

## **Fundamentos para fabricação de um medidor de deslocamento para determinação das constantes elásticas da madeira, considerando a sua anisotropia**

**Fundamentals for the fabrication of a displacement meter to determine the elastic constants of wood, considering its anisotropy**

**Fundamentos para la fabricación de un medidor de desplazamiento para determinar las constantes elásticas de la madera, considerando su anisotropía**

Recebido: 18/06/2022 | Revisado: 29/06/2022 | Aceito: 01/07/2022 | Publicado: 10/07/2022

**Edgar Vladimiro Mantilla Carrasco**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7870-0283>

Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

E-mail: [mantilla.carrasco@gmail.com](mailto:mantilla.carrasco@gmail.com)

**Rejane Costa Alves**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4059-3974>

Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil

E-mail: [rejanealves.ufes@gmail.com](mailto:rejanealves.ufes@gmail.com)

**Mônica Azevedo Smits**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7672-6428>

Instituto Escola Superior Latino Americano, Brasil

E-mail: [azevedosmits@gmail.com](mailto:azevedosmits@gmail.com)

**Vinnicius Dordenoni Pizzol**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2979-3046>

Centro Universitário de Belo Horizonte, Brasil

E-mail: [vinnicius.pizzol@prof.unibh.br](mailto:vinnicius.pizzol@prof.unibh.br)

**Ana Lúcia Crespo Oliveira**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1004-1204>

Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

E-mail: [anacrespo.oliveira@gmail.com](mailto:anacrespo.oliveira@gmail.com)

**Judy Norka Rodo Mantilla**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7870-0283>

Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

E-mail: [judynorka@gmail.com](mailto:judynorka@gmail.com)

### **Resumo**

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um medidor de deslocamento portátil para determinar as constantes elásticas de madeiras brasileiras. As constantes elásticas que dão origem à matriz de flexibilidade foram determinadas através do ensaio de compressão em corpos de prova confeccionados com a orientação das fibras em seis direções: radial, tangencial, longitudinal, longitudinal-radial, longitudinal-tangencial e radial-tangencial. As espécies utilizadas foram: *Dinizia excels* (angelim vermelho), *Apuleia leiocarpa* (garapa) e *Peltogyne discolor* (roxinho). Com a finalidade de diminuir custo e tempo gasto, na colagem de extensômetros elétricos, foi desenvolvido um medidor de deslocamento, com exatidão suficiente para determinar as deformações em todas as direções das fibras e que possibilita a reutilização, do medidor de deslocamento, em outros ensaios de compressão. Utilizou-se uma tira de aço em forma de arco, na qual foram colados quatro extensômetros elétricos, sendo dois na parte superior e outros dois na parte inferior. Para obter maior sensibilidade na flexão e eliminar a influência da temperatura na deformação dos extensômetros elétricos, estes foram configurados em um circuito em ponte completa de Wheatstone, e logo conectados a um sistema de aquisição de dados. Os resultados permitiram concluir que os medidores de deslocamento foram eficientes e eficazes para determinar as deformações durante o ensaio de compressão e conseqüentemente para determinar todos os componentes da matriz de flexibilidade.

**Palavras-chave:** Medidor de deslocamento portátil; Madeira tropical; Constantes elásticas; Matriz de flexibilidade.

### **Abstract**

The objective of this work is the development of a portable displacement meter to determine the elastic constants of Brazilian woods. The elastic constants that give rise to the flexibility matrix were determined through the compression test on specimens made with the orientation of the fibers in six directions: radial, tangential, longitudinal, longitudinal-radial, longitudinal-tangential and radial-tangential. The species used were: *Dinizia excels* (angelim vermelho), *Apuleia leiocarpa* (garapa) e *Peltogyne discolor* (roxinho). In order to reduce cost and time spent on gluing

electrical strain gauges, a displacement meter was developed, with sufficient accuracy to determine the deformations in all directions of the fibers and that allows the reuse of the displacement meter in other tests of compression. An arc-shaped steel strip was used, on which four electrical strain gauges were glued, two at the top and two at the bottom. To obtain greater sensitivity in bending and to eliminate the influence of temperature on the deformation of the electrical strain gauges, they were configured in a Wheatstone full bridge circuit, and then connected to a data acquisition system. The results allowed to conclude that the displacement meters were efficient and effective to determine the deformations during the compression test and consequently to determine all the components of the flexibility matrix.

**Keywords:** Portable displacement meter; Tropical wood; Elastic constants; Flexibility matrix.

### Resumen

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de un medidor de desplazamiento portátil para determinar las constantes elásticas de las maderas brasileñas. Las constantes elásticas que dan origen a la matriz de flexibilidad se determinaron mediante el ensayo de compresión sobre probetas realizadas con la orientación de las fibras en seis direcciones: radial, tangencial, longitudinal, longitudinal-radial, longitudinal-tangencial y radial-tangencial. Las especies utilizadas fueron: Dinizia excels (angelim vermelho), Apuleia leiocarpa (garapa) e Peltogyne discolor (roxinho). Con el fin de reducir el costo y el tiempo dedicado al pegado de galgas extensiométricas eléctricas, se desarrolló un medidor de desplazamiento, con suficiente precisión para determinar las deformaciones en todas las direcciones de las fibras y que permite la reutilización del medidor de desplazamiento en otras pruebas de compresión. Se utilizó una tira de acero en forma de arco, sobre la que se pegaron cuatro galgas extensiométricas eléctricas, dos en la parte superior y dos en la parte inferior. Para obtener una mayor sensibilidad a la flexión y eliminar la influencia de la temperatura en la deformación de las galgas extensiométricas eléctricas, se configuraron en un circuito de puente completo de Wheatstone y luego se conectaron a un sistema de adquisición de datos. Los resultados permitieron concluir que los medidores de desplazamiento fueron eficientes y efectivos para determinar las deformaciones durante el ensayo de compresión y consecuentemente determinar todos los componentes de la matriz de flexibilidad.

**Palabras clave:** Medidor de desplazamiento portátil; Madera tropical; Constantes elásticas; Matriz de flexibilidad.

## 1. Introdução

Anisotropia é a característica de um meio ou de um material cujas propriedades físicas serão diferentes conforme as variações de direção. Atribuída à madeira, por esta apresentar variação em resposta à direção em que a tensão é aplicada, esse comportamento é justificado pela organização de sua estrutura interna (Bucur, 2006), lembrando que a estrutura pode ser, por exemplo, a orientação das fibras. De acordo com Mascia e Vanalli (2012) materiais anisotrópicos não apresentam simetria elástica, razão de ser necessário representar as diferenças nas propriedades mecânicas em direções diferentes, o que torna o estudo destes sólidos mais complexo do que o estudo de sólidos que possuem isotropia. Destacam ainda que, se em uma estrutura anisotrópica aparece algum tipo de simetria, suas propriedades de elasticidade também indicam tal simetria, e assim a Lei de Hooke pode ser simplificada.

