

Registros de representações semióticas em análise de regressão: uma proposta de sequências didáticas com uso do software GeoGebra

Records of semiotic representations in regression analysis: a proposal for didactic sequences using the GeoGebra software

Registros de representaciones semióticas en análisis de regresión: una propuesta de secuencias didácticas utilizando el software GeoGebra

Recebido: 02/08/2022 | Revisado: 13/08/2022 | Aceito: 15/08/2022 | Publicado: 23/08/2022

Ivani Valentim da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2653-752X>

Universidade Federal do Amazonas, Brasil

E-mail: valentimivani@gmail.com

Marcos Braz Vaz

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9135-7763>

Universidade Federal do Amazonas, Brasil

E-mail: brazvaz@gmail.com

Resumo

As dificuldades de alunos do ensino médio para compreender os processos abstratos envolvidos no desenvolvimento de um raciocínio matemático intriga os professores de Matemática quando exigem a utilização de uma linguagem formal e rigorosa para a representação do objeto em estudo. Com o advento das tecnologias digitais, a utilização de softwares possibilita a representação do objeto matemático por meio de gráficos bidimensionais ou tridimensionais que facilitam a compreensão do aluno. Neste universo, o software GeoGebra se destaca, pois permite que o aluno observe uma infinidade de propriedades que não conseguiria com o uso da linguagem clássica da matemática. O objetivo deste artigo é verificar em que medida a utilização do software GeoGebra pode contribuir para a compreensão dos conceitos matemáticos da análise de regressão em alunos da 3ª série do ensino médio, de uma escola pública na cidade de Apuí-AM, região sul do Estado brasileiro do Amazonas. A metodologia utilizada foi a Engenharia Didática, que inclui o confronto das análises *a priori*, com a experimentação e as análises *a posteriori* de uma sequência didática. Os resultados revelaram que o uso do software GeoGebra pode ser eficaz para o aprendizado de conteúdos de análise de regressão Estatística, assim como foi comprovado para a Geometria e a Trigonometria. Sua utilização vai além da realização de cálculos dispostos em tabelas, como as planilhas eletrônicas já fazem. Seu diferencial são as funcionalidades para a realização da conversão da linguagem algébrica para as linguagens de gráficos e imagética, e vice-versa.

Palavras-chave: Ensino de estatística; Tecnologias digitais; Contrato didático; Didática da matemática; Engenharia didática.

Abstract

The difficulties of high school students to understand the abstract processes involved in the development of mathematical reasoning intrigues Mathematics teachers when they demand the use of a formal and rigorous language for the representation of the object under study. With the advent of digital technologies, the use of software makes it possible to represent the mathematical object through two-dimensional or three-dimensional graphics that facilitate student understanding. In this universe, the GeoGebra software stands out, as it allows the student to observe an infinity of properties that only using the classical language of mathematics would not be able to. The objective of this article is to verify to what extent the use of GeoGebra software can contribute to the understanding of the mathematical concepts of regression analysis in students of the 3rd of high school, of a public school in the city of Apuí-AM, southern region of the Brazilian state from Amazon. The methodology used was Didactic Engineering, which includes the confrontation of a *a priori* analyses, with experimentation and a *a posteriori* analyzes of a didactic sequence. The results revealed that the use of GeoGebra software can be effective for learning Statistics content, as it has been proven for Geometry and Trigonometry. Its use goes beyond performing calculations arranged in tables, as electronic spreadsheets already do. Its differential is the functionalities for carrying out the conversion from algebraic language to graphics and imagery languages, and vice versa.

Keywords: Teaching statistics; Digital technologies; Didactic contract; Mathematics didactics; Didactic engineering.

Resumen

Las dificultades de los estudiantes de secundaria para comprender los procesos abstractos involucrados en el desarrollo del razonamiento matemático intrigan a los profesores de Matemáticas cuando demandan el uso de un lenguaje formal y riguroso para la representación del objeto de estudio. Con el advenimiento de las tecnologías digitales, el uso de software permite representar el objeto matemático a través de gráficos bidimensionales o tridimensionales que facilitan la comprensión del estudiante. En este universo se destaca el software GeoGebra, que permite al alumno observar una infinidad de propiedades que solo utilizando el lenguaje clásico de las matemáticas no sería posible. El objetivo de este artículo es verificar en qué medida el uso del software GeoGebra puede contribuir a la comprensión de los conceptos matemáticos del análisis de regresión en estudiantes del 3° de la Enseñanza Media, de una escuela pública de la ciudad de Apuí-AM, sur región del estado brasileño de Amazonas. La metodología utilizada fue la Ingeniería Didáctica, que incluye la confrontación de análisis *a priori*, con la experimentación y análisis *a posteriori* de una secuencia didáctica. Los resultados revelaron que el uso del software GeoGebra puede ser efectivo para el aprendizaje de contenidos de Estadística, como ha sido probado para Geometría y Trigonometría. Su uso va más allá de realizar cálculos ordenados en tablas, como ya lo hacen las hojas de cálculo electrónicas. Su diferencial son las funcionalidades para realizar la conversión de lenguaje algebraico a lenguajes gráficos y de imágenes, y viceversa.

Palabras clave: Estadística de la enseñanza; Tecnologías digitales; Contrato didáctico; Didáctica de las matemáticas; Ingeniería didáctica.

