

Sistemas de numeração Maia, Inca e Asteca: um pouco de matemática das civilizações pré-colombianas

Mayan, Inca and Aztec numbering systems: a little mathematics of pre-colombian civilizations

Sistemas de numeración Maya, Inca y Azteca: un poco de matemáticas de las civilizaciones pré-colombianas

Recebido: 28/06/2022 | Revisado: 16/07/2022 | Aceito: 18/07/2022 | Publicado: 26/07/2022

Gilson Abdala Prata Filho

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4378-7240>

Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil

E-mail: gilson.abdala@hotmail.com

Ligia Arantes Sad

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2758-8380>

Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil

E-mail: aransadli@gmail.com

Edmar Reis Thiengo

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4423-4939>

Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil

E-mail: thiengo@ifes.edu.br

Resumo

O presente artigo tem por objetivo discutir o uso dos sistemas de numeração das civilizações pré-colombianas (Maia, Inca e Asteca) por meio de uma prática educativa realizada em uma turma do Ensino Fundamental II de uma instituição escolar no município de Vitória/ES. Foi desenvolvida em uma sequência de atividades, composta por quatro aulas, em que se buscou (re)conhecer alguns sistemas de numeração de civilizações pré-colombianas, estabelecendo suas características e suas regras de combinação. Para isso utilizamos, como recurso didático, elementos da História da Matemática, o que possibilitou discussões acerca do tema trabalhado. Apresentamos as principais características para construir um sistema de numeração, de acordo com autores como Adair M. Nacarato. Foram selecionados como fontes da investigação textos que abordam a história das civilizações em estudo, considerando seu contexto cultural, para alicerçarem os procedimentos pedagógicos. Houve, ao final das leituras, discussões com os participantes sobre os sistemas de numeração, bem como a importância de conhecê-los. Ficou evidente que alguns estudantes entenderam a dificuldade para construir um sistema de numeração, bem como sua lógica, e que os símbolos escolhidos dificultariam a escrita no momento de utilizá-lo em situações cotidianas ou mesmo em operações matemáticas. Além disso, compreendemos algumas contribuições ao utilizarmos elementos da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: História da matemática; Ensino; Sistema de numeração; Civilizações pré-colombianas.

Abstract

This article aims to address the numbering systems of pre-Columbian civilizations (Mayan, Inca and Aztec), based on an educational practice carried out in an elementary school class II of a school institution in the municipality of Vitória/ES. This practice was carried out in a sequence of activities, composed of four classes, in which we sought to (re)know some numbering systems of pre-Columbian civilizations, establishing their characteristics and their combination rules. For this, we used, as a didactic resource, elements of the History of Mathematics, which allowed discussions about the theme worked. We present the main characteristics to build a numbering system, according to authors such as Adair M. Nacarato. We chose as sources of investigation, texts that approach the history of the civilizations under study, considering their cultural context, to support the pedagogical procedures. At the end of the readings, discussions were held with the participants about the numbering systems, as well as the importance of knowing them. We found that some students understood the difficulty in building a numbering system as well as its logic, and that the chosen symbols would make writing difficult when using it in everyday situations or even in mathematical operations. In addition, we understand some of the contributions of the use of elements from the History of Mathematics in the teaching and learning process.

Keywords: History of mathematics; Teaching; Numbering system; Pre-columbian civilizations.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo abordar los sistemas de numeración de las civilizaciones precolombinas (Maya, Inca y Azteca), a partir de una práctica educativa realizada en una escuela primaria clase II de una institución escolar del municipio de Vitória/ES. Esta práctica se llevó a cabo en una secuencia de actividades, compuesta por cuatro clases, en las que se buscó (re)conocer algunos sistemas de numeración de las civilizaciones precolombinas, estableciendo sus características y sus reglas de combinación. Para ello, utilizamos, como recurso didáctico, elementos de la Historia de las Matemáticas, que permitieron discusiones sobre el tema trabajado. Presentamos las principales características para construir un sistema de numeración, según autores como Adair M. Nacarato. Elegimos como fuentes de investigación, textos que aborden la historia de las civilizaciones en estudio, considerando su contexto cultural, para apoyar los procedimientos pedagógicos. Al final de las lecturas, se realizaron discusiones con los participantes sobre los sistemas de numeración, así como la importancia de conocerlos. Encontramos que algunos estudiantes entendían la dificultad de construir un sistema de numeración así como su lógica, y que los símbolos elegidos dificultarían la escritura al usarlos en situaciones cotidianas o incluso en operaciones matemáticas. Además, comprendemos algunos de los aportes del uso de elementos de la Historia de las Matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Historia de la matemática; Enseñanza; Sistema de numeración; Civilizaciones precolombinas.