Na tentativa de diminuir as constantes de engenharia, tem-se considerado a madeira como um material ortotrópico (Slyker, 1972, Bodig & Jayne, 1993 e Mascia & Nicolas, 2013). Dessa forma, suas constantes elásticas se reduzem a doze: três módulos de elasticidade ( $E_L$ ,  $E_T$ , e  $E_R$ ), três módulos de deformação transversal (conhecido também como módulo de cisalhamento) ( $G_{RT}$ ,  $G_{TL}$ , e  $G_{RL}$ ), e seis coeficientes de Poisson ( $\gamma_{LR}$ ,  $\gamma_{LT}$ ,  $\gamma_{RT}$ ,  $\gamma_{RL}$ ,  $\gamma_{TR}$  e  $\gamma_{TL}$ ) (Bodig & Jayne, 1993, Bucur, 2006, Gonçalves & Trinca, 2014, Vázquez, et al., 2015 e Xin, et al., 2022).

A análise de desempenho de qualquer componente estrutural requer o conhecimento das propriedades elásticas do material que o constitui, (Lima, et al., 2021 e Santos, et al., 2020). Muitos critérios de resistência que existem apresentam restrições em materiais heterogêneos e anisotrópicos, com propriedades de elasticidade e de resistência direcionais, como a madeira Nicolas et al. (2009). Portanto, para caracterizar o comportamento mecânico da madeira é necessário conhecer suas relações tensão-deformação no referencial longitudinal, radial e tangencial, ( $L_{RT}$ ), por meio de ensaios mecânicos com a utilização de extensômetros elétricos (EE) (Morais, 2000).

Os primeiros ensaios com o objetivo de analisar a relação entre o carregamento e a tensão, ou a deformação em madeiras, foram realizados por Galileu, em 1638 & Hooke, em 1678 (Ballarin & Nogueira, 2003). Slyker (1972) comenta em

seu trabalho da época que a determinação dos valores do coeficiente de Poisson das madeiras já estava sendo estudadas por Doyle et al. em 1945, e por Walker e Dale em 1963. Ainda autores como Shamov (1965), Schniewind & Barrett (1972) e Bodig & Jayne (1993) já discutiam sobre o comportamento viscoelástico da madeira. Na década de 1970, Slyker (1972) determinou os coeficientes de Poisson e os módulos de elasticidade para a espécie florestal *Pinus lambertiana* Douglas nas direções paralela e perpendicular às fibras.

No decorrer dos anos, outros trabalhos foram desenvolvidos com o mesmo objetivo, dentre eles os de Jakiela et al. (2008), Garrido (2004), Bindzi e Samson (1995) e Blomberg e Persson (2007). Os autores Cabrero et al. (2010) determinaram a matriz de flexibilidade para uma placa de madeira laminada colada, fina, submetida a pequenas deformações. Mascia & Nicolas (2013) determinaram o coeficiente de Poisson da espécie de madeira tropical *Goupia glabra*, por meio de ensaio de compressão com a utilização de EE. Os autores compararam este ensaio com um modelo retilíneo elástico teórico, e as diferenças entre as médias de valores teóricos e experimentais estavam no intervalo de 2-15%, exceto para um ângulo de 75° e 90° referente ao plano de LT. Mascia (1991) determinou os valores do coeficiente de Poisson para quatro espécies florestais, dentre elas Guapuruvu (*Schizolobium parahyba*), Ipê (*Tabebuia* sp), Angico (*Piptadenia excelso*) e Pinus (*Pinus Caribaea* var. *bahamensis*). Taniguchi et al. (2010) e Ando et al. (2013) determinaram o comportamento viscoelástico tridimensional da espécie de madeira *Chamaecyparis obtusa* com a utilização do ensaio de tração em CPs orientados nas três direções principais: longitudinal às fibras, tangencial às fibras, e radial às fibras. Naruse (2003), em ensaios de flexão, utilizou EE no centro das regiões de cisalhamento para medir os módulos de deformação transversal nos planos radial e tangencial de peças de madeira de Buna (*Fagus crenata*), comprovando assim a eficiência do método. Todos estes autores citados acima utilizaram a técnica de colagem de EE em suas amostras e comentam sobre os custos elevados e a necessidade de mão de obra especializada, (Chang, et al., 2021) .

Na tentativa de encontrar métodos mais baratos e mais rápidos de análises, alguns trabalhos foram desenvolvidos com a técnica de correlação digital da imagem (DIC) para analisar o comportamento elástico da madeira, (Chang et al., 2021). Dentre esses estudos, Ozyhar et al. (2013) avaliaram o comportamento viscoelástico da madeira de faia, por meio do ensaio de compressão e tração. Enquanto Keunecke et al. (2008) determinaram o comportamento elástico das madeiras coníferas teixo (*Taxus baccata*) e abeto (*Picea abies*). Para isso, as madeiras foram ensaiadas à tração. Dessa maneira, foi possível comparar os resultados das duas madeiras e, com base nos resultados, concluíram que a madeira teixo teve comportamento menos anisotrópico que a madeira abeto. Os autores Sebera et al. (2014) também utilizaram a técnica DIC nos seus ensaios para determinar o coeficiente de Poisson, no entanto utilizaram o material MDF (*Medium Density Fiberboard*). Em todos os trabalhos citados, a evolução da tensão e deformação no tempo, nas direções axial e normal foram capturadas usando a técnica de correlação digital da imagem (DIC).

Diaz et al. (2011) por sua vez, desenvolveram um medidor portátil como alternativa para máquinas convencionais de ensaio universal, com o objetivo de determinar o módulo de elasticidade de materiais plásticos e materiais compósitos. A maioria dos trabalhos voltados para as madeiras brasileiras são realizados apenas em amostras orientadas nas três direções principais. E, quando eventualmente se amplia a pesquisa para a caracterização das madeiras nas seis direções, os autores utilizam poucas repetições por espécie. Ao contrário disso, neste estudo foi tomado o cuidado de se fazer, no mínimo, seis repetições, com a finalidade de futuramente determinar os valores característicos de cálculo dessas propriedades. Para esse tipo de investigação, na maioria das vezes são utilizados EEs colados nos CPs, para que se determinem as propriedades elásticas da madeira. No entanto, sua utilização gera alto custo e muito gasto de tempo, fato superado por esta pesquisa. Explica-se: a) a pesquisa utiliza três espécies de madeira, b) de cada espécie trabalhou-se com 7 vigas, c) cada viga foi subdividida em 6 CPs para a verificação de 6 direções, portanto para cada espécie obteve-se um total de 42 CPs, d) pelo uso tradicional seriam necessários 6 EE em cada um dos 42 CPs, totalizando 252 EE por espécie, isto é, em torno de 756 para toda a pesquisa. Um