1. Introdução

O processo de compartimentalização do saber, anteriormente concentrado na Filosofia, classificou o conhecimento em diferentes disciplinas, tais como: Geografia, Química, Física, Matemática, dentre outras. De acordo com Moran, et al., (2017), esse processo também permitiu uma fragmentação das disciplinas em ramificações de um modo mais especializado. Acerca da Matemática escolar, de maneira específica, sua composição integra subáreas como a Aritmética, a Geometria, a Geometria Analítica, a Álgebra, o Cálculo e a Estatística, sendo que tais ramificações apresentam poucas interações umas com as outras. Tal como se verificou na disciplinarização da ciência, a Matemática passou por ganhos e perdas com a dissociação entre suas vertentes. Se, por um lado, tal processo tem permitido um aprimoramento na linguagem, nos processos, métodos, códigos e princípios, por outro, manifesta-se com uma dificuldade na compreensão das conexões entre cada uma delas (Moran, et al., 2017).

De uma maneira geral, a solução dos problemas matemáticos recorre a duas ou mais subáreas da disciplina cuja relação não pode ser ignorada. Para Duval (2012), a aprendizagem da Matemática ocorre no trânsito entre duas ou mais representações de um mesmo objeto. A compreensão de uma situação matemática pode exigir, por exemplo, sua representação na linguagem natural, na linguagem algébrica e na linguagem gráfica ou figural.

Ao conjunto de representações de um mesmo objeto matemático, Duval (2009) chamou de Registro de Representações Semióticas. Segundo ele, esses registros devem ser formados a partir de regras e características próprias do objeto, e devem permitir a conversão em outras representações para possibilitar o tratamento da informação.

Na medida em que se tem a exploração de um conteúdo matemático, na perspectiva intradisciplinar, vislumbra-se um uma maior clareza nos conceitos se forem disponibilizadas diferentes formas de representação. De acordo com Faria e Maltempi (2019), a Aritmética é a subárea da Matemática que, na maioria dos casos, precede qualquer outro tipo de representação. É fundamental o entendimento inicial de uma situação particular, mas isoladamente não é eficiente para solucionar casos gerais, que valem para outros da mesma natureza, o que a torna, por vezes, limitada.

Somado a isso, destaca-se que a representação geométrica manifesta uma relação com a representação intuitiva e até mesmo apelativa. Por sua vez, é conveniente frisar que esta guarda perigos, como a influência de fatores externos, tais como as escalas e a imprecisão de medições. No caso da representação algébrica, de maneira distinta, esta é concisa, geral e efetiva na formalização e análise de padrões e de modelos matemáticos. Visto por outro lado, inclui vários símbolos algébricos que acabam dificultando a interpretação dos resultados (Faria & Maltempi, 2019).

Duval (2009) menciona que um dos principais obstáculos ao aprendizado de Matemática é a dificuldade do aluno em distinguir a representação do objeto representado, posto que um mesmo objeto pode ser apresentado por representações muito diferentes. A confusão pode persistir mesmo após a utilização dos sistemas semióticos de representação. Essas dificuldades encontradas por muitos alunos em compreender os processos abstratos envolvidos no desenvolvimento do raciocínio matemático intriga professores de Matemática, sobretudo no ensino médio, quando a utilização de uma linguagem mais formal e rigorosa na representação do objeto em estudo passa a ser exigida. (Silva, 2007)

Com a implantação da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) a experiência das aulas remotas durante o período de 2020 a 2021, na pandemia do novo Coronavírus, ficou evidente que a educação precisa se adequar às tecnologias digitais (Vicentin; Souto, 2021). Este artigo não trata da modalidade de ensino remoto, ou a distância, mas do ensino regular presencial e das transformações pelas quais está precisa passar para se adequar à esta nova realidade pós-pandemia.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) determinou a inclusão da disciplina de “Cultura Digital” no programa do “novo Ensino Médio”, o que levou as escolas a se adaptarem a esse novo contexto, correndo contra o tempo para adequarem suas instalações ao novo programa de ensino. No Estado do Amazonas esta disciplina foi incluída na grade curricular apenas no início do ano letivo de 2022, e mesmo assim as instituições de ensino ainda não haviam montado seus laboratórios de informática, que precisaram funcionar com muitas limitações.

Nesse contexto, não se trata mais de quando as Tecnologias Digitais da Informação e TDICs Comunicação passarão a ser utilizadas no processo educacional, mas de como elas serão inseridas neste ambiente, visto que a cultura digital é responsável por impactar diretamente a vida das pessoas de um modo geral, e não pode mais estar ausente do ambiente escolar. No contexto da escola, a apropriação desses recursos pode facilitar o processo de ensino-aprendizagem e o diálogo entre aluno e professor para um ensino mais inclusivo e amplo.

As TDICs abrem os horizontes da realidade, transcendendo as janelas da escola e fazendo a vida se integrar e se conectar. Todos podem se relacionar, independentemente do fuso-horário e do local no qual se encontram. Existe um pulsar virtual poderoso e ininterrupto que fortalece e registra cada instante, fazendo com que tudo possa ser compartilhado. A vantagem é que se compartilha o que é edificante, mas a desvantagem é que o que é banal também é disponibilizado na rede mundial da *internet* (Moran, et al., 2017).

Nesse sentido, vale destacar que a restrição ao uso de aparelhos celulares em algumas escolas, apesar da aparente contradição, nasceu de uma preocupação legítima em evitar que o banal se sobrepusesse ao que é edificante. Para os Moran, et al., (2017) o risco reside no encantamento que as tecnologias causam nos jovens e adultos, levando-os a utilizarem-nas como uma forma de entretenimento e não como um instrumento pedagógico. Essa realidade digital não é pensada durante o planejamento didático, o que torna a escola cada vez mais desinteressante e separada do contexto dos alunos. Assim, as tecnologias dispersam e afastam os envolvidos, quando na verdade deveriam ser aliadas do itinerário educativo. Sem a mediação eficaz do docente, o uso das tecnologias na escola se propaga como um mero entretenimento e passatempo, sem um uso consciente e responsável que vise a ampliação do conhecimento e da construção deste (Moran, et al., 2017).

