

## O uso da modelagem matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas: uma revisão bibliográfica

The use of mathematical modeling with GeoGebra in teaching trigonometric functions: a literature review

El uso de modelos matemáticos con GeoGebra en la enseñanza de funciones trigonométricas: una revisión de la literatura

Recebido: 18/06/2022 | Revisado: 25/06/2022 | Aceito: 25/06/2022 | Publicado: 06/07/2022

**Manoel de Araújo Brandão Filho**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0801-8910>

Instituto Federal do Piauí, Brasil

E-mail: [mfilho940@gmail.com](mailto:mfilho940@gmail.com)

**Rothchild Sousa de Morais Carvalho Filho**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7067-6159>

Instituto Federal do Piauí, Brasil

E-mail: [rothchildquimicahsb@gmail.com](mailto:rothchildquimicahsb@gmail.com)

**Fernanda Meneses Amaral**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6439-6524>

Instituto Federal do Piauí, Brasil

E-mail: [fenetonanda@gmail.com](mailto:fenetonanda@gmail.com)

### Resumo

O ensino de Matemática muitas vezes é visto como um desafio para o profissional docente, em relação à utilização de uma didática ou metodologias mais adequadas para uma maior aprendizagem. Portanto, a modelagem matemática surgiu da necessidade de se entender um problema e de poder modelá-lo a partir dos seus dados variáveis ou não. Assim, tendo em vista o maior acesso às tecnologias na atualidade, o software GeoGebra pode auxiliar tanto o professor quanto o aluno na resolução de problemas. Logo, esta pesquisa tem como objetivo uma revisão bibliográfica integrativa de caráter exploratória, a qual visa detalhar as influências do uso da Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica. Por conseguinte, a revisão subdividiu-se diante dos dois termos chave: “Modelagem Matemática com o GeoGebra”, “GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”. Logo, é possível perceber que é de indubitável relevância o uso de TICS na sala de aula. Portanto, pode-se aferir que a Modelagem Matemática é sim uma metodologia que favorece a aprendizagem. Significa, portanto, que a partir dela o estudante pode perceber como a matemática se aplica em seu cotidiano. Em conformidade, a utilização do software GeoGebra contribui para o ensino e aprendizagem, já que este facilita muito nas representações gráficas e geométricas.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática; GeoGebra; Funções trigonométricas.

### Abstract

The The teaching of Mathematics is often seen as a challenge for the teaching professional, in relation to the use of more appropriate didactics or methodologies for greater learning. Therefore, mathematical modeling arose from the need to understand a problem and to be able to model it from its variable data or not. Thus, in view of the greater access to technologies today, the GeoGebra software can help both the teacher and the student in solving problems. Therefore, this research aims at an integrative bibliographic review of an exploratory nature, which aims to detail the influences of the use of Mathematical Modeling with GeoGebra in the teaching of trigonometric functions in Basic Education. Therefore, the review was divided into two key terms: “Mathematical Modeling with GeoGebra”, “GeoGebra in teaching trigonometric functions”. Therefore, it is possible to perceive that the use of ICTs in the classroom is of undoubted relevance. Therefore, it can be seen that Mathematical Modeling is indeed a methodology that favors learning. It means, therefore, that from it the student can perceive how mathematics is applied in their daily lives. Accordingly, the use of GeoGebra software supports teaching and learning, as it greatly facilitates graphic and geometric representations.

**Keywords:** Mathematical modeling; GeoGebra; Trigonometric functions.

### Resumen

La enseñanza de las Matemáticas es muchas veces vista como un desafío para el profesional docente, en relación al uso de didácticas o metodologías más adecuadas para un mayor aprendizaje. Por lo tanto, la modelación matemática

surgió de la necesidad de entender un problema y poder modelarlo a partir de sus datos variables o no. Así, ante el mayor acceso a las tecnologías en la actualidad, el software GeoGebra puede ayudar tanto al docente como al alumno en la resolución de problemas. Por lo tanto, esta investigación tiene como objetivo una revisión bibliográfica integradora de carácter exploratorio, que tiene como objetivo detallar las influencias del uso de la Modelación Matemática con GeoGebra en la enseñanza de las funciones trigonométricas en la Educación Básica. Por lo tanto, la revisión se dividió en dos términos clave: “Modelado matemático con GeoGebra”, “GeoGebra en la enseñanza de funciones trigonométricas”. Por tanto, es posible percibir que el uso de las TIC en el aula es de indudable relevancia. Por lo tanto, se puede apreciar que la Modelación Matemática sí es una metodología que favorece el aprendizaje. Significa, por tanto, que a partir de ella el alumno pueda percibir cómo se aplican las matemáticas en su vida cotidiana. En consecuencia, el uso del software GeoGebra apoya la enseñanza y el aprendizaje, ya que facilita enormemente las representaciones gráficas y geométricas.

**Palabras clave:** Modelo matemático; GeoGebra; Funciones trigonométricas.

## 1. Introdução

O ensino de Matemática muitas vezes é visto como um desafio para o profissional docente, em relação à utilização de uma didática ou metodologias mais adequadas para uma maior aprendizagem. Nesse sentido, em Matemática, através dos conceitos estabelecidos – por exemplo, sobre funções trigonométricas –, resolvemos uma situação problema, ou seja, através dos dados contidos em um problema e fazendo uso dos conhecimentos adquiridos podemos encontrar uma solução aplicável.