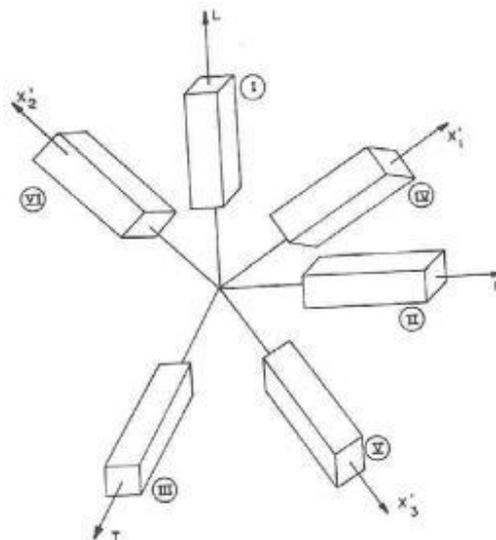
custo financeiro alto, além de grande tempo gasto na colagem de cada um deles e, ainda, a não-reutilização tanto do CP quanto dos EE. Por essa razão, o objetivo deste trabalho foi desenvolver um medidor portátil, com o dispositivo sendo calibrado para garantir eficiência na medição, tornando-o capaz de medir com precisão de 0,001 mm; exatidão suficiente para determinar as deformações na direção longitudinal às fibras e na direção normal de madeiras tropicais brasileiras.

## 2. Metodologia

### 2.1 Materiais

Os ensaios estáticos foram realizados no Centro de Pesquisa Avançada da Madeira e Novos Materiais (CPAM), da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). As madeiras ensaiadas foram angelim vermelho (*Dinizia excelsa*), garapa (*Apuleia leiocarpa*) e roxinho (*Peltogyne discolor*). Para cada uma das madeiras foram utilizadas seis vigas de 2,5 m de comprimento e seção transversal de 150 mm X 150 mm. As mesmas foram secas ao ar e, posteriormente, desdobradas em peças menores. Em seguida, foram armazenados para a estabilização da umidade, e então confeccionados os corpos-de-prova (CPs), de acordo com a norma NBR 7190 (1997), para determinação do teor de umidade e ensaio de compressão. Os CPs ensaiados à compressão foram orientados nas três direções principais e nas três direções inclinadas às fibras, conforme mostra a Figura 1.

**Figura 1** - Posições da retirada de CPs para o ensaio de compressão para determinação das constantes elásticas da madeira.



Fonte: Ballarin e Nogueira (2003).

### 2.2 Matriz de flexibilidade

Os componentes da matriz de flexibilidade, são determinados a partir das constantes elásticas da madeira e através de ensaios de compressão. Como em cada direção a deformação é influenciada por todas as constantes elásticas, ela será uma combinação linear delas. Assim a matriz de flexibilidade pode ser escrita como mostrado na Equação 1, (Bodig & Jayne, 1993, Bucur, 2006, Ballarin & Nogueira, 2003):

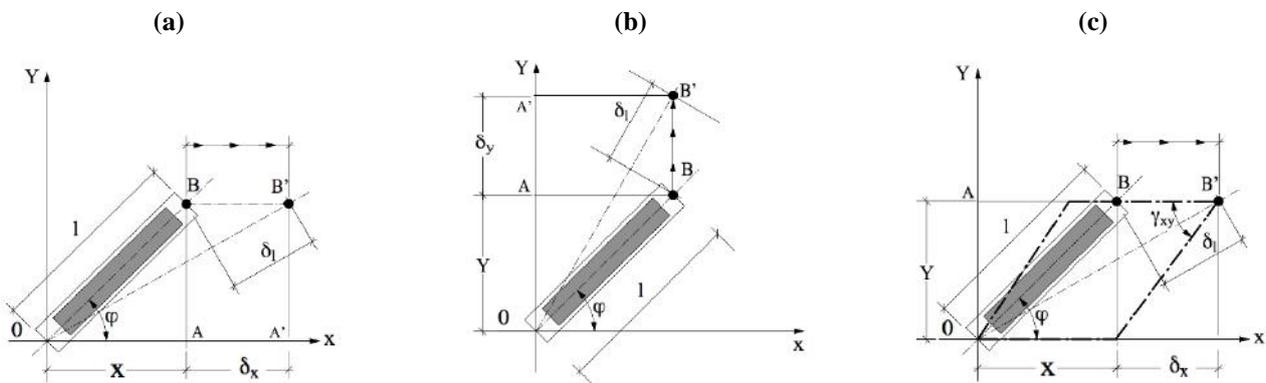
$$\begin{array}{c|c|c}
 \begin{array}{c} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{array} & = & \begin{array}{cccccc}
 1 & -\nu_{RL} & -\nu_{TL} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{E_L}{E_R} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\
 -\nu_{LR} & 1 & -\nu_{TL} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{E_L}{E_R} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{E_L} & \frac{1}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}}
 \end{array} & * & \begin{array}{c} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \end{array}
 \end{array} \quad (1)$$

Sendo:  $\varepsilon_L$  = deformação encontrada na direção L,  $\varepsilon_R$  = deformação encontrada na direção R,  $\varepsilon_T$  = deformação encontrada na direção T,  $\sigma$  = tensão nas direções da madeira, L, R e T,  $\tau$  = tensão de cisalhamento nos planos RT, LT e LR,  $\gamma$  = distorção nos planos RT, LT e LR.

### 2.3 Fundamentos teóricos de funcionamento do medidor de deslocamentos e determinação das constantes elásticas

Na Figura 2 é mostrado um MD na linha OB, formando um ângulo  $\varphi$  com o eixo x. Após a aplicação de um deslocamento  $\delta_x$  na direção x, Figura 2 (a), a linha OA passa a ser OA' e a linha OB passa a ser OB'. A seguir é aplicado um deslocamento na direção y, Figura 2 (b) e feita uma análise análoga. E finalmente, aplica-se uma distorção,  $\gamma_{xy}$ , Figura 2 (c). Quando o MD se desloca estas 3 deformações se sobrepõem. Utilizando relações geométricas, a definição de deformação (deslocamento/comprimento do MD) e considerando que são necessárias 3 medidas de deformações, isto é 3 MDs para definir o estado de deformação do corpo, utilizando transformações tensoriais chega-se à conclusão de que serão necessários 3 MDs, mais detalhes podem ser encontrados em Carrasco (1989). Entretanto, como o ensaio para determinação das constantes elásticas é de compressão simples, necessitou-se de apenas dois MD para definir o estado de deformação em um plano.

**Figura 2** – Esquema de deslocamentos em um MD: (a) direção X; (b) direção Y; (c) Resultante.



Fonte: Adaptado de Carrasco (1989).

Assim para a determinação de todas as constantes elásticas através de ensaio de compressão, serão necessários 6 MDs. Na Figura 3 é possível observar os MD instalados em um CP que foi ensaiado à compressão.