1. Introdução

Quando surgiu a Matemática?

Provavelmente, muitos responderão: no Egito, na Mesopotâmia ou, ainda, na Índia. Porém, antes dessas civilizações emergirem ao longo das margens dos rios, como nossos ancestrais fizeram as ferramentas para caçar, por exemplo? Para responder a essa pergunta, é importante lembrar-se de que a história da atividade produtiva do “homem primitivo” (*homo sapiens*, entre 50.000 a.C. a 10.000 a.C.) é recheada de vestígios arqueológicos de seus conhecimentos para lidar com a natureza, inclusive matemáticos e astrônomos, os quais, segundo Wussing (1998), indicam a presença de elementos com sistemas numéricos e espécies de calendários. Os desenvolvimentos “no campo numérico supunham importantes conhecimentos do homem primitivo, assim como uma considerável capacidade de abstração” (Wussing, 1998, p. 15, tradução nossa).

Assim como o possível surgimento da Matemática, muitos conteúdos são abordados de forma descontextualizada, bem como desconsideram o conhecimento advindo de outras civilizações como, por exemplo, o Teorema de Pitágoras. De acordo com Prata Filho (2018), o estudo desse teorema tem sido feito de forma estática, fragmentado e sem contextualização histórica, fazendo com que os estudantes apenas memorizem a expressão algébrica. Ainda segundo os autores citados anteriormente, civilizações como as dos egípcios, chineses, mesopotâmicos e hindus já haviam deixado registros sobre o que chamamos hoje de Teorema de Pitágoras.

A pergunta apresentada inicialmente, “quando surgiu a matemática?”, inspirou o desenvolvimento de um conjunto de atividades sobre o surgimento do sistema de numeração e seu desenvolvimento ao longo da história, particularmente das civilizações Maia, Inca e Asteca, possibilitando importantes reflexões.

Assim considerando, o presente artigo visa discutir o uso dos sistemas de numeração das civilizações pré-colombianas por meio de uma prática educativa realizada em uma turma do Ensino Fundamental II de uma instituição escolar no município de Vitória/ES.

2. Metodologia

Optamos para o presente artigo por uma abordagem exploratória, por entender que esta “é realizada em área na qual há pouco conhecimento acumulado e sistematizado” (Vergara, 2000, p. 47). Essa abordagem possibilita ainda maior familiaridade com as questões em estudo.

Para o desenvolvimento da pesquisa, realizou-se junto a uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental um conjunto de atividades com o intuito de trabalhar os conceitos básicos sobre os sistemas de numeração.

Dessa forma, iniciou-se com uma questão: de onde vem o sistema de numeração utilizado na atualidade? Como chegou-se a este modelo? Visando refletir sobre as perguntas junto aos estudantes, o pesquisador se baseou na premissa da analítica da verdade, que

[...] visa distinguir o erro a partir do emprego de procedimentos e do método das ciências naturais e exatas, estando os fenômenos sujeitos às leis naturais invariáveis, cuja descoberta precisa é o objeto mais importante. Para tanto, utiliza a razão no sentido de aguçar as lentes para a captação do mundo e ver além das aparências, ou ainda, os avessos que não se revelam no primeiro olhar (Thiengo, 2020, p. 25).

Assim pensando, buscou-se aguçar a razão dos estudantes em uma experiência por meio de uma sequência desenvolvida em quatro atividades, cada uma delas trabalhada em um encontro com os estudantes.

O primeiro momento destinou-se a discutir o tema, momento em que os participantes fizeram questionamentos a respeito dos sistemas de numeração por eles conhecidos; e o segundo e terceiro envolveu uma apresentação teórica; e quarto, a construção do próprio sistema de numeração.

No segundo encontro e no terceiro encontros, destinados às discussões teóricas, foram apresentados os sistemas de numeração das civilizações pré-colombianas (Maia, Inca e Asteca), civilizações essas pouco conhecidas pela maioria dos estudantes e pouco discutidas em sala de aula, particularmente com a turma em questão.

No último encontro foi desenvolvida uma atividade prática visando a elaboração de um sistema de numeração, considerando-se o conhecimento adquirido durante o desenvolvimento das atividades. Os resultados foram significativos e serão discutidos oportunamente.

Contudo, antes de apresentar a aritmética e álgebra das civilizações, consideradas ‘criadoras’ da Matemática, é preciso retornar aos tempos pré-históricos para compreender um pouco mais sobre a existência (ou não) do fazer matemático naqueles tempos.