Portanto, a modelagem matemática surgiu da necessidade de se entender um problema e de poder modelá-lo, a partir, dos seus dados variáveis ou não. Nessa perspectiva, para Bassanezi (2004, p. 24), a modelagem matemática “consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas as soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Assim, tendo em vista o maior acesso às tecnologias, o software GeoGebra pode auxiliar tanto o professor quanto o aluno na resolução de problemas. Pois, de acordo com Cruz et al., (2018), “o software GeoGebra apresenta uma interface de fácil manipulação. Possui múltiplas funcionalidades, podendo ser utilizado em campos como: aritmética, álgebra, geometria, trigonometria”. Além disso:

O GeoGebra surgiu na Universidade de Salzburg para a educação matemática nas escolas. Esse software é um sistema operacional de geometria dinâmica permitindo realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos e retas. Auxilia no estudo das funções trigonométricas, na construção de seu gráfico básico, trasladando esse gráfico nos eixos das abscissas e das ordenadas, a partir das funções do tipo trigonométrica (Delfino, 2015, p. 13).

Dessa forma, uma metodologia que pode colaborar em certa medida no ensino de funções trigonométricas no Ensino Médio seria a voltada para Modelagem Matemática com o auxílio do GeoGebra. Portanto, apresenta-se ao Instituto Federal do Piauí o presente trabalho intitulado “O uso da Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas: uma revisão bibliográfica”.

Em desmedida, corriqueiramente, qualquer professor de Matemática já se deparou com o questionamento, por parte, de seus alunos de para que iremos utilizar essa matemática, esse conteúdo em específico. Pois bem, na maioria das vezes utilizamos os conceitos desta disciplina para a resolução de problemas práticos, onde se pode aplicar suas propriedades. Percebemos, portanto, que a Matemática pode sim modelar vários fenômenos no nosso cotidiano.

Daí, surgiu a motivação para fazer uma pesquisa de cunho científico que respondesse como a proposta de Modelagem Matemática com o GeoGebra pode contribuir positivamente no ensino de funções trigonométricas gerando, conseqüentemente, maior aprendizagem nos estudantes.

Pretende-se dar visibilidade à Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas, bem como possibilitar que outros estudos possam partir das considerações finais do trabalho, seja para refutar, aprofundar ou

suscitar novos questionamentos; bem como subsidiar discussões junto ao conteúdo da Matemática e o ensino através da metodologia acima referida.

Logo, de acordo com o supracitado, esta pesquisa tem como objetivo uma revisão bibliográfica, a qual visa detalhar as influências do uso da Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica.

## 1.1 Referencial teórico

### 1.1.1 Tecnologias e a modelagem matemática

Desde os anos iniciais do século XXI, vivemos uma progressão no uso das tecnologias, principalmente, em relação às digitais, como computadores, notebooks, tablets, e a consolidação dos smartphones. Em consonância, observa-se os avanços da comunicação via internet, e da integração das comunicações através desta, assim:

A utilização de computadores pessoais a partir de 1980 permitiu que iniciássemos o questionamento do papel das tecnologias digitais (TDs) e sua aplicação como elemento apoiador de atividades relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem. O surgimento das redes de computadores, e, especialmente, a internet e seus serviços, consolidou de forma irreversível o uso e o impacto causado pelas TDs no contexto escolar (Dantas & Machado, 2014, p. 20).

Desta maneira, professores e estudantes devem perceber o aporte que as TDs podem trazer ao processo de ensino e, conseqüentemente, aprendizagem. Afinal, com esse meio de comunicação é possível integrar usuários, através de seus dispositivos com conexão à internet, assim podendo disseminar os conhecimentos que implicarão, positivamente, na aprendizagem dos estudantes.

Em contrapartida, antigamente, o modo como era ensinada a Matemática nos tendia a vê-la como dissociada do nosso cotidiano, pertencente somente ao seu universo matemático. Assim, não era necessária a contextualização dos conteúdos, bastava tão somente transmiti-lo. Deste modo:

A qualidade do ensino dependia de o professor ser um bom transmissor. Um bom professor era aquele que fazia com que seus alunos “vissem” os objetos matemáticos e o aceitassem. A boa educação matemática se media através da boa transmissão do ensino, e o bom professor era um bom transporte, muitas das vezes independentemente de o aluno aprender - ou não (Meyer; Caldeira & Malheiros, 2011, p. 24).

Portanto, percebe-se que o principal objetivo era apenas transmitir conhecimento, não se tinha, assim, constituído o objetivo de aprendizagem. Por conseguinte, favorecia-se a considerar a Matemática algo divino, dissociado da realidade; algo que não se coaduna com nosso cotidiano, que não pode ser aplicado ou observado em alguns fenômenos, ao contrário de como hoje entendemos a Matemática. Atualmente já é compreendida como sendo uma ciência, aplicável em vários fenômenos do nosso dia a dia e que colaborou, e continua a colaborar, com as outras ciências exatas (Biologia, Física e Química) assim como nas outras áreas de conhecimento.

No entanto, lado a lado ao uso das tecnologias na educação, surgem as metodologias de ensino que se adequam mais a essas ferramentas. Aqui nos referimos à Modelagem Matemática, tal como Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 33), “alguns autores a denominam de “metodologia”, outros de “ambiente de aprendizagem”, etc. Defendemos a ideia de que a Modelagem se enquadra em uma concepção de “educar matematicamente”.