**Figura 3** - CP de compressão com os MDs instalados.



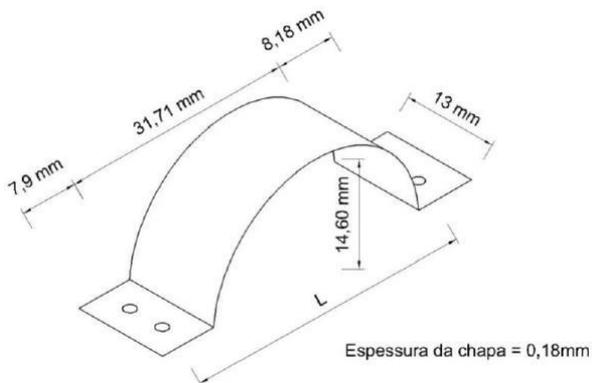
Fonte: Autores (2022).

#### 2.4 Descrição da fabricação do medidor de deslocamento e instrumentação

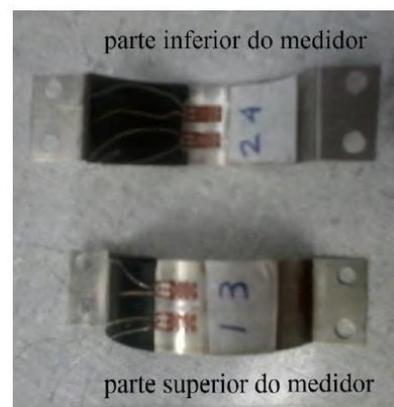
Com o objetivo de diminuir custo e tempo gasto na colagem dos extensômetros elétricos (EEs) foi desenvolvido um medidor portátil, com exatidão suficiente para determinar as deformações na direção longitudinal às fibras e na direção normal delas. Possibilitando a reutilização do medidor durante todo o ensaio de compressão. Utilizou-se uma tira de aço em forma de arco, na qual foram colados quatro EEs, sendo dois na parte superior (R1 e R3) e outros dois na parte inferior (R2 e R4), todos centralizados, conforme as Figuras 4 e 5.

As especificações dos EEs utilizados são: KFG-2-120-C1-11. Fabricante: Kyowa, extensômetro em lâmina de uso geral, comprimento de 2 mm. Resistência do extensômetro:  $120,2 \pm 0,2 \Omega$ . Fator gage  $2,11 \pm 1,0\%$ . Expansão térmica adaptável de  $11,7 \text{ PPM} / ^\circ\text{C}$ . Sensibilidade transversal de  $0,7\%$ .

**Figura 4** - Dimensões do medidor de deslocamento portátil.



**Figura 5** - Extensômetros elétricos colados, formando o medidor de deslocamento.



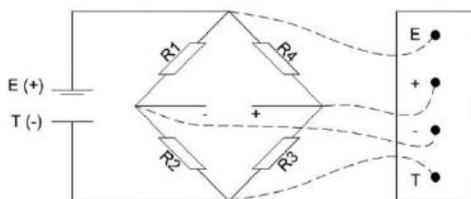
Fonte: Autores (2022).

O arco metálico é constituído de aço carbono, equivalente ao aço SAE 1095. De acordo com LG Steel (2015), a resistência desse tipo de aço é de 1015 MPa. O aço utilizado apresentou boa ductilidade, importante para que o MD não perdesse facilmente sua elasticidade, podendo ser reutilizado diversas vezes. Eles foram confeccionados por uma indústria especializada, para garantir a padronização. Foram seis chapas, para os MDs, que possuíam duas abas nas extremidades e dois furos em cada uma delas, Figura 5. Isso possibilitou a fixação do MD no CP, por meio de parafusos, de forma a garantir que

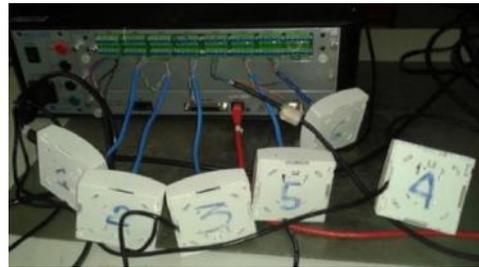
seu deslocamento relativo entre os parafusos fosse proporcional à deformação do CP. Após terem sido colados no arco metálico, os EEs tiveram seus terminais soldados aos cabos. Um teste então foi feito, usando um voltímetro para garantir o correto funcionamento dos extensômetros, antes de os instalar no sistema de aquisição de dados (SAD). O valor da resistência elétrica foi de aproximadamente  $120\Omega$ .

Para obter maior sensibilidade na flexão e eliminar a influência da temperatura na deformação dos EEs, estes foram configurados em um circuito em ponte completa de Wheatstone, Figura 6, e logo conectados ao SAD, conforme mostra a Figura 8. Para facilitar a utilização dos MDs em mais de um ensaio, sem a necessidade de calibrar o sistema a cada medição, foram colocados terminais de rede nos fios dos EEs, e plugs de rede fixos no SAD, conforme ilustra a mesma Figura 7.

**Figura 6** - Ligação dos extensômetros em ponte completa de Wheatstone.



**Figura 7** - Plugs de rede fixos no SAD.



Fonte: Autores (2022).

## 2.5 Calibração do MD e validação

Os MDs foram calibrados por meio de um dispositivo que utiliza um relógio comparador, cuja precisão é de 0,001 mm, da marca Mitutoyo, Figura 8. O princípio de funcionamento desse dispositivo comparador se dá a partir de um ajuste por meio do giro de um parafuso que está inserido em uma chapa de aço. Por consequência, uma carga aplicada lentamente deforma o MD e desloca o relógio. Foi tomado todo cuidado para que as deformações decorrentes no ensaio fossem sempre menores que a deformação máxima permitida nos EE, objetivando que os mesmos não se plastifiquem. Para a calibração foi utilizado o SAD, inicialmente o relógio comparador foi zerado e, em seguida, lida a voltagem do circuito do MD. Para cada variação de deslocamento da chapa rígida (ocasionada pelo movimento do parafuso) foi lido o valor do relógio comparador e a variação de voltagem do MD. Estes pares de valores foram arquivados no programa do SAD e correlacionados através de uma regressão linear. Utilizou-se como fundo de escala a máxima deformação ocorrida na direção normal às fibras.

Para a validação do MD, foi realizado um ensaio prévio de compressão paralela às fibras em um CP da madeira angelim vermelho (*Dinizia excelsa*). O corpo de prova utilizado no ensaio possuía a relação  $L/a \cong 3$  (comprimento/aresta), e base aproximadamente quadrada com dimensões de 49,43mm X 49,85mm e área de 2.464,09 mm<sup>2</sup>. Foram instalados dois MD em fases opostas, conectados ao SAD. Para aplicação de carga foi utilizada uma máquina universal com capacidade de 300 KN.