3. Os Sistemas de Numeração das Civilizações Pré-Colombianas

Na Idade da Pedra, o homem primitivo vivia de caça de pequenos animais e frutas, habitava espaços abertos e era nômade, bem como se deslocava de um lugar para o outro em busca de alimentos e por causa do clima. Porém, não há registro sobre o ano exato de início e término desse período da história, embora alguns historiadores datem seu surgimento em 5.000.000 de anos a.C, desde o *Australopithecus*, que construía machados e facas.

Ao acompanhar a evolução do homem, as técnicas de caça, de cozer e outras foram evoluindo. O *Homo erectus* (400.000 a.C), na China, construía machados, raspadeiras de pedra e para se proteger das temperaturas buscava abrigo em cavernas; o *Homo neanderthalensis* (110.000 a.C a 35.000 a.C), na Europa e Oriente Médio, aquecia-se e cozia seus alimentos com fogo e fazia pinturas de suas caçadas em paredes de cavernas; o *Homo sapiens* (por volta de 30.000 a.C) substituiu as cavernas por moradias móveis feitas com pele de animais e construiu estatuetas e símbolos religiosos em pedra. A vida do homem primitivo nômade era, desse modo, baseada na busca de alimentos e de abrigo.

Nessa vida ocupada e muitas vezes curta, um caçador não tinha tempo para ponderar questões de filosofia e ciência. Sem dúvida, algum progresso científico verificou durante a Idade da Pedra. As pessoas comerciavam entre si e havia necessidade de anotar a parte de cada família na caçada; ambas as atividades dependiam da ideia de contar [...]. Alguns povos na Idade da Pedra, como a tribo Sioux, tinham sistemas de calendário pictográficos que registravam várias décadas de história. Todavia, afora os sistemas de contagem primitivos, tudo o mais teve de esperar o

desenvolvimento da agricultura, intensiva e em larga escala, que requeria uma aritmética mais sofisticada (Eves, 2004, p. 23-24).

Assim, ao observar a evolução do homem e da sociedade, percebemos a presença de uma matemática prática, mas limitada, devido às condições sociais e econômicas daquela época. E, no decorrer do tempo, por volta de 3.000 a.C, com a transição da sociedade nômade (caçadores) para uma sociedade sedentária (agricultores) emergiram comunidades agrícolas às margens do rio Nilo, na África, dos rios Tigre e Eufrates, no Oriente Médio, e do Rio Amarelo, na China. A partir dessas civilizações, a ciência e a matemática começaram a se desenvolver. Inclusive, vários livros que abordam a história da Matemática relatam apenas a matemática construída por essas civilizações, no entanto, outras civilizações africanas e algumas civilizações do ocidente também desenvolveram noções matemáticas.

Para esclarecer melhor essa questão, buscamos por meio deste trabalho abordar alguns sistemas de numeração utilizados por essas civilizações e muitas vezes pouco citados na história da Matemática. Conforme afirma Wussing (1998, p. 16, tradução nossa), “As tradições científicas de muitos povos – sul asiático, latino-americano e africano –, que foram em algum momento de sua história colonizados por países europeus, não tem sido examinadas pelos países colonizadores [...]”, talvez por isso, pouco chegou ainda até nós a história de seus legados científicos.

Assim como na Idade da Pedra, na América, durante muito tempo, existiram povos com cultura primitiva, sobrevivendo basicamente da caça e da pesca, povos sedentários e agrícolas e, posteriormente, civilizações com culturas mais complexas como, por exemplo, os Maias, os Astecas e os Incas. Essas civilizações pré-colombianas não se desenvolveram no mesmo tempo das civilizações orientais e europeias, estima-se que surgiram a partir do século IV no México (Maia e Astecas) e nos Andes (Incas), deixando importantes registros sobre astronomia, matemática e agricultura.

Civilização Maia

Embora seja desconhecida a origem da civilização Maia, para alguns historiadores, entretanto, ela ocorreu entre 2.000 a.C a 1546 d.C, na região que abrange o sudeste do atual México e grande parte da América Central. Antes da erradicação dos Maias, povos como os otomies e otoncas vagaram pela América e, por volta de 900 a.C, os Maias fixaram-se nas proximidades de Yucatán (Moraes, 1998). As regiões habitadas pelos Maias podem ser divididas em Terras Altas e Terras Baixas, divididas assim devido a aspectos geográficos. Do ponto de vista cultural, as áreas foram divididas, segundo Gendrop (1987), em três: área meridional, central e setentrional, em que cada uma considera aspectos geográficos e culturais.