Tendo como base essa maneira de “educar matematicamente”, colocamos em voga a ideia de que a Matemática é um conhecimento que pode sim ser aplicado. Logo, através dos conhecimentos já adquiridos, ou dos que queremos adquirir, podemos usá-los para a resolução de um problema. Assim, diferentemente do ensino tradicional:

A Modelagem vai por um caminho inverso, ou seja, ao invés de se dar uma pergunta para o aluno, em que ele vai ter de usar predeterminada ferramenta matemática para garantir a obtenção da resposta certa, o aluno faz a pergunta para si e para os outros. Junto com o professor e os outros alunos, ele vai aprender (e usar) as ferramentas matemáticas já existentes para entender o fenômeno escolhido e, eventualmente, levar à sala de aula conhecimentos já produzidos pela cultura local para responder a questões relevantes, muitas vezes, até de forma aproximada (Meyer, Caldeira & Malheiro, 2011, p. 24).

Logo, a Modelagem Matemática está muito distante do ensino tradicional, voltado, majoritariamente, para a exposição de conhecimento. Aqui, vemos que a Matemática é um conhecimento que pode ser construído a partir de suas aplicações, discussões entre alunos e professor e de suas validações através de demonstrações que também devem ser colocadas em debate. Dessa maneira, dá-se usabilidade às ferramentas matemáticas expostas na sala de aula e livro didático.

Diante disso, segundo Biembengut e Hein (2019), “genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir.”

Essa interação que permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático), envolve uma série de procedimentos. Esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas, subdivididas em seis subetapas, a saber:

a) Interação

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.

b) Matematizarão

- Formulação do problema → hipótese;
- Resolução do problema em termos do modelo

c) Modelo matemático

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo → avaliação (Biembengut & Hein, 2019, p. 13).

Tais interações podem ser resumidas da seguinte forma: na interação, estuda-se a situação-problema com objetivo de a conhecer ou compreender melhor e ir se familiarizando, além de buscar os referenciais teóricos em relação a este; na Matematização, busca-se a sistematização da situação problema, através do “ferramental” matemático, ou seja, analisa-se os dados na tentativa obter expressões, ou outros artifícios que modelem o problema na busca da solução exata ou aproximada. Por último, em relação ao modelo matemático, cabe ao estudante analisar as respostas encontradas, vendo assim o quanto se aproximam da solução e se podem ser aplicadas a outros problemas análogos com dados distintos.

### 1.1.2 Geogebra e a educação matemática

As tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) vêm sendo cada vez mais utilizadas em vários âmbitos da sociedade contemporânea. Isso não é diferente com relação às abordagens educacionais, nas quais cada vez mais elas são utilizadas como ferramentas didáticas. Portanto, a seu modo, há uma atualização do processo de ensinar e aprender. Logo,

Nesse processo, os alunos podem ser parceiros na concepção e condução das atividades com TIC e não meros espectadores e executores de tarefas. O importante é que o professor se sinta como uma peça participativa do processo e que a aula continue sendo dele, apesar de ser preparada, na sua forma, por um instrumento estranho. Nesse momento, o professor observa a informática como um novo instrumento, um giz diferente! E passa a utilizar, com mais frequência, os softwares educacionais disponíveis. (Machado, 2020, p. 34-35).

Assim sendo, o primeiro passo para a utilização das TIC's na educação é percebê-las realmente como uma nova ferramenta didática, que pode sim ser adaptada ao ambiente da sala de aula, à medida que o professor a aceita nessa perspectiva, tem certa habilidade com estas e, além disso, conta com o apoio dos colegas assim como da gestão escolar para sua implementação.

Quando nos voltamos para o ensino de uma disciplina, nesse caso para a Matemática, deve-se observar quais ferramentas são as mais adequadas para o que se propõe. Nesse sentido, segundo Machado (2020, p. 37), “os softwares dinâmicos são voltados para um ensino prático, são ferramentas de construção, onde desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem”. Deste modo:

[...] o uso de mídias digitais pode proporcionar aos estudantes ampliarem suas possibilidades de observação e investigação, atividades apenas com lápis e papel ou quadro e giz, principalmente no conteúdo geométrico são menos atrativos aos alunos, devido às limitações. Nesse sentido, o software GeoGebra favorece as experimentações matemáticas, auxilia a visualização gráfica e possibilita ao aluno generalizar e representar os conceitos estudados na sala de aula. Desse modo, cada estudante passa a ser o agente ativo e participativo da sua própria aprendizagem (Machado, 2020, p. 38).

Portanto, o *software* GeoGebra se adequa muito ao ensino matemático, pois através deste pode-se, de maneira precisa, dar visibilidade às propriedades matemáticas que estão sendo estudadas ou problematizadas. Consequentemente, este não se limita tão somente a demonstrações, quando necessário ele nos permite fazer experimentações, tornando o ensino muito mais prático, aplicado, envolvendo mais o estudante, o qual será muito mais ativo em sua aprendizagem Matemática.

### 1.1.3 Bases curriculares nacionais, ensino de funções trigonométricas e suas tecnologias

De início, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) no que diz respeito ao Ensino Médio, mais especificamente à área de Matemática e suas tecnologias, estabelece que “em continuidade a essas aprendizagens”, posteriormente ao ensino fundamental, “no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos”. Diante disso,

Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior (Brasil, 2018, p. 528).

