sua aplicação no ensino. Assim, “[...] a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo” (Biembengut & Hein, 2009, p. 12). O modelo obtido será um modelo matemático, que, segundo os mesmos autores, se trata de um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real.

Bassanezi (2006, p.24), acerca da modelagem matemática, afirma que:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste,

essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

A modelagem tem uma grande importância para o ensino de Matemática, pois “[...] é uma perspectiva de educar matematicamente, que vai problematizar também o currículo e usar as ferramentas matemáticas para aquele tipo de problema específico, que está sendo investigado naquele momento” (Meyer et al., 2013, p. 40 e 41).

Para Biembengut e Hein (2009), a relevância da adoção deste método de ensino reside na sua possibilidade de despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece e, ao mesmo tempo, desencadear conhecimentos necessários para que ele aprenda a arte de modelar matematicamente.

Meyer et al. (2013, p. 29) procuram desmistificar a ideia disseminada por muitos de que a modelagem matemática trabalha somente com contextos matemáticas complexos, como explicam:

Às vezes chegamos a acreditar – e pior, a convencer disso nossos alunos – que na Modelagem uma condição imprescindível é a de um contexto matemático altamente sofisticado, elaborado. Isso não é verdade, visto que a Matemática deve ser aquela que possibilita o início da resolução do problema em questão, permitindo que a Modelagem possa continuar em sua espiral, na qual o modelo matemático produz novas ideias, que, por sua vez, afetam as hipóteses de simplificação ou que permitem negar uma hipótese.

O processo envolvido na modelagem matemática é constituído por etapas. Trata-se de uma espécie de sistematização que caracterizará a ação como modelagem. Assim sendo, “o primeiro passo a ser dado para se trabalhar com Modelagem é reconhecer a existência de um problema real, no sentido de ser significativo para os alunos e suas comunidades” (Meyer et al., 2013, p.27). Ainda segundo os mesmos autores, podemos simplificar o processo de modelagem em Educação Matemática em cinco momentos, detalhados a seguir:

1) Determinar a situação

Nesta etapa, são analisadas quais situações-problema existentes no mundo real possuem maior significação para quem pretende se utilizar da modelagem, assim elas são avaliadas e olhadas em uma visão crítica e, a partir daí, é escolhida aquela que será trabalhada.

2) Simplificar as hipóteses dessa situação

Este é o momento em que o problema deve ser conhecido a fundo, a fim de que sejam definidas as estratégias de simplificação. Isso é feito, muitas vezes, para facilitar a resolução matemática ou até mesmo para colocar o problema no nível dos alunos. Não se trata de simplificar o problema real, mas sim, de introduzir hipóteses que simplifiquem sua abordagem, procurando, assim, traduzir o problema para uma linguagem do universo matemático.

3) Resolver o problema matemático decorrente

Nesta fase de resolução do problema, é importante considerar que, por se tratar de uma situação real, os dados obtidos exigem aproximações, algoritmos e a avaliação das respostas matemáticas. Esta situação será analisada com base nas ferramentas matemáticas de que se dispõem.

4) Validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real

Deve-se verificar a validade da solução obtida em termos do problema que gerou a questão anterior, ou seja, a solução precisa atender às exigências da situação.

5) Definir a tomada de decisão com base nos resultados.

Neste caso, se tratando da modelagem voltada para a educação, esse passo envolve conhecer as dificuldades de agir em sociedade e a necessidade de fazê-lo.

Analisando a modelagem matemática em níveis mais técnicos (no caso, trata da modelagem matemática em um nível conceitual, ou seja, esta não está voltada especificadamente para a Educação) ou, em termos de representar uma situação real

com um modelo matemático, temos uma série de procedimentos envolvidos, os quais, segundo Biembengut e Hein (2009) se configuram nas seguintes etapas:

a) Interação

Após definir a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo de modo direto ou indireto sobre o assunto, tendo em vista reconhecer a situação-problema e se familiarizar com o assunto a ser modelado.

b) Matematização

A seguir, a situação-problema deve ser escrita em linguagem matemática, mas, para que isso aconteça, é necessário definir uma série de fatores, tais como: informações relevantes e não relevantes, fatos envolvidos, levantamento de hipóteses, variáveis relevantes e constantes envolvidas, símbolos apropriados para as variáveis e descrever as relações em termos matemáticos.