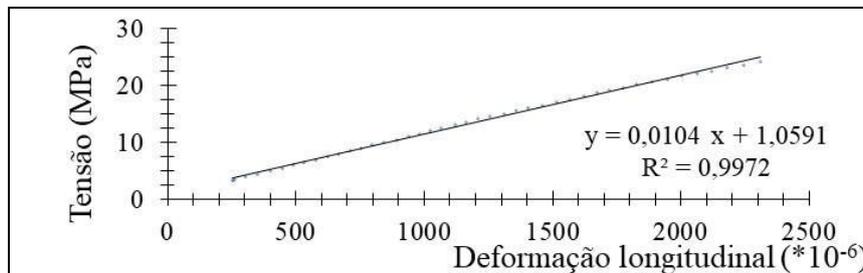
A aplicação da carga foi com a velocidade especificada pela NBR 7190 (1997), até próximo do limite de elasticidade do CP. Com o par de valores da força aplicada e as medidas dos MD, foram determinadas as tensões e deformações. Na Figura 9 está mostrado o gráfico tensão-deformação com a respectiva regressão linear. O módulo de elasticidade  $E=10400\text{MPa}$  é próximo ao valor de 10473 MPa encontrado pelo IPT (2013).

**Figura 8** - Dispositivo de calibração.



Fonte: Autores (2022).

**Figura 9** - Gráfico tensão x deformação para a madeira angelim vermelho na direção longitudinal às fibras.

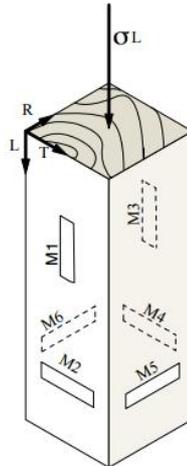


Fonte: Autores (2022).

## 2.6 Determinação das constantes elásticas

A madeira pode ser considerada como um material ortotrópico tri-ortogonal, com três eixos de simetria ortogonais entre eles (bodig & Jayne, 1993). Para determinar E, G e  $\nu$  nas três direções principais foram utilizados os MDs. Assim para determinação de todas as constantes elásticas serão necessários seis MDs, sendo dois na direção da força aplicada (um em cada face oposta) e quatro perpendiculares à força aplicada, com um em cada face. Na Figura 10 está descrita a localização dos MDs. Como mostrado na Figura 1 são necessários seis tipos de CPs e cada um deverá ser instrumentado com 6 MDs. Aplicando a força de compressão no CP e determinando as deformações pelos MDs, utilizando as relações de tensão-deformação, as transformações tensoriais das componentes de tensão, de deformação e das constantes elásticas, dados por Lekhnitskii (1981) e Mascia (1991) é possível obter todas as constantes elásticas. Na Tabela 1, são apresentados os tipos de CPs e as constantes elásticas determinadas a partir de cada CP.

**Figura 10** – Posição dos seis medidores de deslocamento.



Fonte: Autores (2022).

**Tabela 1** - Corpos de Prova e correspondentes constantes elásticas.

| Constantes Elásticas  | Corpo de Prova             |                            |                              |                                |                                |                                |
|---|----------------------------|----------------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|   | I (L)                      | II (R)                     | III (T)                      | IV (LT)                        | V (LR)                         | VI (TR)                        |
| $E_L, \nu_{LR}, \nu_{LT}, G'_{LT} \rightarrow G_{LT}, G'_{LR} \rightarrow G_{LR}$ | $E_R, \nu_{RT}, \nu_{RL},$ | $E_L, \nu_{LR}, \nu_{LT},$ | $G'_{TR} \rightarrow G_{TR}$ | $E_\alpha, \rightarrow G_{TL}$ | $E_\alpha, \rightarrow G_{LR}$ | $E_\alpha, \rightarrow G_{TR}$ |

Fonte: Autores (2022).

### 2.7 Ensaio de compressão para determinação das constantes elásticas da madeira

Os CPs foram, inicialmente, instrumentados com 6 MDs e instalados como explicado anteriormente. Na Figura 11 é mostrado, como exemplo, um CP instrumentado com os MDs e sendo ensaiado à compressão numa máquina universal Emic/Instron servo-controlada, modelo DL 30.000, com capacidade de carga de 300 KN, sobre uma célula de carga com capacidade de 100 KN, previamente calibrada.

**Figura 11** – CP de Roxinho inclinado a 45°: (a) CP instrumentado com os MDs, (b) CP durante o ensaio de compressão.



Fonte: Autores (2022).

O ensaio de compressão foi realizado seguindo prescrições da NBR 7190 (1997). Os MDs e a célula de carga foram instalados no SAD. O ensaio foi monitorado pelo programa AqDados 7.02 (Programa de Aquisição de Sinais) e os sinais tratados pelo AqDAnalysis 7 (Programa de Análise de Sinais). Os valores obtidos no ensaio foram de tensão e deslocamento dos MDs. Estes valores foram tratados no programa Excel, para a obtenção das constantes desejadas, utilizando os 6 MDs, a

partir dos deslocamentos medidos.

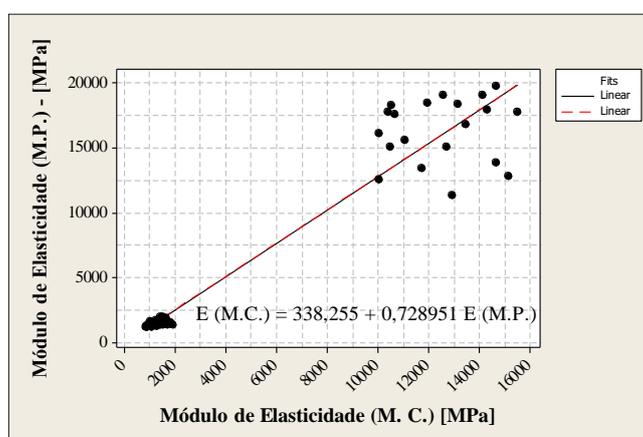
Todas as constantes elásticas foram determinadas com os seis tipos de CPs orientados convenientemente para obter as constantes elásticas (ver Tabela 1). Com os resultados de ensaio, com a aplicação das fórmulas apresentadas por Alves (2015) e com a utilização de regressões lineares, foi possível determinar todas as constantes elásticas. A determinação dos módulos de deformação transversal foi feita utilizando as equações apresentadas por Mascia (1991) e Lekhnitskii (1981).