De acordo com Moraes (1998), a sociedade Maia era organizada de forma descentralizada, dividindo o poder político entre as cidades-estados, em que cada chefe (*halach vinic*) governava uma região e, subjugados a este, encontravam-se os controladores do exército e os sacerdotes. Logo abaixo, a classe intermediária, com os artesãos e guerreiros e, por fim, os trabalhadores responsáveis pelo cultivo da terra e pelas construções públicas.

A economia era baseada no cultivo de milho, contando com técnicas bastante desenvolvidas e no sistema rotativo de terras. Além dessa cultura, outros alimentos eram consumidos, entre eles, abóbora, feijão e tomate. Outra atividade econômica de grande importância entre os Maias era a caça de tartarugas, jacarés, macacos, veados e coelhos.

Os Maias tinham conhecimento avançado de astronomia, prevendo eclipses e elaborando calendários. De acordo com Gendrop (1987), os Maias apresentavam dois calendários, um de rituais, composto por 260 dias, e outro com 365 dias. Esses calendários eram organizados em 13 e 18 grupos, respectivamente, mais uma fração de dias. A Matemática foi de fundamental importância para o desenvolvimento astronômico, utilizava o sistema de numeração vigesimal (base 20) com três símbolos, a saber: uma concha, o ponto e o traço.


[...] o ponto para a unidade, a barra para o cinco, mais um signo em forma de concha alongada equivalente a “zero”, ou melhor, significando ausência de valor. Esses signos prestavam-se facilmente à composição de números inteiros, podendo ultrapassar o milhar. Segundo esse sistema mesoamericano, o valor de posição crescia progressivamente, nas colunas verticais, de baixo para cima (Gendrop, 1987, p. 30).

De acordo com as obras de Ifrah (1997), Cardoso (2004), Lehmann (1965) e estudos de Rosa (2004), a escolha do sistema vigesimal justificava-se pela utilização dos dedos das mãos e dos pés para fazer contas. Para os Maias, o pé era de extrema importância, pois estes “os ligavam à terra” e ao mundo. Outro fato marcado pela contagem de um sistema de unidade de tempo é que os meses eram de vinte dias, conforme cita Cauty (2005, p. 11) – “o *tun* (um ano de 360 ou 400 dias) seus múltiplos, como o *katun* (20 *tun*), o *baktun* (400 *tun* ou 20 *katun*) etc., e suas duas subunidades, o *uinal* (mês ou 1/18 de *tun*) e o *kin* (a ou 1/20 de *uinal* ou 1/360 de *tun*)”.

O ponto representava a unidade, a barra cinco unidades e a concha o número zero. A representação para o zero facilitava as operações feitas por eles e auxiliava no caráter posicional da numeração, sendo este um sistema posicional, em que os números eram escritos na vertical, de baixo para cima.

Ao observar a Figura 1 a seguir é possível perceber que o número 18 é representado por três barras, ou seja, 15 unidades mais três pontos (3 unidades).

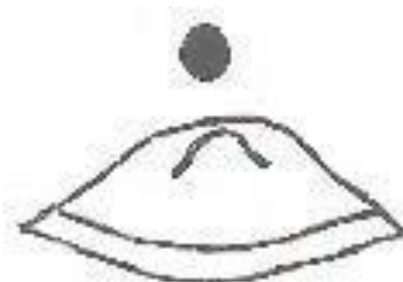
Figura 1. Sistema de Numeração Maia.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
— —	—•	—••	—•••	—••••	— —	—• —	—•• —	—••• —	—•••• —

Fonte: Cauty (2005, p. 11).

Para escrever o número 20, o ponto deve ser colocado por cima da concha, conforme a Figura 2 a seguir. Dessa forma, temos uma vintena (1x20) ou *kal*, em que o ponto na parte de cima representa 1 vintena e a concha, zero unidades. Para os números compostos de duas ordens colocava-se o símbolo das unidades simples embaixo e a(s) vintena (s) na parte de cima.