Desse modo, entende-se que a BNCC prioriza que seja dada mais robustez aos pensamentos matemáticos dos estudantes no Ensino Média. Ou seja, pretende-se que estes desenvolvam seus conhecimentos se aprofundando mais em contextos matemáticos. Para tanto, é necessário avançar quanto ao domínio das ferramentas tecnológicas digitais, aplicando estas na resolução de situações-problema em que se aplica a Matemática. Por exemplo, há *softwares* dinâmicos, como o GeoGebra, que permitem representações gráficas, geométricas e/ou algébricas facilitando experimentações que colaboram na observação do fenômeno em esteja em questão, por conseguinte na dedução de sua solução.

A BNCC relaciona quais competências essencialmente devem ser trabalhadas em cada etapa da educação básica, como estabelecido a seguir:

Considerando esses pressupostos, e em articulação com as competências gerais da Educação Básica e com as da área de Matemática do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, a área de Matemática e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas. Relacionadas a cada uma delas, são indicadas, posteriormente, habilidades a ser alcançadas nessa etapa (Brasil, 2018, p. 530).

A partir disso, fica claro que no Ensino Médio, o currículo padroniza-se diante da competência que deseja construir aliando estas a suas respectivas habilidades. No entanto, não é seguida uma ordem de progressão aplicável. Por conta disso, e da intenção de trabalhar o ensino de funções de trigonométricas através da Modelagem Matemática aliado ao GeoGebra, elencou-se as habilidades que serão abordadas, destacadas a seguir:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática (Brasil, 2018, p. 543-544).

Por último, segundo a BNCC:

[...] é fundamental preservar a articulação, proposta nesta BNCC, entre os vários campos da Matemática, com vistas à construção de uma visão integrada de Matemática e aplicada à realidade. Além disso, é importante que os saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais (Brasil, 2018, p. 542).

Por fim, diante disso, é de indubitável importância integrar os vários conteúdos matemáticos aos contextos em que eles se aplicam. Podendo assim, o estudante solucionar situações-problema em que este será ativo em sua aprendizagem, logo desenvolvendo algumas das habilidades preconizadas pela BNCC e que, nesse caso, serão potencializadas com o Modelagem Matemática com o auxílio do GeoGebra.

## 2. Metodologia

O referente trabalho trata-se de uma pesquisa de revisão integrativa da literatura de caráter exploratório, já que tem como foco compreender a utilização da Modelagem Matemática com o GeoGebra no período de 2012 a 2022, tendo em vista a aplicação dessa metodologia no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica. Segundo Gil (2002, p. 41), uma pesquisa do tipo exploratória tem como objetivo “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições”.

Já no que diz respeito à classificação da pesquisa quanto aos procedimentos, apresenta-se uma pesquisa bibliográfica, que, segundo Gil (2002, p. 44), “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

Nesse sentido, para a seleção dos trabalhos foi realizada uma busca por publicações nas seguintes plataformas de periódicos: *Google acadêmico*, SciELO (Biblioteca Eletrônica Científica Online, do inglês: *Scientific Electronic Library Online*), *Periódicos CAPES* (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e *Redalyc* (Sistema de Informação Científica Redalyc, do espanhol: *Sistema de Información Científica Redalyc*).



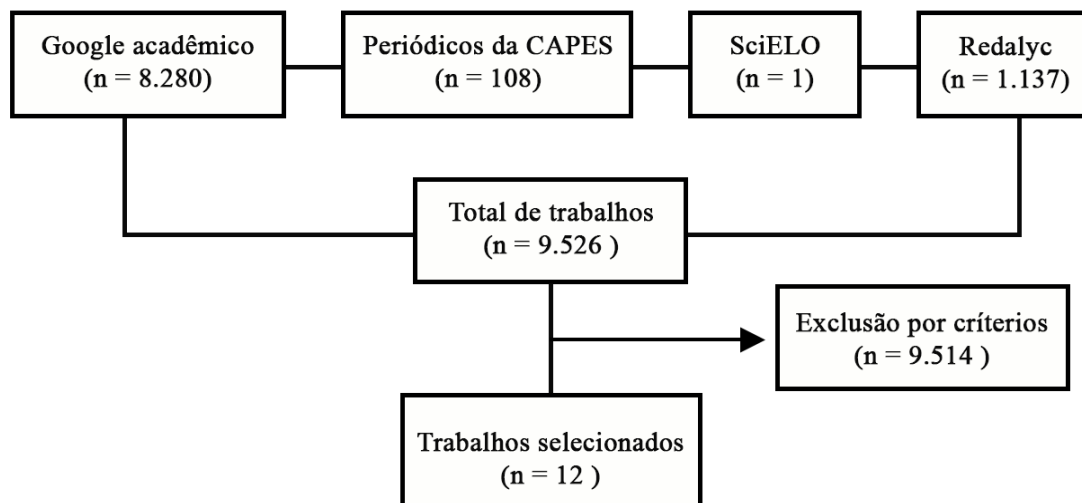
Para tanto, as palavras-chave utilizadas nas buscas foram “Modelagem Matemática com o GeoGebra” e “GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”. O critério de inclusão de publicações na revisão foram pesquisas mais voltadas para Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica.