### 3. Resultados e Discussão

#### 3.1 Verificação da eficiência do medidor portátil

Para verificar a eficiência e eficácia do MD foi realizado ensaios de compressão simples nas três madeiras apresentadas. A partir destes ensaios foram determinados os módulos de elasticidade longitudinal, radial e tangencial às fibras ( $E_L$ ,  $E_R$ , e  $E_T$ ). Os CPs foram instrumentados com EEs e com o MDs. Na Figura 12 encontra-se um gráfico relacionando os dois métodos, o convencional utilizando EEs e o proposto com a utilização do MD, nas três direções principais. Foi feita uma regressão linear e o índice de correlação entre os dois métodos foi de  $R^2 = 93\%$ , indicando uma boa correlação. Assim este método é capaz de estimar, com precisão e sensibilidade, o valor do módulo de elasticidade estático para as três direções propostas. Na Tabela 2 encontram-se os resultados de uma análise estatística pelo método de Tukey com 95% de nível de confiança. Analisando, os resultados, pode-se dizer que é possível afirmar que os valores do método convencional e do método proposto não variam estatisticamente com nível de confiança de 95%.

**Figura 12** – Relação entre o método convencional (M.C) e o método proposto (M.P) para estimar os módulos de elasticidade.



Fonte: Autores (2022).

**Tabela 2** – Valores médios dos módulos de elasticidade determinados com a utilização dos métodos convencional e proposto.

|        | Método convencional | Método proposto    |
|--------|---------------------|--------------------|
| Média  | 5095 (A)            | 6440 (A)           |
| 95% CI | (5094,13; 5096,68)  | (6438,80; 6441,33) |
| Nº CPs | 60                  | 60                 |

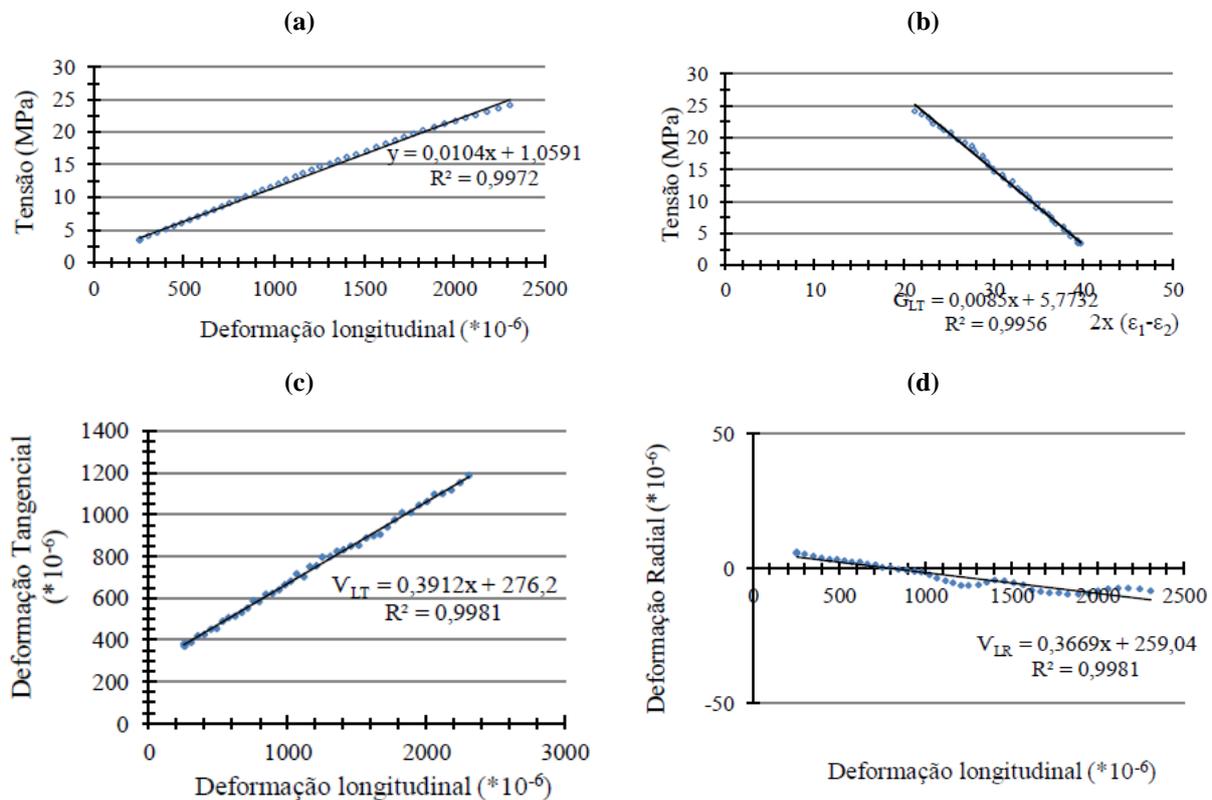
Fonte: Autores (2022).

#### 3.2 Determinação das constantes elásticas utilizando o medidor portátil

Como exemplo serão tratados e analisados os resultados de ensaio da madeira Angelim vermelho e logo será apresentado os resultados das três espécies de madeira. A determinação das constantes elásticas é feita a partir dos resultados de ensaio nos seis tipos de corpos de prova. Observando-se a Figura 13.a, a partir da inclinação da reta do gráfico tensão-

deformação na direção longitudinal foi determinado o valor do módulo de elasticidade longitudinal às fibras ( $E_L$ ) de 10400 MPa. Assim como esperado, o valor determinado está de acordo com as literaturas existentes, e ainda com valor próximo ao valor médio determinado para a espécie, conforme será descrito posteriormente. Na Figura 13.b é mostrado o valor do módulo de deformação transversal tangencial-longitudinal ( $G_{TL}$ ), determinado a partir da inclinação da reta entre a tensão e a relação proposta por Carrasco (1989). O valor encontrado foi de 850 MPa. Autores como Vásquez et al. (2015) encontraram valores de 822 MPa para a madeira castanheira. Também Gonçalves e Trinca. (2014) encontraram valores de: 1489 MPa para a madeira garapa; 892 MPa para a cupiúba e 1172 MPa para eucalipto saligna. Os diferentes valores são justificados pela heterogeneidade das madeiras. Na Figura 13.c e 13.d é mostrado o valor do coeficiente de Poisson longitudinal-tangencial ( $\nu_{LT}$ ) e o coeficiente de Poisson longitudinal-radial ( $\nu_{LR}$ ), respectivamente.

**Figura 13** – Exemplo dos resultados do ensaio de compressão da madeira angelim vermelho com a utilização do MD: (a) Módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ), (b) Módulo de deformação transversal Tangencial Longitudinal ( $G_{TL}$ ), (c) Coeficiente de Poisson Longitudinal Tangencial ( $\nu_{LT}$ ), (d) Coeficiente de Poisson Longitudinal Radial ( $\nu_{LR}$ ).



Fonte: Autores (2022).