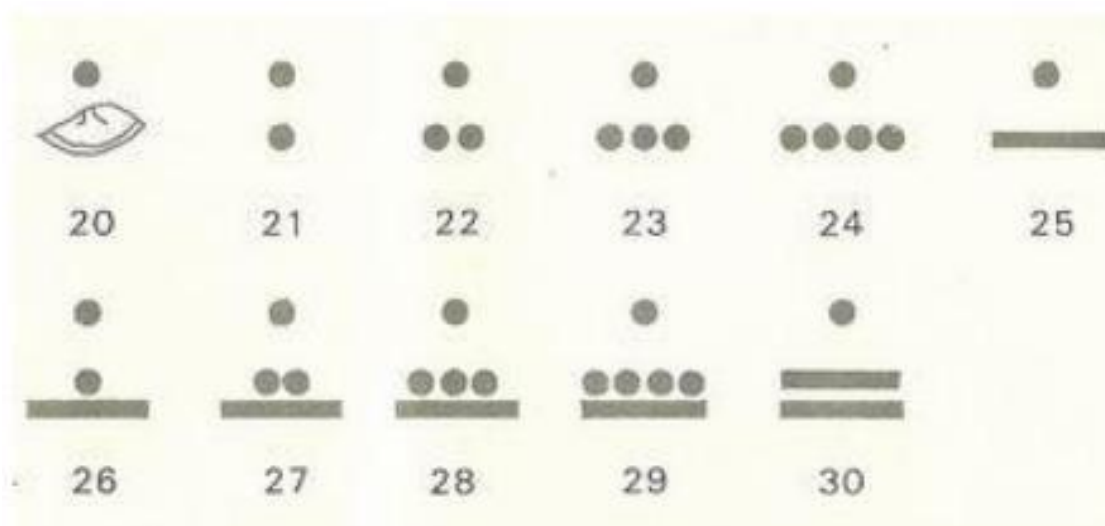
Figura 2. Número 20 no sistema numérico Maia.



Fonte: Imenes (1999).

Ao escrever o número 22 representado na Figura 3 a seguir, temos um ponto superior correspondente à vintena (1x20) e dois pontos alinhados na horizontal representando as 2 unidades. No número 25, temos o ponto superior que representa a vintena, e a barra horizontal representando as 5 unidades. Para representar o número 30, usava-se o ponto superior (uma vintena) e mais duas barras (10 unidades).

Figura 3. Números de 20 a 30 no sistema Maia.



Fonte: Oliveira (2010).

As representações numéricas da civilização Maia são de fácil compreensão, fácil escrita e apresenta uma lógica avançada para o período em que foram utilizadas.

Civilização Inca

Os Incas se expandiram desde o sul da Colômbia, passando pelo Equador, Peru, Bolívia e norte da Argentina até o sul do Chile, reunindo aproximadamente 15 milhões de pessoas com costumes, línguas e culturas diferentes.

A sociedade Inca era composta pelo(s): imperador, com poderes sagrados e que controlava o império; sacerdotes; militares; membros da nobreza, responsáveis pela administração do reino; camponeses (*llactaruna*) que trabalhavam no cultivo das terras, na construção de templos, pontes, canais entre outros; artesãos; curandeiros; feiticeiros e os escravos (*yanaconas*). A economia era baseada no cultivo de milho, seguido de batata, abóbora, tomate e amendoim (Souza, 2017).

Para domínio/controlar o território, os Incas faziam uso avançado da Matemática, conheciam astronomia e o número zero, bem como usavam pesos e medidas padronizados. Para a civilização, o ano Inca correspondia ao ano solar começando no solstício de verão (de inverno). Segundo Favre (2004), o ano Inca era dividido em 12 meses lunares e cada um correspondia a uma atividade econômica e a uma atividade religiosa. Os eventos da natureza estavam fortemente ligados à agricultura.

Os cálculos utilizados para compreender a astronomia e elaborar o calendário seguiam a base de um sistema de numeração decimal (Favre, 2004).

Apesar do conhecimento matemático, contudo, os Incas não o escreveram, não deixaram registros gráficos dos símbolos utilizados para representar os números, embora os cálculos fossem realizados no *kipu* ou quipo (Figura 4), podendo ser lidos em seus cordões.

Figura 4: Quipo.



Fonte: Site Falando de Matemática¹

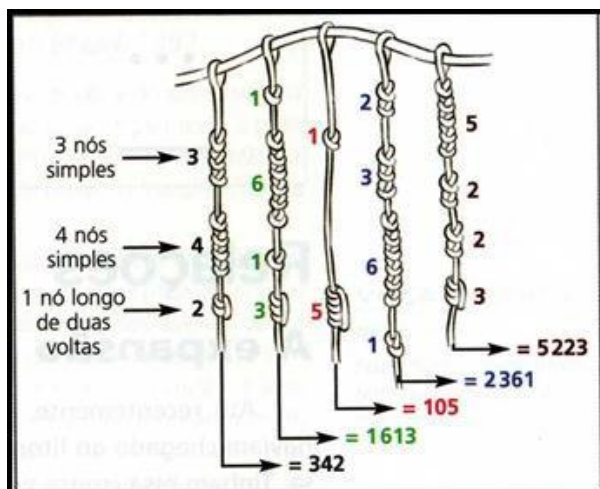
Nesses artefatos estavam representadas informações importantes para o controle do império, como recenseamento, estocagem de alimentos, mão de obra, entre outros.