Os riscos da má utilização das TDICs são reais, entretanto não há como retroceder o processo de sua incorporação à ação pedagógica. É necessário encontrar formas de minimizar a disseminação de conteúdos banais e expandir a apropriação do que é edificante. Segundo Borba, et al., (2020), pensou-se com alguma frequência que a informática fosse inimiga da Educação. Porém, esta visão se mostrou equivocada, porquanto as novas tecnologias têm como ponto de partida a Matemática, elas podem ser utilizadas para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Nesse aspecto, a BNCC (Brasil, 2018, p. 518) estabeleceu como método para a aprendizagem de Matemática “a utilização de recursos tecnológicos como planilhas eletrônicas e calculadoras, a fim de possibilitar, entre outras habilidades, o desenvolvimento do pensamento computacional através da interpretação de algoritmos e fluxogramas”.

Essa visão foi construída a partir da prática do docente de Matemática, que já há algum tempo passou a incorporar o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica, como, por exemplo, o C.a.R. (Régua e Compasso), o Geplan, o Cabri, o Tatulae, o GeoGebra, dentre outros. Para incluir estes *softwares* no dia a dia da sala de aula, Rezende, et al., (2012) relataram a crescente demanda por formação de professores de Matemática em eventos da área, ou em outros processos de formação continuada. Em contrapartida, os autores notaram uma dificuldade por parte dos alunos em incluírem, de forma responsável, o que é diferente do modelo tradicional de ensino. Muito disso se deve à visão que a sociedade ainda possui do processo de educação bancária, onde o professor ensina e o aluno aprende de forma passiva (Rezende, et al., 2012).

Moran, et al., (2017) apontaram a existência de instituições de ensino carentes de recursos tecnológicos, mas que atingem níveis adequados de resultados, assim como as mais providas de tecnologias. O oposto também acontece, o que leva a inferir que a aprendizagem não é definida, e tampouco resguarda uma relação necessária ou proporcional aos recursos tecnológicos de que dispõe. Antes, os resultados devem ser medidos pelo todo que compõe a atividade didática: o projeto pedagógico, a gestão e a integração.

Dessa forma, a utilização das tecnologias digitais deve estar associada a uma série de cuidados, a fim de evitar que a estratégia de ensino seja vista com desconfiança pelos alunos e pela sociedade. É necessária a elaboração de uma sequência didática de modo a dar autonomia ao aluno, que por sua vez deverá atuar com a convicção de que a ação dele é que possibilitará a aprendizagem esperada do objeto em questão.

Essa relação de confiança entre professor e aluno é estabelecida por meio de um contrato didático, instrumento que estabelece regras entre ambos e o saber. O principal objetivo do contrato didático é definir o nível de participação do aluno e do professor em cada uma das etapas do processo de aquisição do conhecimento. O contrato é, sobretudo, uma declaração de confiança mútua entre as partes, uma vez que muitas cláusulas devem permanecer implícitas, sem que o aluno perceba a intenção do professor (Brousseau, 1996).

Neste contexto, com o advento das tecnologias digitais, a utilização de *softwares* passou a possibilitar a representação do objeto matemático por meio de gráficos bidimensionais ou tridimensionais, facilitando, assim, a compreensão dos alunos. Com recursos que incluem a fixação de alguns elementos em uma determinada representação, enquanto outros podem ser movimentados, o *software* GeoGebra, se destaca, pois permite que o aluno observe uma infinidade de propriedades que apenas com o uso da linguagem clássica da matemática não seria possível.

Criado em código aberto pelo professor da Universidade de Salzburg, Markus Hohenwarter, em 2001, o *software* GeoGebra possui o objetivo de dinamizar o estudo da disciplina, está disponível em versões para diversas plataformas e foi traduzido para cerca de 160 idiomas. Por ser livre, e distribuído gratuitamente, o *software* recebeu contribuições da comunidade científica e se expandiu rapidamente. Atualmente, o GeoGebra é conhecido como um dos principais *softwares* educativos devido às funcionalidades que possui, que permitem a abordagem de diversos conteúdos da Matemática da Educação Básica, tais como: geometria, trigonometria, álgebra, funções, estatística e probabilidade.

Uma das principais características do GeoGebra é a possibilidade de construir figuras geométricas a partir de cerca de 60 objetos diferentes, como um ponto, uma reta, um plano, uma circunferência, etc., disponíveis na guia de Geometria. O *software* permite ainda a interação através de códigos matemáticos e linguagem de programação, mas o que dá dinamicidade ao estudo da geometria, trigonometria, probabilidade e estatística é a possibilidade de manipulação dos objetos que podem ser movidos sem que as propriedades estabelecidas inicialmente se percam. Ademais, outra característica importante é a integração entre páginas da *web* e diversos aplicativos como *Power Point*, *Word* e *Excel*.

Tais funcionalidades trazem para a Educação Básica, a possibilidade de interação com o objeto de estudo. Além disso, a ferramenta dá ao professor mais igualdade no processo de competição com outras tecnologias que o aluno possui, e que invariavelmente concorrem com a atenção necessária para que o processo de ensino seja eficiente. O *software* “é muito útil

para proporcionar ao aluno experiências de contato mais realistas com o objeto matemático” (Holanda Filho & Cruz, 2020, p. 62).

Devido a essas características, o GeoGebra pode ser classificado, sobretudo, como um *software* de Geometria Dinâmica, conforme definição de Isotani (2005):

O nome “Geometria Dinâmica” (GD) hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. Este nome pode ser mais bem entendido como oposição à geometria tradicional de régua e compasso, que é “estática”, pois após o aluno realizar uma construção, se ele desejar analisá-la com alguns dos objetos em outra disposição terá que construir um novo desenho. (Isotani, 2005, p. 32).