Na Tabela 3 estão apresentados os valores médios das constantes elásticas, determinados a partir do ensaio de compressão, com a utilização dos MDs. Os valores de  $\nu_{RT}$  variaram de 0,30 para a madeira roxinho e 0,38 para as madeiras angelim vermelho e garapa. De acordo com Mascia (1991), o valor médio dessa constante em madeiras folhosas é de 0,71, enquanto afirmam Bodig & Jayne (1993) que, para folhosas de clima temperado, esse valor médio é de 0,67. Ballarin & Nogueira (2003) encontraram o valor médio de 0,70 para a madeira de eucalipto citriodora. Para  $\nu_{LR}$ , os valores variaram de 0,42 para a madeira angelim vermelho e 0,51 para a madeira roxinho. Mascia (1991) por sua vez, determina o valor médio de 0,47 para madeiras folhosas e Bodig & Jayne (1993) encontraram o valor de 0,37 para folhosas de clima temperado. Ballarin & Nogueira (2003) relatam valor médio de 0,23 para a madeira eucalipto citriodora. Já para o  $\nu_{LT}$ , o menor valor foi para a

madeira angelim vermelho, isto é 0,57 e o maior valor para a madeira garapa, 0,66. Novamente comparando, Mascia (1991) determina o valor médio de 0,47 para madeiras tropicais e Bodig e Jayne (1993) o valor de 0,50 para as denominadas tropicais de clima temperado. Ballarin e Nogueira (2003) defendem o valor de 0,48 para a madeira eucalipto citriodora. Na verdade, por se tratar de uma característica muito sensível, os valores não devem ser comparados com outras espécies que não as mesmas deste trabalho, já que a variação existe, até mesmo, dentro da mesma espécie; portanto, fácil é supor que certamente haverá entre espécies. Embora Bodig e Jayne (1993) digam que para ter uma melhor precisão na determinação dos valores do Coeficiente de Poisson a alternativa seja aumentar as dimensões dos CPs, surge outro problema: a dificuldade de orientação dos anéis de crescimento.

Para efeito de comparação, podem-se contrapor dois trabalhos do mesmo autor, Mascia (1991) e Mascia & Lahr (2006). No primeiro trabalho o autor afirma que os valores médios para folhosas são de 0,71, 0,47 e 0,47 para  $\nu_{RT}$ ,  $\nu_{LR}$  e  $\nu_{LT}$ , respectivamente. No entanto, Mascia e Lahr (2006) mostraram valores de 0,43, 0,51 e 0,78 para os mesmos Coeficientes de Poisson da madeira jatobá; valores estes mais próximos aos encontrados neste estudo.

Os valores de módulo de deformação transversal (G) foram determinados para a madeira garapa, em que  $G_{RT}$ ,  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  obtiveram os valores de 350 MPa, 867 MPa e 545MPa respectivamente. Mascia e Lahr (2006) encontraram para a madeira de jatobá, os valores de 496 MPa, 1024 MPa e 1450 MPa para  $G_{RT}$ ,  $G_{LR}$  e  $G_{LT}$ , respectivamente.

**Tabela 3** – Valores médios das constantes elásticas, resultantes do ensaio de compressão da madeira angelim vermelho (AV), garapa (G), e roxinho (R), com o uso do MD.

| Madeiras | $E_L$<br>(MPa) | $E_R$<br>(MPa) | $E_T$<br>(MPa) | $E_{TR}$<br>(MPa) | $E_{LT}$<br>(MPa) | $E_{LR}$<br>(MPa) | $\nu_{RT}$<br>(Ad.) | $\nu_{LR}$<br>(Ad.) | $\nu_{LT}$<br>(Ad.) | $G_{RT}$<br>(MPa) | $G_{LR}$<br>(MPa) | $G_{LT}$<br>(MPa) |        |
|----------|----------------|----------------|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------|
| AV       | Média          | 15027          | 1471           | 1331              | 1732              | 3456              | 2198                | 0,38                | 0,42                | 0,57              | 433               | 864               | 549    |
|          | D.P.           | 1965           | 133            | 90,26             | 376,09            | 419,40            | 683,93              | 0,07                | 0,07                | 0,07              | 94,02             | 104,28            | 170,98 |
|          | C.V.           | 13,08          | 9,07           | 6,78              | 21,72             | 12,14             | 31,12               | 18,13               | 17,78               | 11,92             | 21,72             | 12,08             | 31,12  |
| G        | Média          | 17621          | 1681           | 1442              | 1399              | 3469              | 2181                | 0,38                | 0,49                | 0,66              | 350               | 867               | 545    |
|          | D.P.           | 1830           | 117            | 83,50             | 263,00            | 441,67            | 312,16              | 0,22                | 0,15                | 0,09              | 65,75             | 110,42            | 78,04  |
|          | C.V.           | 10,39          | 6,99           | 5,79              | 18,80             | 12,73             | 14,31               | 58,87               | 29,88               | 12,80             | 18,80             | 12,73             | 14,31  |
| R        | Média          | 16245          | 1650           | 1280              | 1264              | 3422              | 1935                | 0,30                | 0,51                | 0,65              | 316               | 855               | 484    |
|          | D.P.           | 3067           | 242            | 77,08             | 245,72            | 246,96            | 213,37              | 0,01                | 0,13                | 0,11              | 61,43             | 61,74             | 53,34  |
|          | C.V.           | 18,88          | 14,68          | 6,02              | 19,44             | 7,22              | 11,03               | 35,35               | 25,57               | 16,29             | 19,44             | 7,22              | 11,03  |

D.P.=Desvio padrão; C.V.= Coeficiente de variação (%)

Fonte: Autores (2022).

#### 4. Conclusão

O medidor de deslocamento portátil idealizado é eficiente e eficaz para substituir os extensômetros elétricos quando utilizado para determinar as constantes elásticas da madeira considerando a sua ortotropia.

Utilizando o medidor de deslocamento portátil foi possível determinar as constantes elásticas de três espécies de madeiras tropicais ultraduras, através de ensaios de compressão.

Com estas constantes elásticas é possível rapidamente determinar a matriz de flexibilidade utilizando as relações apresentadas no trabalho.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

e Fapemig - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais.