O Kipu era constituído por um cordão medindo alguns centímetros a mais que um metro de comprimento. Desse cordão pendiam diversos cordõezinhos com nós, torções e cores variadas. Cada cordãozinho assim singularizado correspondia a objetos de mesma natureza, enquanto os nós que ele compreendia exprimiam o valor numérico desses objetos (Favre, 2004, p. 68).

A corda que compunha o quipo podia conter até 2000 cordas, sendo amarradas em sentidos diferentes. Segundo alguns estudos, esse fato possibilita considerar o sistema numérico Inca como posicional.

Em 1992, Leslie L. Locke fez um estudo sobre os quipos e observou que cada corda tinha um agrupamento de três nós: um inferior, representando as unidades; um ao meio, para as dezenas; e um superior, representando as centenas (Figura 5). Isso permite inferir que o sistema de numeração Inca era de base 10.

Figura 5: Números no quipo.



Fonte: Site Parque da Ciência².

¹ Disponível em: <http://falandodematematica.weebly.com/histoacuteria-da-matemaacutetica/voc-conhece-os-quipus>.

Segundo Carvalho (2014), existem três tipos de nós nos quipos: o simples, o longo e o nó em oito. Esses nós eram divididos em grupos de um a nove nós representando as ordens, e a ausência de nó representava o zero do atual sistema matemático.

Civilização Asteca

No ano de 1325 começou a construção da cidade de *Tenochtitlán* pelos mexicanos, mais conhecidos como Astecas, no sul da América do Norte. A formação do império Asteca baseou-se na construção de três cidades *Texococo*, *Tlacopán* e *Tenochtitlán*, as quais conviviam com diversos idiomas, culturas e costumes.

A sociedade Asteca era fundada em aspectos religiosos, cujos membros detinham o maior poder, e aspectos militares. Logo após essas duas classes, havia os *calpullec*, que eram os administradores dos bairros; os comerciantes; os artesãos; os *macehualli*, homens livres para cultivar a terra; e a classe mais inferior, os *tlatlacotin*, sendo estes prisioneiros de guerra, condenados e desterrados. Os Astecas eram bem religiosos, baseavam-se em astros, sendo o mais importante o *Uitzlopochtli*, representando o sol do meio-dia.

Ao considerar as técnicas básicas para o desenvolvimento da civilização, os Astecas tinham amplo conhecimento de geometria e de cálculo. Os sacerdotes tinham como “dever” estudar os movimentos dos astros, acompanhar a duração do ano, determinar os solstícios, as fases da lua (Soustelle, 2002). O ano adotado pelos Astecas era contado no calendário solar, composto por 18 meses com 20 dias, mais cinco dias “ocós”. Outro calendário era utilizado, o calendário divinatório, o *tonalpoualli*, com 260 dias, com uma série de 13 números e 20 nomes ligados a animais, plantas e fenômenos da natureza.

Os Astecas foram influenciados pelos Maias, utilizando também o sistema de numeração vigesimal e a ideia de frações, muito útil na demarcação de terras. O sistema de numeração Asteca era representado por desenhos (Figura 6).

Figura 6: Sistema de numeração dos Astecas.



Fonte: Ferreira et. al, 2014, p. 12³.

Uma unidade era representada por um ponto ou um dedo; para 20 unidades usava-se uma bandeira; 400 unidades uma pluma; e 8000 uma bolsa. Ao considerar o sistema de numeração Asteca como vigesimal, é possível interpretar os números 400 e 8000 como 20×20 e $20 \times 20 \times 20$ ou 20×400 , respectivamente. Os números podem ser encontrados no Códice de Mendonza, no qual se registravam os tributos pagos de uma a quatro vezes no ano, de acordo com as mercadorias e produtos fornecidos (Soustelle, 2002). Muitos documentos produzidos pelos Astecas foram destruídos após a invasão espanhola, restando um manuscrito que está conservado na Assembleia Nacional em Paris.

² Disponível em: <http://parquedaciencia.blogspot.com/2014/11/matematica-na-antiguidade-os-Incas.html>.

³ Disponível em: <https://im.ufal.br/evento/bsbm/download/minicurso/abaco.pdf>.