Por tudo o que representa para o ensino de Matemática, o GeoGebra tem se mostrado muito relevante também para a pesquisa em Educação, que já conta com uma infinidade de artigos, dissertações, teses e livros publicados em diversos países. Entretanto, no que se refere ao estudo de Estatística, ainda existe uma lacuna a ser investigada. Por isso, esta pesquisa se propôs a estudar as contribuições que os recursos disponíveis no *software* GeoGebra podem fornecer ao estudo de regressão linear.

Assim, para a representação das retas de regressão, o *software* possui uma ferramenta elaborada especificamente para este tipo de análise, o modelo de regressão linear, disponível em análise bivariada na planilha de cálculos do *software*. O ganho em conhecimento pode ser muito interessante quando o conteúdo é abordado do ponto de vista do estudo analítico da reta, que pode ser realizado com as ferramentas disponíveis na janela de Álgebra. Com essa ferramenta é possível traçar retas que passam por cada par de pontos e comparar intercepto e coeficiente angular com o objetivo de fixar as propriedades envolvidas em cada um desses itens.

Apesar da eficiência de o *software* GeoGebra ter sido corroborada por diversos estudos em Educação Matemática tais a maioria deles se referiram em grande medida à aprendizagem de funções, geometria plana e espacial (de Lama & Mendes, 2017), geometria analítica (Holanda Filho & Cruz, 2020) e trigonometria (Brandão Filho; et al., 2022). O objetivo geral deste artigo, foi verificar a utilização do *software* GeoGebra na contribuição para a compreensão dos conceitos matemáticos da análise de regressão, na disciplina de Estatística, em alunos da 3ª série do ensino médio de uma escola pública na cidade de Apuí-AM, região sul do Estado brasileiro do Amazonas.

2. Metodologia

Foi realizado, em sala de aula, um experimento composto de uma sequência didática seguindo as etapas proposta pela Teoria das Situações Didáticas - TSD. As questões propostas envolveram situações nas quais se pretendia observar o potencial do GeoGebra na criação e conversão de representações de objetos matemáticos, daí a necessidade de observarmos o experimento pela ótica da Teoria das Representações Semióticas. A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática.

2.1. Engenharia Didática

A Engenharia Didática surgiu no âmbito da didática da matemática francesa, a partir da necessidade de uma metodologia que fosse capaz de oferecer subsídios para a investigação acerca dos métodos de ensino no sistema didático. Dessa forma, as pesquisas realizadas com a Engenharia Didática não estudam os processos de ensino e de aprendizagem de forma isolada, mas sim o sistema didático como um todo, se baseando em uma sequência de situações didáticas implementadas na experimentação. Por isso, as pesquisas validadas pela Engenharia Didática estão sempre associadas a um método de ensino. (Artigue, 1996)

Nesse contexto, a Engenharia Didática se configurou como uma ferramenta importante para o estudo de experimentos controlados e executados de forma ética e segura. De abordagem qualitativa, a Engenharia Didática é realizada de forma interna, por meio da observação do processo didático, e tem como método de validação as análises realizadas *a priori* e *a posteriori*.

Não se trata de avaliar os resultados produzidos pela intervenção, nem a comparação com meios externos à experimentação, mas de avaliar a dinâmica do processo didático, considerando o meio no qual o ambiente está inserido. Aliás, a Engenharia Didática se opõe aos processos externos de investigação (que ocorrem fora da sala de aula), e que utilizam instrumentos, como questionários, exercícios, testes, etc., por considerá-los insuficientes para a compreensão da complexidade dos processos didáticos. (Brousseau, 2008)

Assim, uma pesquisa que se utiliza da Engenharia Didática não deve se contentar apenas com evidências, pelo contrário, deve priorizar um processo criterioso de análise, mesmo que para isso tenha que reduzir o número de experimentos. Desse modo, o pesquisador deve identificar os fenômenos didáticos, produzi-los e reproduzi-los para avaliar as sequências didáticas (Almouloud, 2018).

2.1.1 Análises preliminares

A fase de análises prévias ou preliminares consiste na delimitação e fundamentação do objeto de estudo da pesquisa por meio da análise dos conhecimentos didáticos de domínio público. Nesse momento, ocorre a identificação do suporte teórico para o desenvolvimento das competências argumentativas. Tais competências devem possibilitar um conjunto de análises preliminares, que são:

Análise epistemológica dos conteúdos visados no ensino; análise do ensino habitual e seus efeitos; análises das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam sua evolução; análise do campo de restrições no qual virá a situar-se a situação didática efetiva; e, naturalmente tendo em conta os objetivos específicos da investigação. (Artigue, 1996. p. 198).

As análises preliminares são, portanto, uma contextualização dos aspectos teóricos didáticos e curriculares, bem como dos aspectos macrodidáticos que influenciam o processo educativo. Os conceitos referentes à fase das análises preliminares podem ser mais bem esclarecidos durante a fase de pesquisa, quando é apresentado o detalhamento do estudo com a descrição do objeto a ser investigado e das características do ambiente em que está inserido.

2.1.2 Análises *a priori*

Nessa fase da investigação, o pesquisador deve definir o conjunto de variáveis sobre as quais vai atuar. Nesse procedimento, as hipóteses devem ser explicitadas para nortear as análises preditivas em relação à sequência didática a ser elaborada.

As variáveis micro-didáticas são aquelas consideradas no processo de organização local da sequência didática, conforme descritas por Brousseau (2008). Neste trabalho, essas variáveis foram aplicadas segundo os conceitos da Teoria dos Registros de Representações Semióticas apresentada por Duval (2007).

Quanto às variáveis macro-didáticas, estas dizem respeito à organização global da engenharia, sendo que a maioria delas é ligada ao conteúdo. Artigue (1996) salientou que as variáveis micro-didáticas e macro-didáticas não podem ser definidas de forma independente, devendo haver, portanto, uma conexão entre elas.