## Referências

- Alves, R. C. (2015). *Determinação das constantes elásticas da madeira considerando a sua ortotropia*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
- Ando, K., Mizutani, M., Taniguchi, Y. & Yamamoto, H. (2013). Time dependence of Poisson's effect in wood III: asymmetry of three-dimensional viscoelastic compliance matrix of Japanese cypress. *Journal of Wood Science*, 59:290–298. 10.1007/s10086-015-1477-8.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (1997). *Projeto de estruturas de madeira*. NBR 7190.
- Ballarin, A. W., & Nogueira, M. (2003). Caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*. *Cerne*, 9(1), 69-83.
- Bindzi, I., & Samson, M. (1995). New formula for influence of spiral grain on bending stiffness of wooden beams. *Journal of structural engineering*, 121(11), 1541-52. 10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:11(1541).
- Blomberg, J., & Persson, P. (2007). Swelling pressure of semi-isostatically densified wood under different mechanical restraints. *Wood Science and Technology*, 41, 401–415. 10.1007/s00226-006-0118-1.
- Bodig, J., & Jayne, Ba. (1993). *Mechanics of wood and wood composites*. Krieger Publ. Comp. Malabar.
- Bucur, V. (2006). *Acoustics of wood*. (2a. ed.), CRC Press, 399p.
- Cabrero, J.M., Heiduschke, A., & Haller, P. (2010). Analytical assessment of the load-carrying capacity of axially loaded wooden reinforced tubes. *Composite Structures*, 92, 2955–2965. 10.1016/j.compstruct.2010.05.007.
- Carrasco, E. V. M. (1989). *Resistência, elasticidade e distribuição de tensões nas vigas retas de madeira laminada colada*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, Brasil.
- Chang, C. W., Hsu, F. L., Chang, F. C., & Huang, Y. S. (2021). Measuring elastic constants of wood through static bending using a strain gauge. *European Journal of Wood and Wood Products*, 80, 611–620. 10.1007/s00107-021-01771-6.
- Diaz, C. A., Afrifah, K. A., Jin, S., & Matuana, L. M. (2011). Estimation of modulus of elasticity of plastics and wood plastic composites using a Taber stiffness tester. *Composites Science and Technology*, 71, 67–70. 10.1016/j.compscitech.2010.10.007.
- Garrido, N. (2004). *Caracterização do comportamento ao corte da madeira através do ensaio offaxis*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás os Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal.
- Gómez-Royuela, J. L., Majano-Majano, A., Lara-Bocanegra, A., & Reynolds, T. P.S. (2021). Determination of the elastic constants of thermally modified beech by ultrasound and static tests coupled with 3D digital image correlation. *Construction and Building Materials*, 302, 124270. 10.1016/j.conbuildmat.2021.124270.
- Gonçalves, R., & Trinca, A. T. (2014). Elastic constants of wood determined by ultrasound using three geometries of specimens. *Wood Science and Technology*, 48, 269–287. 10.1007/s00226-013-0598-8.
- IPT (2013). *Sistema de Informações de Madeiras Brasileiras*. Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, São Paulo, (Relatório No 27 078).
- Jakiela, S. Bratasz, L., & Kozłowski, R. (2008). Numerical modelling of moisture movement and related stress field in lime wood subjected to changing climate conditions. *Wood Science and Technology*, 42, 21-37. 10.1007/s00226-007-0138-5.
- Keunecke, D., Hering, S., & Niemz, P. (2008). Three-dimensional elastic behaviour of common yew and Norway spruce. *Wood Science and Technology*, 42, 633–647. 10.1007/s00226-008-0192-7.
- Lekhnitskii, S. G. (1981). *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. MirPublishers, Moscou.
- LG Steel (2015). *Em Aço de Médio e Alto carbono - F - 436 - aço 1045 / temp. 38/45 hrc*. <http://lgsteel.com.br/arruela-lisa-em-aco-medio-alto-carbono-lg-436-aco.htm>.
- Lima, I. L., Ranzini, M., Longui, E. L., & Barbosa, J. A. (2021). Wood characterization of *Tectona grandis* L. F. cultivated in Brazil: a review of the last 30 years. *Research, Society and Development*, 10(14), e162101421549. 10.33448/rsd-v10i14.21549.
- Mascia, N. T., & Lahr, F. A. R. (2006). Remarks on Orthotropic Elastic Models Applied to Wood. *Materials Research*, 9(3), 301-310. 10.1590/S1516-14392006000300010.
- Mascia, N. T., & Nicolas, E. A. (2013). Determination of Poisson's ratios in relation to fiber angle of a tropical wood species. *Construction & Building Materials*, 41, 691-696. 10.1016/j.conbuildmat.2012.12.014.
- Mascia, N. T., & Vanalli, L. (2012). Evaluation of the coefficients of mutual influence of wood through off-axis compression tests. *Construction & Building Materials*, 30, 522-528. 10.1016/j.conbuildmat.2011.12.048.
- Mascia, N.T. (1991). *Considerações a respeito da anisotropia na madeira*. Tese Doutorado, Universidade de São Paulo, Brasil.
- Morais, J. J. (2000). *Comportamento Mecânico Não-Linear da Madeira*. 2º Seminário de engenharia. Universidade de Trás os Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal.

- Naruse, K. (2003). Estimation of shear moduli of wood by quasi-simple shear tests. *Journal of Wood Science*, 49, 479–484. 10.1007/s10086-003-0515-0.
- Nicolas, E. A., Mascia, N. T., & Todeschini, R. (2009). Ensaios uniaxiais e biaxiais para avaliação de critério de resistência (Tsai-Wu) de materiais anisotrópicos para a madeira. *Revista Minerva*, 6, 107-116.
- Ozyhar, T., Hering, S., Sanabria, S. J., & Niemz, P. (2013). Determining moisture-dependent elastic characteristics of beech wood by means of ultrasonic waves. *Wood Science and Technology*, 47, 329–341. 10.1007/s00226-012-0499-2.
- Santos, J. O. X., Fernandes, S. C., Freitas, H. S., Barros, R. P., & Barros, L. M. (2020). Avaliação de propriedades físicas e mecânicas de quatro espécies de madeira amazônica para uso na construção civil. *Research, Society and Development*, 9(12), e44891211379. 10.33448/rsd-v9i12.11379.
- Schniewind, A. P., Barrett, J. D. (1972). Wood as a linear orthotropic viscoelastic material. *Wood Science and Technology*, 6(1), 43–57. 10.1007/BF00351807.
- Sebera, V., Tippner, J., Simek, M., Srajer, J., Decky, D., & Klimova, H. (2014). Poisson's ratio of the MDF in respect to vertical density profile. *European Journal of Wood and Wood Products*, 72, 407–410. 10.1007/s00107-014-0780-1.
- Shamov, I. V. (1965). Long-time study of Poisson's ratio for polyethylene stressed in the small strains range. *Polymer Mechanics*, 1(3), 36–38. 10.1007/BF00858800.
- Sliker, A. (1972). Measuring Poisson's ratios in wood. *Experimental Mechanics*, 12(5), 239-242.
- Taniguchi, Y., Ando, K., & Yamamoto, H. (2010). Determination of three-dimensional viscoelastic compliance in wood by tensile creep test. *Journal of Wood Science*, 56: 82–84. 10.1007/s10086-009-1069-6.
- Vázquez, C., Gonçalves, R. Bertoldo, C., Baño, V., Vega, A., Crespo, J. & Guaita, M. (2015). Determination of the mechanical properties of *Castanea sativa* Mill. using ultrasonic wave propagation and comparison with static compression and bending methods. *Wood Science and Technology*, 49, 607–622. 10.1007/s00226-015-0719-7.
- Xin, Z., Zhang, H., Guan, C., Liu, J., Liu, F., Gong, Y., Li, H., & Shen, Y. (2022). Determining elastic constants of full-size cross laminated timber panel supported on four nodes using a vibration method. *Construction and Building Materials*, 323, 126513. 10.1016/j.conbuildmat.2022.126513.