O objetivo desse processo descrito é chegar a um conjunto de fórmulas ou representações que permitam a dedução de uma solução.

Após esse processo, cabe resolver o problema, utilizando a “ferramenta” encontrada.

c) Modelo matemático

Para finalizar o modelo, é necessário avaliar em que nível ele se aproxima da situação-problema analisada e, posteriormente, analisar o grau de confiabilidade na sua utilização.

Quando falamos na utilização da modelagem matemática como instrumento de ensino dentro de sala de aula, surgem alguns receios por parte dos professores, como por exemplo, o medo de perderem tempo e não conseguirem explicar os conteúdos programados. Segundo Ribeiro (2009), uma das formas de superar as dificuldades é iniciar com pequenos projetos, bem planejados, com duração de poucas aulas, e é igualmente importante que os professores saibam que os conhecimentos matemáticos previstos nos programas escolares não deixarão de serem cumpridos, a única diferença é que eles não serão desenvolvidos linearmente.

3.4 Jogos e Materiais Concretos

Os jogos e materiais concretos recebem também a denominação de materiais manipuláveis. Segundo Nacarato (2004-2005), o uso desses materiais no ensino foi evidenciado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, o qual defendeu que a educação deveria começar pela assimilação de objetos concretos por meio da realização de ações concretas e experimentações. No Brasil, o discurso em defesa desses recursos surgiu em 1920.

Quando utilizados como recurso pedagógico, os jogos e os materiais concretos recebem o nome de Material Didático (MD), classificado por Lorenzato (2012, p.18), como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”.

Ainda segundo Lorenzato (2012), os MD manipuláveis são classificados em duas categorias, sendo:

- 1) Material manipulável estático: é um material concreto que não permite modificações em sua forma, restringindo-se assim a sua utilização apenas através da observação, como é o caso dos sólidos geométricos construídos em madeira ou cartolina. Há também aqueles que já permitem uma maior participação do aluno como é o caso do ábaco, dos jogos de tabuleiro e o material montessoriano.
- 2) Material manipulável dinâmico: é um material concreto que permite transformações por continuidade, ou seja, o material vai sofrendo transformações, à medida que o sujeito que o manipula impõe operações.

Dentro da classe dos materiais manipuláveis, os jogos se destacam por suas inúmeras versões, modelos e fins, além das possibilidades de serem adaptados de acordo com os objetivos que se pretende alcançar. Estes materiais costumam ser utilizados ou para introduzir determinado conteúdo matemático ou para fixá-lo.

Segundo Ribeiro (2009), os jogos no ensino de Matemática podem ser considerados como uma atividade de resolução de problemas pois, ao jogar, o aluno potencializa habilidades, tais como analisar, levantar hipóteses, fazer conjecturas, estabelecer relações e propor diferentes estratégias e soluções.

Os jogos podem ser classificados em diversas categorias, no entanto, daremos maior ênfase aqui aos jogos de regra, pois, de modo geral, são os mais utilizados no contexto da sala de aula, e isso por conta da sua flexibilidade, viabilizando uma intervenção pedagógica direcionada ao ensinar e ao aprender.

Dentro da classe dos jogos de regras, podemos citar como exemplos o dominó, as cartas e o bingo, cujas utilizações podem sofrer modificações, de acordo com o tipo de objetivo que o professor deseja alcançar, conforme já pontuamos.

Ribeiro (2009) defende que, à medida que o aluno se envolve nesta atividade (o ato de jogar), desenvolve aspectos de ordem afetiva, social e cognitiva. Já que ao aluno cumpre obedecer às regras matemáticas, impostas pelo jogo, ele desenvolve uma relação saudável com os colegas, assumindo uma postura social. Em consonância, Felipe e Macedo (2022) afirmam que a utilização de jogos matemáticos em sala de aula, aciona a coordenação motora e mobiliza a capacidade intelectual dos alunos no desenvolvimento de estratégias em busca de se obter sucesso no jogo.

De modo geral, os jogos e os materiais concretos dentro do ensino de matemática são materiais pedagógicos que auxiliam a aprendizagem de conceitos matemáticos, na medida em que oferecem a possibilidade de se aprender de forma prazerosa e lúdica, havendo, assim, uma representatividade matemática de maneira mais concreta e simbólica.

3.5 Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática

De acordo com Miranda (2007, p.43), “o termo Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) refere-se à conjugação da tecnologia computacional ou informática com a tecnologia das telecomunicações e tem na Internet e mais particularmente na World Wide Web (WWW) a sua mais forte expressão”.