Nas análises *a priori* devem ser pontuadas as etapas do processo de investigação abordando cada exercício de maneira descritiva e preditiva. As escolhas precisam ser justificadas a partir da análise do grau de complexidade, do empenho

necessário para o cumprimento da tarefa, das possibilidades de escolhas que favoreçam o grau de autonomia do aluno na tomada de decisão e do grau de independência, de maneira que o aluno possa resolver as atividades com a interferência mínima do professor.

A situação proposta deve ser elaborada com base na previsão do comportamento do aluno ao se relacionar com o meio, bem como na mobilização de conhecimentos prévios para a execução da atividade. Ao retomar o tema, Artigue (2019) esclarece que essa previsão é apenas uma estratégia para auxiliar o pesquisador na elaboração das situações didáticas, orientando no que pode ser oferecido em termos de aprendizagem.

2.1.3 Experimentação

A experimentação é a fase de aplicação da sequência didática na sala de aula. Essa fase deve levar em consideração a natureza das hipóteses a serem provadas para que a possibilidade de relação com o meio possa ser priorizada a fim de que se verifique a potencialidade que essa relação possui para alterar o percurso previsto na estratégia inicial na solução do problema proposto.

Segundo Pais (2019), a sequência didática deve ser aplicada em certo número de aulas planejadas e analisadas com o objetivo de testar as hipóteses levantadas no estudo de modo a permitir a aproximação do resultado prático com os pressupostos teóricos apresentados.

Artigue (2019) destacou que é natural que o projeto seja alterado pelo pesquisador durante o experimento desde que sejam observados fatos que justifiquem essa alteração. Eventuais mudanças devem ser registradas e justificadas.

Somado a isso é necessário enfatizar a necessidade de documentação do processo da melhor maneira possível. Além dos registros do processo de resolução em papel, é importante utilizar também meios de gravação em áudio e vídeo para sustentar a análise *a posteriori*. Para esta dissertação, foram utilizados meios digitais para a captura de tela dos aparelhos para analisar a natureza dos procedimentos escolhidos *a posteriori*.

Em relação às atividades resolvidas sem o uso de tecnologias digitais, é importante adotar estratégias que impeçam a possibilidade de correções ou rasuras das tentativas fracassadas a fim de se avaliar a natureza dos erros cometidos na execução das tarefas.

2.1.4 Análises *a posteriori* e validação

Este processo é feito com base nas observações das atividades realizadas na experimentação e no resultado do trabalho produzido pelos alunos. De acordo com Artigue (1996, p. 208), “a coleta de dados pode incluir o uso de metodologias externas, como a aplicação de questionários, individuais ou em grupo, e a aplicação de testes durante o percurso investigativo ou no final da experimentação”.

Conforme mencionado anteriormente, é a comparação entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori* que possibilita a validação das hipóteses envolvidas no processo investigativo. A Engenharia Didática procura fugir das análises estatísticas que buscam comparar as variáveis mensuráveis dos grupos experimentais com as variáveis dos grupos de controle. Este procedimento se dá por considerar que as hipóteses que levam em consideração tais procedimentos são, em geral, de natureza global, que requerem uma abordagem dos processos em longo prazo, cuja extensão da Engenharia Didática não permite alcançar no processo de validação.

2.2 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos que englobam a amostra do estudo de caso deste artigo estão localizados no município de Apuí, região sul do Estado do Amazonas. Com uma população estimada em 20 mil habitantes, Apuí foi fundado em 1988 a 408 km da capital

Manaus, fazendo divisa com os municípios de Manicoré, Novo Aripuanã, Borba e Maués, e os Estados brasileiros de Mato Grosso e Pará. Sua principal fonte de renda advém das atividades da agropecuária. A Figura 1 ilustra a localização geográfica de Apuí no sul do Estado do Amazonas.

Figura 1 – Localização geográfica do município de Apuí-AM.



Fonte: Wikipédia (2022).

Ademais, com relação à turma analisada, levou-se em consideração que o ensino regular em nível Médio é oferecido, para alunos dos arredores de Apuí-AM, apenas na sede do município, para onde os alunos são transportados pelos ônibus da frota municipal de transporte escolar. Além disso, considerando que em Apuí funcionam cinco escolas de ensino regular, em que duas são de Educação Infantil e três de Ensino Fundamental, apenas uma atende os alunos de Ensino Médio.

Sendo assim, por ter apenas uma escola de Ensino Médio regular no município, a população atendida é bastante heterogênea, permitindo um intercâmbio cultural entre as populações urbana e rural, que advêm de diversas classes sociais, diferentes religiões e profissões. Essa diversidade representou um desafio para esta pesquisa, pois foi preciso lidar com pessoas com diferentes níveis de habilidades no que se refere ao uso das tecnologias que deram suporte ao estudo.

2.3 A regressão linear como objeto de estudo

A análise de regressão linear consiste em representar, a partir de uma dada amostra, a relação entre duas variáveis com a melhor equação possível e, através dessa equação, prever novos resultados para valores que não estão contidos na amostra.

Para determinar a equação é necessário obter as estimativas dos coeficientes β_0 e β_1 , verificar a adequação da equação por meio de testes de significância e definir o intervalo de confiança para os valores estimados. Para a estimativa dos coeficientes β_0 e β_1 , o método mais indicado é o dos mínimos quadrados, que reduz a soma dos quadrados dos erros. A equação da reta de regressão linear é dada pelas seguintes expressões:

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}$$
$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

Onde β_0 representa o ponto de intersecção da reta com o eixo das variáveis dependentes, e β_1 o coeficiente angular (variável que determina a inclinação da reta de regressão). Por exemplo: uma certa indústria farmacêutica vende um remédio para combater resfriado. Após 2 anos de operação, a mesma coletou as seguintes informações trimestrais:

Tabela 1 – Exemplo 1: custos e vendas.