Posteriormente, utilizou-se de três critérios de exclusão no intuito de diminuir o número de trabalhos, bem como filtrar os mais relevantes para uma análise mais centrada. Primeiramente, optou-se pela exclusão de trabalhos repetidos em mais de uma base de dados. Na sequência, eliminou-se os trabalhos que não eram artigos originais de pesquisa. Por fim, foram excluídos os trabalhos que não se adequavam à temática do trabalho.

### 3. Resultados e Discussão

Levando em consideração toda a base de pesquisa, bem com os termos-chave da pesquisa, obteve-se um total de 9.526 publicações. Como pode ser observada a distribuição dos dados por plataforma de periódicos na figura 1. Dando seguimento, posteriormente, com a filtragem por meio do critério de inclusão da pesquisa foram selecionadas 12 publicações, das quais partiu-se para análise e leitura aprimorada dos trabalhos.

**Figura 1:** Distribuição da base de dados da pesquisa.



Fonte: Autores (2022).

Na busca estabelecida nas 4 plataformas de periódicos, usando o termo “Modelagem Matemática com o GeoGebra” obteve-se uma maior listagem de produção: um total de 6.623. Já em relação ao termo “GeoGebra no ensino de funções trigonométricas” o número de publicações listada foi cerca de 2.903. Embora os resultados na plataforma SciELO tenham sido abaixo do esperado, bem como na plataforma *Redalyc*, que, em contrapartida, dispõe de vários artigos listados. No entanto, o foco da pesquisa é a Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica. Nesse sentido, foram selecionadas 12 publicações, as quais foram majoritariamente encontradas nas plataformas *Google acadêmico* e *Periódicos CAPES*, em conformidade com o apresentado na Tabela 1 a seguir.

**Tabela 1** – Quantidade de trabalhos por plataforma, ano e termo pesquisado.

Plataforma	Ano	Termo pesquisado	Quantidade de Trabalhos	Total
Google Acadêmico <a href="https://scholar.google.com.br">https://scholar.google.com.br</a>	2016 2016 2019	“Modelagem Matemática com o GeoGebra”	3	3
Google Acadêmico <a href="https://scholar.google.com.br">https://scholar.google.com.br</a>	2013 2014 2017 2019 2019 2020 2020 2021	“GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”	8	8
Periódicos CAPES <a href="http://www.periodicos.capes.gov.br">http://www.periodicos.capes.gov.br</a>	2019	“GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”	1	1
Total de trabalhos				12

Fonte: Autores (2022).

De novo, levando em consideração os termos chave da pesquisa, 25% das publicações selecionadas são em relação à “Modelagem Matemática com o GeoGebra” e as outras 75% dizem respeito ao termo “GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”. Diante da seleção indicada, posteriormente, faz-se uma leitura aprimorada das publicações no intuito de estruturar melhor nossa análise quanto à abordagem didática das pesquisas. Em consonância, para dar maior embasamento a nossa análise, pode-se observar na Tabela 2 as principais características das publicações exploradas.

**Tabela 2** – Publicações selecionadas.

Título/Autor/Ano/Tipo de pesquisa	Objetivo	Abordagem didática
Uma proposta de modelagem matemática utilizando os conceitos de ondas sonoras Corrêa (2016) Pesquisa de campo	Desenvolver uma proposta de atividade que relaciona o conceito de onda sonora, da Física, com os de gráfico da função seno, da Matemática.	Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Teoria das Múltiplas Inteligências, software GeoGebra e dois softwares do aplicativo Play Store.
Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra aliado à Modelagem Matemática Melo e Fireman (2016) Estudo de caso	Analisar as contribuições da utilização do software GeoGebra aliado à modelagem matemática no ensino e aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa	Uma sequência didática de ensino e modelagem matemática.
Boneco Trapezista: Trigonometria via Modelagem Matemática com o auxílio do GeoGebra Braga e Souza (2019) Pesquisa de campo	Analisar como o uso do GeoGebra no processo de Modelagem Matemática pode otimizar o estudo de funções trigonométricas a partir do uso de um objeto cultural – boneco trapezista, no ensino médio.	Questionários e Modelagem Matemática.
O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do GeoGebra Silva (2013) Pesquisa de campo	Propor o uso do software GeoGebra, através de tutoriais em forma de roteiros, como recurso didático a ser utilizado pelos professores, com o propósito de deixar as aulas mais dinâmicas e atraentes para os alunos.	GeoGebra como recurso didático.