Matos (2008, p.72) considera também as TIC como uma variedade de meios computacionais nos quais estão incluídos computadores, tecnologias móveis, tecnologia de imagem e vídeo, redes, *softwares* sociais etc.

O uso de tecnologias na educação matemática no Brasil passou por algumas fases como descrevem Borba, Silva e Gadanidis (2014), as quais deram maior destaque a algumas tecnologias, atividades matemáticas, perspectivas teóricas, dentre outros aspectos.

1.^a fase (1985): caracterizada fundamentalmente pelo uso do *software* LOGO, e as tecnologias que estavam em alta eram os computadores e as calculadoras simples e científicas. A respeito disto, o construcionismo é a principal perspectiva teórica, enfatizando relações entre linguagem de programação e pensamento matemático. Foi nessa época que se levantou a ideia de que as escolas deveriam possuir laboratórios de informática para trabalhar com tais inovações. A terminologia utilizada, nesta época, era Tecnologias informáticas (TI).

2.^a fase (início dos anos 1990): caracterizada, principalmente, pelo maior acesso aos computadores pessoais e às calculadoras gráficas. Essas tecnologias se tornaram mais populares, bem como o uso de *softwares* voltados às representações de funções (tais como o Winplot, o Fun e o Graphmathica), de geometria dinâmica (como Cabri Géomètre e o Geometricks) e o uso de sistemas de computação algébrica (como o Maple) e jogos. Em níveis de perspectivas teóricas, evidenciaram-se a experimentação, a visualização e a demonstração; os seres-humanos-com-mídias (nessa visão o conhecimento é gerado e moldado por seres humanos e tecnologias situadas historicamente); o ciclo de aprendizagem construcionista e conectividade, além de se falar também da zona de risco.

3.^a fase (1999): marcada pelo advento da internet, que, em Educação começou a ser utilizada como fonte de informações, como meio de comunicação entre professores e estudantes e para a realização de cursos a distância para formação

continuada de professores. A base tecnológica das atividades eram Teleduc, *e-mail*, *chat*, fórum e o google. Nesta fase, surgiu o termo tecnologia da informação e comunicação (TIC), devido à natureza informacional e comunicacional da internet.

4.^a fase (2004): determinada pelo aprimoramento do uso da internet, resultando na internet rápida, com melhor qualidade de conexão, quantidade e tipos de recursos. Consequentemente a comunicação *online* se transformou. Nesta fase, tornou-se comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD). As tecnologias que se destacaram foram: computadores, *laptops*, *tablets*, telefones celulares e a internet. A base tecnológica das atividades desenvolvidas foi o GeoGebra, objetos virtuais de aprendizagem, Applets, vídeos, YouTube, WolframAlpha, Wikipédia, Facebook, ICZ, Second Life e Moodle. Dentre as perspectivas teóricas desta fase estão a multimodalidades, a telepresença, a interatividade, a internet em sala de aula e a performance matemática digital.

Essas fases se integram, ou seja, o aparecimento de uma nova não exclui a anterior, há um aprimoramento que, consequentemente, inaugura um novo ciclo.

Como já foi explanado anteriormente, existe uma gama de tecnologias que podem subsidiar o ensino de matemática, no entanto, aqui nos ateremos apenas a algumas, que podem ser utilizadas no ensino de matemática e cujas vantagens são ressaltadas pela BNCC.

Calculadora: pode ser utilizada como instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação, pode servir também para verificar resultados e corrigir erros. A sua utilização como recurso pedagógico pode ser justificada pela possibilidade de servir como um instrumento de autoavaliação, além de levar o aluno a perceber a importância do uso de meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea.

Computador: seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente porque permite um trabalho que obedece a distintos ritmos de aprendizagem. Ele pode servir como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais) e também como fonte de aprendizagem.

Softwares: devem ser escolhidos de acordo com os objetivos que se pretende atingir. Eles podem servir ou para medir conhecimentos ou para construir conhecimentos por meio de uma interação entre aluno e programa. Os *softwares* educacionais juntamente com os computadores possibilitam ao aluno desenvolver suas habilidades em diversos assuntos matemáticos.

Considerando o que foi supracitado, as tecnologias da informação e comunicação viabilizam promover um ensino de matemática com maior eficácia, a despeito dos inúmeros desafios existentes no que se refere ao uso dessas tecnologias em sala de aula.