Custos (RS 1.000,00)	Vendas (RS 10.000,00)		
X	Y	XY	X²
11	25	275	625
5	13	65	169
3	8	24	64
9	20	180	400
12	25	300	625
6	12	72	144
5	10	50	100
9	15	135	225
$\Sigma x = 60$	$\Sigma y = 128$	$\Sigma xy = 1101$	$\Sigma x^2 = 2352$

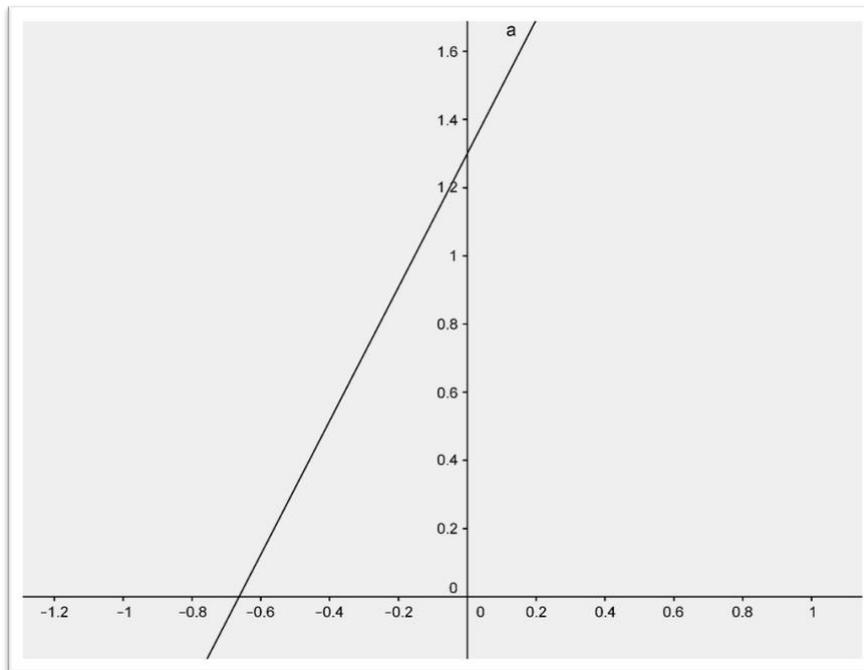
Fonte: elaboração própria.

Dados: $\Sigma x_i = 60$; $\Sigma y_i = 128$; $\Sigma_1 x_i^2 = 522$; $\Sigma_1 y_i^2 = 2352$; $\Sigma x_i y_i = 1101$; $\bar{x} = 7,5$; $\bar{y} = 16$.

$$\beta_{1.16} = \frac{1101 - 8.7,5}{522 - 450} = \frac{141}{72} = 1,96 \quad \beta_0 = 16 - 1,76 \cdot 7,5 = 16 - 14,7 = 1,3$$

Portanto, a reta de regressão que representa o exemplo dado é: $y = 1,96x + 1,3$. A Figura 2 mostra o comportamento dessa reta.

Figura 2 – Comportamento da reta.



Fonte: elaboração do autor utilizando o *software* GeoGebra.

2.4 A sequência didática

A sequência didática aplicada neste estudo foi elaborada de acordo com as análises preliminares e que observou a dimensão epistemológica do objeto de estudo, o modelo de ensino habitual e suas implicações, as concepções e obstáculos que marcam a evolução dos alunos, as características do ambiente no qual a situação didática se efetivou além do objetivo específico da investigação. Definida a sequência didática, fez-se uma previsão dos resultados a serem obtidos na experimentação. Essa previsão, denominada na Engenharia Didática de análises *a priori* é o parâmetro a ser comparado nas análises *a posteriori* com os dados coletados durante o processo de experimentação.

2.4.1 Análises preliminares da sequência didática

O termo regressão, usado para definir o conjunto de técnicas que modelam relações entre duas variáveis a fim de prever outras variáveis independentes, foi proposto em 1885 por Sir Francis Galton, durante um estudo, ao demonstrar que a altura dos filhos tende a regressar para a média da população, não refletindo, portanto, a altura dos pais (Rodrigues, 2012).

Uma variável x é chamada independente quando influencia, afeta ou determina o valor de outra variável dependente y . A regressão linear é o estudo de fenômenos que podem ser descobertos ou explicados em função da variável independente (Sandre, 2019).

A análise de regressão consiste em representar, a partir de uma dada amostra, a relação entre as duas variáveis pela melhor equação possível e através dessa equação prever novos resultados para valores que não estão contidos na amostra. Para determinar a equação é necessário obter as estimativas dos coeficientes a e b verificar a adequação da equação através dos testes de significância e definir o intervalo de confiança para os valores estimados. Para estimativa dos coeficientes a e b método mais indicado é o método dos mínimos quadrados que reduz a soma dos quadrados dos erros.

Em relação à dimensão epistemológica, que está associada às características do saber, pode-se afirmar que a regressão linear é uma equação utilizada para estimar os valores de uma variável y para cada valor de x selecionado. Resolver um problema de equação linear consiste basicamente em encontrar essa relação, ou seja, desenvolver uma fórmula que permita

prever um resultado para y , conhecendo os valores de x . Assim, à medida que x aumenta, y também aumenta (função crescente), ou y diminui (função decrescente). (Sandre, 2019)

Além de prever os resultados, a regressão linear é utilizada para explicar determinados fenômenos. Por isso, a variável independente x também pode ser chamada de variável explicativa, e a variável dependente y é chamada por alguns autores de variável explicada. (Rodrigues, 2012).