Utilização do software GeoGebra no ensino das funções trigonométricas Souza (2014) Pesquisa de campo	Analisar as potencialidades e limitações do software GeoGebra no estudo das funções trigonométricas no círculo trigonométrico e suas representações gráficas.	O software GeoGebra como recurso pedagógico.
Uma análise teórica sobre as possibilidades do uso do software computacional GeoGebra no ensino e aprendizagem de gráficos de funções trigonométricas Soares J. (2017) Pesquisa bibliográfica qualitativa	Analisar, com base nos estudos e pesquisas de alguns teóricos, as potencialidades do uso de softwares educacionais para o ensino e aprendizagem de Matemática, dando um tratamento específico para a construção de gráficos de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra.	Transformações gráficas no software GeoGebra.
O uso do GeoGebra no ensino das funções trigonométricas no 2º ano do ensino médio no IFMT campus Cuiabá Nascimento (2019) Pesquisa-ação	Investigar como a utilização do software GeoGebra pode potencializar a exploração de tópicos da trigonometria.	Software GeoGebra a partir de uma sequência didática.
O GeoGebra no estudo das funções trigonométricas: uma experiência em um minicurso com alunos do 2º ano do Ensino Médio Braz; Castro e Oliveira (2019) Pesquisa qualitativa: relato de experiência	Relatar e refletir sobre uma experiência com o uso do software GeoGebra, ao utilizá-lo em um minicurso ofertado para alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma instituição pública da cidade de Formiga (MG).	Investigação matemática com o software GeoGebra.
O uso do GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na 2ª série do ensino médio Sousa e Sousa (2020) Pesquisa-ação	Mostrar como a versatilidade do GeoGebra pode ser usada a favor dos professores para que essa suavização do ensino de matemática seja possível.	Usar uma tecnologia, no caso o GeoGebra em favor do ensino da matemática.
GeoGebra: uma proposta para o Ensino de Funções Trigonômicas Machado (2020) Pesquisa qualitativa: exploratória e bibliográfica	Apresentar uma proposta de ensino que possibilite explorar e compreender melhor aspectos importantes do ensino de Funções Trigonômicas, a partir da utilização do software educacional GeoGebra.	Sequências didáticas como o GeoGebra no estudo de funções trigonométricas
O ensino das funções trigonométricas através da resolução de problemas com o uso do GeoGebra Costa e Allevato (2021) Pesquisa qualitativa: observação participante	Apresentar o conceito de função trigonométrica a partir de um problema; para essa ação utilizou-se dos pressupostos metodológicos da Resolução de Problemas presentes em Allevato e Onuchic (2014).	GeoGebra no estudo de funções trigonométricas através de um problema gerador.
Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno Meneghelli e Possamai (2019) Pesquisa qualitativa: investigação-ação	Avaliar as implicações da utilização do software GeoGebra em uma abordagem de Resolução de Problemas, para a compreensão das funções seno e cosseno.	GeoGebra e investigação na resolução de problemas com função seno e cosseno.

Fonte: Autores (2022).

Assim, quanto às publicações relacionadas, a “Modelagem Matemática com o GeoGebra” foram selecionadas três, as quais buscam em certa medida avaliar a contribuições ou desenvolver uma abordagem didática que favoreça o ensino através da modelagem matemática como uma aprendizagem ativa e fazendo uso do GeoGebra em relação a funções trigonométricas e suas representações gráficas.

Em relação as outras 9 publicações, que diz respeito ao termo “GeoGebra no ensino de funções trigonométricas”, estas usam o software GeoGebra como uma ferramenta didática no ensino de funções trigonométricas visando, de forma

semelhante as outras 3 publicações descritas anteriormente, avaliar as contribuições desta ferramenta no ensino de funções trigonométricas, a partir de uma sequência didática bem estruturada.

### 3.1 Modelagem matemática com o geogebra

Como tradicionalmente se espera, as aulas de Matemática são conteudistas, mais voltada para a memorização de fórmulas e conceitos, porém Braga e Souza (2019) destacam que “a Modelagem Matemática e GeoGebra são capazes de envolver os alunos na construção do próprio conhecimento gerando uma aprendizagem com significado e que os objetos matemáticos e não matemáticos interferem potencialmente na motivação” influenciando positivamente na aprendizagem matemática. Além disso, segundo eles, “o software GeoGebra foi capaz de otimizar as aulas de matemática sobre funções trigonométricas pela dinamização e interação com o objeto” nas representações gráficas e/ou geométricas a partir do software.

Já segundo os questionários e experiências vivenciadas e anotadas por Melo e Fireman (2016, p. 28), o “uso do software GeoGebra otimizou o ensino e ampliou a aprendizagem de funções trigonométricas; que é possível utilizar a modelagem matemática como uma metodologia de ensino para a aprendizagem das funções seno e cosseno”, pois com esta ferramenta é possível visualizar o comportamento dos gráficos da função seno  $f(x)=a+b\sin(cx+d)$  e função cosseno  $g(x)=a+b\cos(cx+d)$  a partir de mudanças nos coeficientes a, b, c e d. Logo, tem total relevância a aplicação de metodologias como a modelagem matemática, objetivando assim uma aprendizagem significativa contextualizada com fenômenos periódicos descritos por funções trigonométricas.

### 3.2 Geogebra no ensino de funções trigonométricas

Cabe também aqui destacar as influências da utilização de tecnologias como o software GeoGebra no ensino de matemática através de metodologias de ensino ou sequências didáticas. Para Costa e Allevato (2021, p. 111) “ao utilizar o GeoGebra no processo de Resolução de Problemas potencializamos aspectos da metodologia, pois os alunos se motivaram mais ao utilizar o software”, se mobilizando mais e trazendo mais praticidade para a sistematização matemática do problema. Nesse sentido, as tecnologias atualmente fazem parte do cotidiano dos estudantes. Consequentemente, segundo Nascimento (2019, p. 91) “torna-se um imperativo o professor estar atento às dinâmicas da sociedade e fazer uso de práticas de ensino consonantes a essa realidade.”

Em paralelo, salienta Sousa e Sousa (2020, p. 130) “que o primeiro passo para a melhoria do ensino”, é chamar a atenção dos estudantes “e o GeoGebra funcionou bem com relação a isso. Porém deve-se ressaltar que se não houver uma boa preparação por parte do professor”, tende a ocorrer exatamente o inverso, evoluindo para uma aula com uma aprendizagem nada satisfatória.