3.6 História da Matemática

A Matemática escolar, hoje conhecida por nós, não é fruto de ideias rápidas tidas como que em um “passe de mágica”. Tudo que hoje é ensinado nas aulas de Matemática é produto da evolução da espécie humana e surgiu como resposta às necessidades dessa espécie. Um exemplo disso é a geometria que nasceu para ajudar os povos para medir suas terras, ou os números que surgiram para facilitar aos criadores de animais contarem o seu rebanho.

Todo esse conjunto de conhecimentos matemáticos, relativos ao passado da humanidade e sua evolução, segundo o lugar ou a época, são conhecidos como a História da Matemática e é ela que nos pode contar a origem das grandes descobertas matemáticas.

A história da matemática faz parte das principais tendências em Educação Matemática e é considerada como um recurso pedagógico que tem como finalidade principal “[...] promover um ensino-aprendizagem da Matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos” (Mendes, 2009, p.76).

A utilização da história da matemática como recurso pedagógico é defendida pela BNCC, pois reconhece que “é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo

para aprender e ensinar Matemática” (Brasil, 2018, p. 298). Mas cabe ressaltar, que deve ser utilizada de forma integrada a situações de ensino que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos estudados na sala de aula.

Assim como a BNCC, há também diversos autores que defendem a utilização da História da Matemática no ensino, como por exemplo D’Ambrosio (1996, p.30) que diz que: “[...] conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje”.

Miguel e Miorim (2011) destacam alguns objetivos pedagógicos que podem ser alcançados por meio da História da Matemática, quais sejam:

- (1) Levar o aluno a perceber a matemática como uma criação humana.
- (2) Entender as razões pelas quais as pessoas fazem matemática.
- (3) Compreender as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas.
- (4) Perceber as conexões existentes entre Matemática e Filosofia, Matemática e Religião, Matemática e Lógica etc.
- (5) Perceber a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e à extensão de ideias e teorias.
- (6) Compreender as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
- (7) Entender a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Muito embora haja algumas possibilidades de se trabalhar com a História da Matemática em sala de aula, como afirmam alguns teóricos dessa área, Mendes (2006, p.95) recomenda que “o uso da história da matemática em sala de aula deve ser revestido de um significado contextual, formativo e concientizador [...]”.

Ainda segundo este mesmo autor:

[...] algumas formas de usar pedagogicamente a história nas aulas de Matemática são viáveis para elaborar e executar algumas introduções históricas aos conceitos que se apresentam como novidade para os alunos, visando estimulá-los para o entendimento de problemas históricos nos quais esses conceitos a serem aprendidos poderão constituir-se em respostas para tal. (Mendes, 2009, p.79)

Em sendo assim, valer-se da História da Matemática como recurso pedagógico pode ajudar a esclarecer algumas ideias matemáticas e dar respostas a alguns questionamentos, muitas vezes feitos pelos alunos durante as aulas, os quais demonstram a inquietude deles – “*Para que serve isso?*”, “*Quem inventou?*” ou “*Foi o professor que criou?*” – diante de uma ciência que aparenta não ter ligação com o “útil”.

4. Considerações Finais

Para responder à nossa questão norteadora – quais subsídios teóricos e metodológicos, desenvolvidos por estudos e pesquisas do campo da educação matemática, propiciam suplantar as dificuldades encontradas no processo educativo de Matemática? – empreendemos uma pesquisa bibliográfica, em livros, artigos científicos, dissertações e teses, e concluímos que as tendências metodológicas da Educação Matemática podem ser grandes aliadas no ensino e na aprendizagem de matemática, pois proporcionam diversas maneiras de abordar os conteúdos. Muitas pesquisas têm se voltado a discutir essas tendências e a sua aplicabilidade, contudo parece que seus benefícios ainda não têm atingido o ensino de matemática, que esbarra na complexidade teórica dessas metodologias, formando uma barreira que dificulta o acesso a elas.

É de suma importância que a Educação Matemática produza sentidos não somente para a área da pesquisa, mas também para o ensino. Não seria viável uma pesquisa que tenha um fim em si mesma, deixando de lado o seu cunho social. É

preciso que suportes teóricos e metodológicos cheguem até a escola, que se pense na realidade educacional que envolve a educação.