Quanto às características do conteúdo envolvido, a regressão linear é representada pela equação de uma reta, que é determinada pela soma das distâncias de um conjunto de pontos até essa reta. O estudo da regressão linear envolve ainda a habilidade de coleta e organização dos dados em tabelas, bem como o cálculo da média e a compreensão da álgebra elementar. A dedução do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para ajustamento da reta exige habilidade em cálculo diferencial. Entretanto, no Ensino Médio, a demonstração do método deve ser suprimida devido à falta de pré-requisitos nessa fase de estudos. (Pistillo; et al., 2022)

Neste nível médio de ensino, a regressão linear simples é priorizada nos cursos técnicos e instrumentaliza a Análise Exploratória de Dados (AED). A regressão linear pode contribuir para o estudo de fenômenos nas mais diversas áreas de produção. (Santos; et al.,)

Quanto à dimensão didática a abordagem é feita geralmente de maneira clássica, através de definição, exemplos, dedução da fórmula e aplicação. Em alguns casos, porém, a fórmula não é deduzida. Bruce e Bruce. (2019, p. 207), apresenta a fórmula com a seguinte introdução: “A regressão de quadrados mínimos leva a uma fórmula simples para calcular os coeficientes”, seguido das expressões já apresentadas no item 2.3.

Pode-se observar que em certos casos o ensino se processa de forma estática, sem que o aluno tenha o entendimento dos conceitos envolvidos no objeto matemático. Limitando à coleta e ao processamento dos dados.

No que se refere à dimensão cognitiva, este estudo foi realizado na terceira série do Ensino Médio, etapa na qual os alunos já possuem noções de funções afim e estudam de maneira mais aprofundada, em geometria analítica, a equação reduzida da reta e a distância entre ponto e reta. Nesse mesmo período, os estudos de estatística básica são aprofundados com os conceitos de população, amostra e variável, medidas de tendência central e medida de dispersão.

Esses componentes favorecem a introdução ao estudo da regressão linear. Entretanto, nessa etapa, os alunos ainda não possuem a noção de cálculo diferencial usado para deduzir o método dos mínimos quadrados. Portanto, a dedução é realizada apenas de maneira intuitiva, sem o rigor técnico exigido em cursos de nível superior.

Ainda quanto às características do público alvo da pesquisa, enfatiza-se a heterogeneidade da turma estudada que incluía alunos moradores das áreas urbana e rural da cidade de Apuí/AM, sendo estes últimos filhos de praticantes da agropecuária como atividade econômica.

O fator geográfico pode ter influenciado na formação desses alunos durante o período da pandemia, uma vez que durante as aulas remotas a cobertura de acesso à internet pode ter variado nos diferentes espaços de habitação. Dessa forma, o desempenho desses dois grupos deve ser monitorado. Ao mesmo tempo, destaca-se que a experiência com o trabalho no campo pode contribuir para o desenvolvimento das atividades matemáticas que buscam solucionar questões dessa área de atividades.

2.4.2 Análises *a priori* da sequência didática

Com o objetivo de dar possibilidades para que o aluno resolvesse de forma autônoma as situações propostas. Por isso, as atividades seguiram um padrão, obedecendo as etapas propostas por Brousseau (2008), compostas por: situação de devolução, situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização.

Quanto à atuação do professor, supôs-se que ela ocorreria apenas nas etapas de devolução e institucionalização, de maneira que as situações de ação, formulação e validação fossem executadas pelos alunos de maneira individual, ou em grupo,

de acordo com as necessidades. Nesse método, é esperado que o aluno recorra a seus conhecimentos prévios em Matemática (ferramentas) com o objetivo de atingir uma nova meta (objeto de estudo).

Este procedimento é amparado pela didática da Matemática francesa, mais especificamente da Dialética da Ferramenta-Objeto de Douady (1984), que dividiu a aprendizagem em Matemática em duas etapas. A primeira se refere à aplicação da matemática como ferramenta para a solução de problemas, e a segunda vê a matemática como objeto de estudo, e não como instrumento. Essas duas visões são indispensáveis ao ensino de Matemática e, por isso, são amplamente utilizadas pelos professores da disciplina. A inovação trazida pelas teorias em questão se refere à inversão da ordem cronológica das duas etapas e na prioridade que se dá à dimensão social do problema em detrimento da técnica, que muitas vezes se reduz a repetições sucessivas dos métodos de tratamento.

Segundo Littig *et al.* (2019), o último nível das situações didáticas é caracterizado pelo planejamento da atividade pelo professor. Este planejamento deve levar em consideração a necessidade da atuação autônoma do aluno de modo que ele possa resolver o problema sem a interferência explícita do professor. A atividade também não deve prever uma resposta direta do aluno. Os obstáculos devem permitir que o aluno, ao buscar uma solução, mobilize livremente seus conhecimentos a fim de construir seu conhecimento de forma autônoma.

Ao tratar da modelagem das situações didáticas, Almouloud (2007) enfatiza que uma situação capaz de provocar a aprendizagem esperada dependerá da estratégia básica para a resolução do problema. A estratégia deve considerar o grau de esforço cognitivo e o custo didático para a resolução, podendo retroceder e escolher outra estratégia a fim de atingir o conhecimento visado.

Para a realização das atividades, nesta pesquisa, foram apresentados pequenos desafios para serem resolvidos sequencialmente sem a apresentação prévia do conceito envolvido ou de um modelo para sua solução. O propósito foi instigar nos alunos a observação das propriedades envolvidas na análise de regressão para que mobilizassem seus conhecimentos matemáticos para pensar em um modelo próprio de solução.

Foi apresentada uma forma intuitiva de encontrar uma aproximação do modelo ideal, mas que dependendo da escolha poderia resultar em um erro considerável. Após isso, foi apresentada a possibilidade de verificar geometricamente a melhor aproximação da reta segundo a solução clássica para o problema.