4. Apresentação e Discussão dos Dados

O fazer matemático em sala de aula, embora esteja passando por mudanças, ainda traz em sua essência uma “prática embasada na descontextualização da Matemática com a realidade dos educandos ou com outras disciplinas” (Prata Filho & Sad, 2018, p. 11). Por isso, ao pensar em uma prática que rompesse com essa prática tradicional, a sequência de atividades desenvolvida com uma turma de 6º ano de uma escola da rede privada da cidade de Vitória/ES objetivou de (re) conhecer os sistemas de numeração e a importância deles para a criação e evolução de uma civilização. Para tanto, a sequência de atividades foi dividida em quatro aulas, com duração de 50 minutos cada.

Na primeira aula discutimos sobre as ‘principais’ civilizações que contribuíram para o que conhecemos hoje, no séc. XXI como sistema de numeração. De forma unânime, os estudantes responderam que as civilizações eram: Egito, Mesopotâmia e Grécia. Após essas respostas, apresentamos alguns dos registros dessas civilizações fazendo também um comparativo com a Matemática “de hoje”. Além das destacadas pelos estudantes, citamos a da China, da Índia e a dos árabes. Em seguida, questionamos sobre “como o lado ocidental do mundo se desenvolveu; existia alguma civilização (ou civilizações) que se destacaram? A turma não soube pontuar qual (is) civilizações ocidentais se destacaram no desenvolvimento da Matemática. Mas ao falarmos das civilizações Maia, Inca e Asteca, os estudantes disseram que já haviam estudado sobre elas, mas não sabiam que elas tinham desenvolvido algum “tipo de Matemática”. Assim, fizemos uma investigação sobre essas civilizações, denominadas pré-colombianas, identificando suas principais características, o conhecimento matemático que possuíam e que contribuíram para o desenvolvimento de atividades na agricultura, para a construção de instrumentos e de moradias, entre outras.

Na segunda aula começamos com alguns questionamentos: “Como as civilizações da América Latina representavam os números?”. Com as informações da pesquisa, elaboramos um quadro comparativo dos sistemas de numeração de cada civilização, destacando características próprias de cada um. Fizemos algumas atividades utilizando o sistema de numeração vigesimal dos Maias e dos Incas. Destacamos a importância de (re) conhecer essas civilizações para a construção da nossa história, a história do mundo ocidental. Isso porque sempre se fala bastante do desenvolvimento matemático das civilizações egípcia, hindu, grega e chinesa, e pouco (quase nada) é falado das civilizações pré-colombianas.

Abordamos, na terceira aula, as principais características a serem consideradas na construção de um sistema de numeração. Essas características estavam na apostila utilizada pela instituição de ensino em que se realizou a pesquisa. Para Nacarato et. al (2017), os sistemas de numeração devem apresentar símbolos que representem quantidades, devem fazer agrupamentos e reagrupamentos das quantidades, ou seja, as bases de contagem devem ter regras para a combinação dos símbolos, ser posicional ou não, e ser aditivo, subtrativo, multiplicativo ou a combinação destes.

Após as discussões feitas durante esses três encontros, na quarta e última aula propusemos a construção do próprio sistema de numeração de cada aluno, sem limitar quais deveriam ser as bases, mas ressaltando a importância de contar as características apresentadas na aula anterior. Ressalta-se que nesse processo, os estudantes, por vezes, recorriam às mãos como referência ao sistema de numeração decimal, comumente utilizados por eles (Milli & Thiengo, 2019). Após as construções de cada sistema, o aluno deveria elaborar situações-problema com as quatro operações básicas e com o sistema criado por ele.

5. Considerações Finais

Neste trabalho apresentamos os sistemas de numeração de três civilizações não muito discutidas no âmbito do ensino da Matemática: as civilizações pré-colombianas. Ao abordarmos as civilizações antigas, entre elas, Egito, China, Mesopotâmia, Índia e Grécia, notamos um conhecimento superficial a respeito destas por parte dos estudantes, mas ao indagarmos sobre o desenvolvimento das “civilizações ocidentais”, muitos deles nem sabiam falar quais eram.

Durante a realização das atividades expressas nessa pesquisa, apresentamos também os diferentes tipos de sistemas numéricos existentes, bem como o entendimento cultural e social envolvido na criação deles. Alguns questionamentos foram levantados pelos estudantes a respeito do sistema de numeração.

Ao realizarem a construção do próprio sistema de numeração, percebemos que os alunos queriam desenhar ‘qualquer figura’ para associar a um número do nosso sistema, sem se atentar para a facilidade e/ou dificuldade de sua escrita, a qual contribui para a reprodução dos símbolos e para a aplicação do sistema em situações diversas. Destacamos ainda que muitos alunos indagaram sobre a (não) utilização dos sistemas que estavam sendo criados atualmente e que os símbolos escolhidos poderiam dificultar a escrita no momento de utilizar em situações cotidianas ou mesmo em operações matemáticas. Após discussões e ‘encerramento’ das atividades feitas nas quatro aulas, foram aplicadas atividades sugeridas na apostila usada pelos alunos.