As seis tendências estudadas – Resolução de problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Jogos e Materiais concretos, Tecnologia da informação e comunicação (TIC) e História da Matemática – apresentam pontos interessantes que podem contribuir para um ensino mais significativo, mais prazeroso, mais perto da realidade do aluno. Todavia até que os professores, ou quem sabe até mesmo o aluno, consigam enxergar a riqueza desses métodos de ensino, há um longo caminho a ser percorrido, afinal não podemos deixar de considerar que por mais que a formação docente no Brasil tenha melhorado de forma significativa, ainda há muitos profissionais da educação totalmente alheios a essa nova realidade.

É inegável que a quantidade de materiais produzidos no sentido de auxiliar o ensino de matemática é bem vasto, o que ainda realmente falta é partirmos diretamente das teorias para a prática. Por mais que muitos acreditem que essa seria uma mudança radical demais para ser feita e, por isso, até mesmo impossível, a sugestão é ir aos poucos. Por exemplo, começar com a resolução de problemas mais simples e, gradativamente, ir aumentando a complexidade deles, ou partir da criação de modelos matemáticos que envolvem situações cotidianas que aparentam ser simples, mas, no entanto, apresentam uma série de detalhes matemáticos.

Trabalhar conceitos matemáticos em sala de aula, se valendo de situações-problema reais nos possibilita uma variedade de meios de se chegar à produção de conhecimento, pois, além de revelar o seu caráter de ciência inerente à espécie humana, surgindo a partir de suas necessidades, nos permite ainda abordar conteúdos matemáticos de forma que o aluno desenvolva também o seu raciocínio lógico e não somente o uso de técnicas.

Vislumbra-se a utilização das tendências em Educação Matemática na sala de aula da Educação Básica, devido a necessidade crescente do docente buscar alternativas para que as mesmas sejam atrativas e interessantes aos discentes. Com isso, a partir da revisão de literatura apresentada neste artigo, espera-se que professores que ensinam matemática possam buscar um aprofundamento teórico em cada uma dessas tendências, inseri-las em seus planejamentos e que possam divulgar suas prática por meio de relatos de experiências, como forma de incentivo a outros educadores adotarem tais métodos de ensino.

Referências

- Bassanezi, R. C. (2006). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2009). *Modelagem matemática no ensino*. Contexto.
- Borba, M. C.; Silva, R. S. R.; Gadanidis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- Brasil, Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Matemática*. MEC.
- D'ambrosio, U. (1986) *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. Summus.
- D'ambrosio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria à prática*. (4a ed.), Papirus, 1996.
- D'ambrosio, U. (1998). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. Ática.
- D'ambrosio, U. (2013). *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. Autêntica.
- Dante, L. R. (2005). *Didática da Resolução de problemas de Matemática*. Ática.
- Felippe, A. C. & Macedo, S. da S. (2022). Contributions of Mathematical games and Mathematical modeling in teaching Mathematics. *Research, Society and Development*, 11(1), e41411124886. 10.33448/rsd-v11i1.24886. <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/24886>.
- Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. Atlas.
- Lorenzato, S. (2012). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Autores Associados.

Matos, J. F. (2008). Mediação e colaboração na aprendizagem em matemática com as TIC. In: *Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM)*, da A Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática – SPIEM. 2008.
<http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2008/2008_04_JFMatos.pdf>.

Mendes, I. A. (2008). *Tendências Metodológicas no ensino de matemática*. EdUFPA.

Mendes, I. A. (2009). *Investigação Histórica no Ensino de Matemática*. Ciência Moderna Ltda.

Mendes, I. A., Fossa, J. A. & Valdes, J. E. N. (2006). *A história como agente de cognição na educação matemática*. Sulina.

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D. & Malheiros, A. P. S. (2013). *Modelagem em Educação Matemática*. Autêntica.

Miguel, A. & Miorin, M. Â. (2011). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Autêntica.

Miranda, G. L. (2007). *Limites e possibilidades das TIC na educação*. *Revista de ciências da educação*, n. 3, maio/ago.

Nacarato, A. M. (2004-2005). *Eu trabalho primeiro no concreto*. *Revista de Educação Matemática*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 9(9-10), 1-6.

Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas*. Interciência.

Ribeiro, F. D. (2009). *Jogos e Modelagem na Educação Matemática*. Saraiva.

Vergani, T. (2007). *Educação etnomatemática: o que é?* Flecha do tempo.