Sendo assim, para que se desenvolva uma metodologia de ensino satisfatória a partir do uso do GeoGebra, segundo Machado (2020, p. 132), é necessário “formação/conhecimento do professor para manuseio das TIC, bem como um estudo e análise do local adequado para que essas atividades possam ser desenvolvidas de forma adequada”, para assim, poder escolher ou construir um ambiente favorável para a aprendizagem e que induza o estudante a colocar em prática sua criatividade.

Após análise em vários artigos, destacamos os resultados de cinco desses trabalhos. O uso da tecnologia influencia no aluno a criação de uma motivação baseada na apresentação do aplicativo que incentiva o desenvolvimento de sua potencialidade para sedimentação do senso crítico e formação dos conceitos de sua aprendizagem. como diz Braz em seu trabalho sobre O GeoGebra no estudo das funções trigonométricas: uma experiência em um minicurso com alunos do 2º ano do Ensino Médio:

Consideramos que o desenvolvimento das atividades no software GeoGebra gerou resultados satisfatórios. O objetivo principal – introduzir o estudo das funções trigonométricas seno, cosseno, tangente e algumas propriedades, com uma abordagem didática baseada na investigação matemática e fazendo uso do software GeoGebra – foi alcançado. (Braz, 2019)

A utilização do aplicativo Geogebra proporciona a criação no aluno do incentivo investigativo incrementando seu desenvolvimento criativo e de certa forma afastando um pouco a mística de que aprender trigonometria é muito difícil. Outro trabalho que apresentou bons resultados, foi o de Azevedo, cuja o tema é Trigonometria e suas aplicações no Geogebra: aulas experimentais com alunos do ensino médio. Ele menciona que:

Esse trabalho proporcionou um rico aprendizado de como ensinar Matemática, em particular o conteúdo de Trigonometria, usando os recursos tecnológicos que já estão inseridos na realidade dos alunos. Teve-se também, a oportunidade de desmistificar a ideia que o assunto de Trigonometria é difícil e que só os alunos mais talentosos conseguem aprender. (Azevedo, 2019)

No uso do aplicativo Geogebra, além de proporcionar uma melhor visualização para compreensão da trigonometria, cria condições para estudar as possíveis modificações da função quando variamos ou incrementamos parâmetros das constantes presentes na função original, facilitando análise e conclusões. Salazar em seu trabalho de temática GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio, destaca que:

A Atividade 2, referente ao estudo da função seno,  $f(x) = \text{sen } x$ , apresenta dez possibilidades de modificações dos parâmetros “a”, “b”, “c”, e “d” da função genérica  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ . Ela foi elaborada para explorar quase todas as possibilidades que alteram a função original. Durante o encontro em que a atividade foi aplicada, percebemos um desconforto por parte dos alunos que acharam as tarefas muito repetitivas. Para o objetivo da pesquisa isso não foi um problema, mas, para uma turma com um número maior de estudantes, uma adaptação pode ser positiva. Sugerimos uma redução nesse número, por exemplo, desmembrar o grupo em duas partes: uma para a comparação das funções “p”, “g”, “i”, “l”, e “n” e outra para as funções “f”, “h”, “j”, “m” e “o”. Dessa forma, dividida em dois grupos, a turma pode comparar e compartilhar os resultados obtidos no final da atividade. A mesma observação se faz necessária para a função cosseno, proposta na atividade 3. Essa, como foi relatado na fase de experimentação, foi a que deu origem ao maior número de contestações. (Salazar, 2015)

Um ponto importante no uso do aplicativo Geogebra é proporcionar de maneira instantânea na percepção diversas modificações gráficas apresentadas para análise da função, observa-se que dessa forma surge uma motivação do aprendizado. Silva em seu trabalho, O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do Geogebra, diz que:

A utilização do GeoGebra, neste trabalho, permitiu-nos expor a experimentação, exploração e análise de propriedades das funções trigonométricas, de uma maneira simples, atraente e efetiva, estabelecendo conexões entre o movimento de um ponto, ao longo do círculo trigonométrico, e as consequentes alterações dos respectivos gráficos destas funções de forma instantânea. Dos resultados deste estudo destaca-se a vantagem do uso deste software na representação variada e precisa dos gráficos das funções trigonométricas, agregando conhecimentos matemáticos e influenciando o modo como os alunos constroem os conceitos sobre esse conteúdo. (Silva, 2013).

O software é uma ferramenta tecnológica com a função de permitir ao aluno vislumbrar seu lado investigativo em busca da compreensão de um tema como por exemplo, a função trigonométrica deixando um melhoramento das suas aplicações, tais como, resolução de atividades. Segundo Krindges; Nascimento & Dullius, em seu trabalho sobre O Geogebra como ferramenta ao ensino das funções trigonométricas no ensino médio: um estudo de caso no IFMT Campus Cuiabá:

Por meio da metodologia proposta na pesquisa, evidenciou-se que o uso do software GeoGebra pode ressignificar a forma de ensinar matemática, auxiliando na compreensão, no desenvolvimento e na explicação da disciplina, além da

possibilidade de propiciar um ensino aos estudantes com capacidade para auxiliá-los na compreensão dos conteúdos a partir da utilização do simbolismo matemático envolvido, a fim de oportunizar o raciocínio e a autonomia dos estudantes na realização de tarefas e desenvolver a capacidade de resolver exercícios e problemas contextualizados, por meio do uso do computador. (Krindges et al., 2020).