Esta experiência, a de utilizar elementos da História da Matemática, nos permitiu apresentar a Matemática de forma mais humanizada e reconhecer sua importância, além de possibilitar o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar com a disciplina de História, pois o professor dessa disciplina trabalhou um pouco mais as civilizações pré-colombianas com essa turma. A partir desta experiência, intenta-se avançar em tais discussões junto ao grupo estudado, podendo extrapolar a outros, com o objetivo de avançar nas discussões sobre os sistemas de numeração, chegando-se aos sistemas binários utilizados na computação.

Referências

- Carvalho, W. S. de. (2014). Matemática na Antiguidade: Incas. *Parque da Ciência blogspot*. <http://parquedaciencia.blogspot.com.br/2014/11/matematica-na-antiguidade-os-Incas.html>.
- Cardoso, C. F. S. (2004). *América Pré-Colombiana*. Brasiliense.
- Cauty, A. (2005). Aritmética Maia. *Scientific American Brasil*: Edição Especial 11, Etnomatemática, 10-15.
- Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp.
- Favre, H. (2004) *A civilização Inca*. Tradução: Julia Goldwasser. Rio de Janeiro: Zahar.
- Ferreira, E. S., Machado, R. M., Paiva, A., Paques, O. T. W., Santinho, M. S., & Soares, M. Z. M. C. (2014). Uso de numeração e ábacos hispanoamericanos na Educação Básica. (minicurso). *Anais da VII Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática*. Alagoas
- Gendrop, P. (1987). *A civilização Maia*. Tradução: Julia Goldwasser. Zahar.
- Ifráh, G. (1997) *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- Imenes, L. M. P. (1999). *Os números na história da civilização*. Scipione. (Coleção Vivendo a matemática).
- Lehmann, H. (1965). *As civilizações Pré-Colombianas*. Saber Atual.
- Milli, E. P., & Thiengo, E. R. (2019). Desenvolvendo O Pensamento Aritmético: A Construção De Quipos Com Um Estudante Com Deficiência Intelectual No Projeja. *Educação Matemática Em Revista - RS*, 2(20). Recuperado de <http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-RS/article/view/2132>
- Morey, B., & Gomes, S. C. (2020). Matemática mesopotâmica: história para o professor de matemática. *REMATEC*, 13(27), 06-23, 2018. <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/120>.
- Marcondes, C, Filho. (1992) *Televisão: a vida pelo vídeo*. (7a Ed.): Moderna.
- Moraes, J. G. V, de. (1998) *Caminho das civilizações: história integrada geral e do Brasil*. Atual.
- Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., & Orali, F. (2016). *Matemática: caderno 1: manual do professor: Ensino Fundamental 6º ano*. (1ª . ed.): SOMOS Sistema Anglo.
- Oliveira, V. O. de, & Luccas, S. (2010). Diferentes sistemas de numeração. In: *O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense*. V. 1. Secretária da Educação.
- Prata, G. A., Filho. (2018). *Teorema de Pitágoras a partir da história da matemática: análises epistemológicas de atividades em turmas do 9º ano da rede pública*. [Dissertação de Mestrado]. Instituto Federal do Espírito Santo.
- Prata. G. A., Filho, & Sad, L. A. (2018). *Teorema de Pitágoras e o geogebra: uma relação possível*. Vitória-ES: Instituto Federal do Espírito Santo.

- Rosa, M. (2004). *Um estudo etnomatemático das esteiras sagradas dos Maias*. Horizontes, Bragança Paulista, 22(1), 29-41, jan./jun.
- Sousa, R. G. (2015). *Maias - Economia e Sociedade*. *Brasil Escola*. <https://brasilecola.uol.com.br/historia-da-america/Maias-economia-sociedade.htm>.
- Soustelle, J. (2002). *A civilização Asteca*. Tradução: Julia Goldwasser. Zahar.
- Thiengo, E. R. (2020). *Arthur Thiré: uma história sobre o professor e educador matemático*. (1a Ed.) Appris.
- Vergara, S. C. (2000). *Projetos e relatórios de pesquisa em administração*. (3ª . Ed.): Atlas.
- Wussing, H. (1998). *Lecciones de Historia de las Matemáticas*. Madrid: Siglo XXI de España.