Desse modo podemos perceber que a estratégia metodológica de inserir o Geogebra no ensino de funções trigonométricas tem grande contribuição para o ensino-aprendizagem dos alunos.

#### 4. Conclusão

Deste modo, coloca-se mais uma vez em voga o principal objetivo desta pesquisa, que é detalhar as influências do uso da Modelagem Matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na Educação Básica. Por conseguinte, nossa revisão subdividiu-se diante dos dois termos-chave já citados. Logo, é possível perceber que é de indubitável relevância o uso de TICS na sala de aula, porém é indiscutível a necessidade de o docente estar capacitado ao uso de tecnologias na educação, bem como que a escola disponha de um ambiente propício e bem estruturado para isso.

Em vista disso, pode-se aferir que a Modelagem Matemática é sim uma metodologia que favorece a aprendizagem significativa, pois a partir desta o estudante pode perceber como a matemática se aplica em seu cotidiano, além de motivá-los na busca pelas mais eficientes e aplicáveis soluções matemáticas para o objeto de estudo, no caso, os fenômenos periódicos descritos por funções trigonométricas. Em conformidade, a utilização do software GeoGebra corrobora no ensino e aprendizagem, já que este facilita muito nas representações gráficas e geométricas, contribuindo assim em suas experimentações matemáticas. Além disso, deixa os alunos mais envolvidos na atividade, manuseando tecnologias como essa, tão usuais atualmente.

No entanto, espera-se que tais considerações finais contribua ou influencie no aprofundamento de outras pesquisas em relação a tema abordado, seja sobre uma nova problemática que analise a modelagem na perspectiva do docente ou de quais seriam os principais desafios a serem superados diante das supracitadas metodologias de ensino.

#### Referências

- Bassanezi, R. C. (2004). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. (2a ed.).
- Biebemgut, M. S. & Hein, N. (2019). *Modelagem matemática no ensino*. Editora Contexto.
- Braga, R.M. & Souza, A. M. (2019). Boneco Trapezista: Trigonometria via Modelagem Matemática com o auxílio do GeoGebra. *Revista Cocar*. 13(27). 637-659. <https://www.semanticscholar.org/paper/Boneco-Trapezista%3A-Trigonometria-via-Modelagem-com-Braga-Souza/4fa8ad954abbd8f6903efd6ae28e41486fd01441>.
- Braz, L. H. C., Castro, G. T. & Oliveira, P. M. (2019). O GeoGebra no estudo das funções trigonométricas: uma experiência em um minicurso com alunos do 2º ano do Ensino Médio. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional De São Paulo*. 8(1), 71–85. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2019.v8i1p071-085>.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. MEC. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf).
- Costa, F. A. & Allevalo, N. S. G. (2021). O ensino das funções trigonométricas através da resolução de problemas com o uso do GeoGebra. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, 4(4), 92–113, 2021. <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i4.14617>.
- Correa, A. B. (2016). Uma Proposta de Modelagem Matemática Utilizando os Conceitos de Ondas Sonoras. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. <https://tede.ufrj.br/jspui/handle/jspui/1933>.
- Cruz, R. P., Quartieri, M. T. & Mamam, A. S. (2018). Software GeoGebra proporcionando o ensino de funções trigonométricas no ensino superior. *Dynamis*, 24(2), 78-95. <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/7243/3998>.
- Melo, E. V. & Fireman, E. C. (2016). Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra aliado à Modelagem Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 7(5), 12-30. <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1182>.
- Dantas, L. G. & Machado, M. J. (2014). *Tecnologias e educação [livro eletrônico]: perspectivas para gestão, conhecimento e prática docente*. (2a ed.)

Delfino, M. R. S. (2015). O ensino da trigonometria via GeoGebra e Aplicações. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. Atlas, 4 ed.

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D. & Malheiros, A. P. S. (2013). *Modelagem em Educação Matemática*. Autêntica Editora.

Meneghelli, J., Possamal, J. P. (2019). Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno. *Educ. Matem. Pesq.*, 21(2), 491-512. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39697>.

Machado, M. M. (2020). GeoGebra: uma proposta para o ensino de funções trigonométricas. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão. <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/10604>.

Nascimento, C. C. P. (2013). **Uso do GeoGebra no ensino das funções trigonométricas no 2º ano do ensino médio no IFTM. Campus Cuiaba**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 19 dez. 2019. <http://hdl.handle.net/10737/2801>.

Silva, E. A. (2013). O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do GeoGebra. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro-BA. <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000007/0000077f.pdf>.

Soares, J. O. S. (2017). Uma análise teórica sobre as possibilidades do uso do software computacional GeoGebra no ensino e aprendizagem de gráficos de funções trigonométricas. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática e Estatística, Fundação Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná, 2017. <https://www.ri.unir.br/jspui/handle/123456789/1858>.

Sousa, A. L. A. & Sousa. B. O. (2020). O uso do GeoGebra no ensino de funções trigonométricas na 2ª série do Ensino Médio. *International Journal Education And Teaching (PDVL)* 3(2), 116–131. <https://doi.org/10.31692/2595-2498.v3i2.138>.

Souza, J. I. G. (2014). Utilização do software GeoGebra no ensino das funções trigonométricas. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte. <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/8953>.