A sequência didática elaborada para a experimentação foi composta de três atividades, desenvolvidas ao longo de quatro encontros de 50 minutos cada, de modo a englobar a mobilização de conhecimentos sobre Geometria Analítica e o uso do *software* GeoGebra, a fim de suscitar nos alunos a observação do comportamento da reta de acordo com a alteração dos coeficientes angular e linear, do somatório das distâncias de diversos pontos até à reta e, por último, da apresentação de uma solução para o problema por meio do uso de uma calculadora gráfica para que comparassem os resultados obtidos de forma intuitiva. A solução direta do problema proposto através do uso único da calculadora foi evitada, pois o objetivo era levá-los a refletir sobre o processo de solução, construído passo a passo pelos próprios alunos e não da simples apresentação de uma resposta para o problema.

Atividade 01:

Em uma comunidade rural do município de Apuí foram levantados dados a respeito da criação de unidades de bovinos por área cultivada, conforme a Tabela 2, abaixo:

Tabela 2 – Dados sobre a criação de bovinos no município de Apuí-AM.

Área em hectares	125	20	80	25	30	180	30	72	53
Unidades animais	120	10	100	20	30	200	40	80	60

Fonte: Os autores.

- Marque os pontos no plano cartesiano.
- Com base no que você percebeu, trace a equação de uma reta que melhor representa o conjunto de todos os pontos do gráfico. (Utilize seus conhecimentos em geometria analítica e/ou funções afins).
- Com base nessas informações, quantos animais um produtor que possui área de 50 hectares de pastagem criaria, aproximadamente?

Atividade 02:

Utilizando o *software* GeoGebra, resolva as questões propostas nos itens A, B e C da Atividade 01. Para isso:

- Marque todos os pontos na janela de álgebra do *GeoGebra*;
- Trace a reta r passando pelos pontos B (20, 10) e D(15, 20). Trace a reta t que passe pelos pontos B (20, 10) e G (35, 25). Em seguida marque os ângulos das retas que passam por esses 4 pontos fazem com os eixos do x (lado direito);
- Em qual das retas o ângulo é menor que 90° ? Em qual delas o ângulo é maior que 90° ;
- Verifique o sinal do coeficiente angular. Que relação é possível observar entre a inclinação da reta (medida do ângulo) e o sinal do coeficiente angular?

Atividade 03:

Abra o arquivo ATIVIDADE 03 do GeoGebra e movimente os valores de a e b na reta $y = ax + b$ de maneira que a soma dos quadrados seja a menor possível. Anote o menor valor da soma e a equação da reta que minimiza a soma dos quadrados.

Atividade 04:

Em uma pesquisa sobre a geração de emprego nas propriedades rurais de Apuí, foram levantados dados que relacionam a área cultivada e a geração de emprego nessas propriedades, conforme a Tabela 3. Com base nos dados da tabela, responda o que se pede nos itens A, B, C, D, E, E F, utilizando os recursos do *software* GeoGebra.

Tabela 3 – Dados sobre a geração de emprego nas propriedades rurais de Apuí-AM

Área em hectares	125	40	50	300	80	1000	70	72	1500
Empregos diretos	7	4	5	6	9	10	6	5	12

Fonte: Os autores.

- Represente as informações no plano cartesiano.
- O modelo de regressão linear é suficiente para representar as informações? Justifique.
- Em média, quantos empregos foram gerados por hectares na menor e na maior propriedade?

- D. Nessa proporção, você considera que uma área cultivada de 20 hectares seria suficiente para empregar uma família de 4 pessoas?
- E. Quantos empregos diretos geraria uma fazenda com 10 mil hectares de área cultivada?
- F. Seguindo a mesma proporção da geração de empregos por uma propriedade de 40 hectares, quantos empregos seriam gerados por uma propriedade com 10 mil hectares de área cultivada?
- G. O valor encontrado nos itens e e f são compatíveis? À luz dessas informações, em um programa de assentamento agrícola cujo objetivo é gerar emprego, qual seria o melhor modelo de propriedade?

Atividade 05:

A atividade 05 foi relacionada ao processo de institucionalização. É o momento que o professor retoma para si a responsabilidade pelo processo de ensino, valida ou refuta os resultados obtidos pelos participantes, e a apresenta a solução clássica para o problema. É nesse momento que o professor revela qual a sua intenção ao propor a sequência didática.

3. Resultados e Discussão

Os encontros foram realizados nos meses de março e abril de 2022 quando as aulas no município de Apuí/AM já ocorriam de maneira 100% presencial e o uso de máscaras e distanciamento não era mais obrigatório. Dessa forma, esta pesquisa foi efetuada com um número de 21 participantes, divididos em grupos de três ou quatro participantes. Nada obstante, de acordo com Lobato (2020), na medida em que os alunos trabalham em conjunto, manifestam as condições necessárias para o desenvolvimento de outras habilidades, como as relacionadas à interação social quando assumem posturas diferenciadas, além de se sentirem mais seguros no desenvolvimento das tarefas e estimulados a buscarem novos desafios.

O desenvolvimento da pesquisa se deu através da situação didática de devolução, ato no qual os participantes receberam o problema com as orientações para a realização da atividade; situação didática de ação, etapa na qual os participantes mobilizam seus conhecimentos a fim de para encontrar a solução para o desafio proposto; situação didática de formulação, quando os participantes compartilharam as concepções a respeito de cada problema proposto e situação didática de validação, etapa na qual os participantes elaboraram uma resposta formal para o problema. A situação de institucionalização foi realizada após o final das quatro atividades propostas e teve como objetivo a avaliação e validação das atividades realizadas, bem como a apresentação do objeto de estudo de maneira formal o Método dos Mínimos Quadrados para o ajustamento da reta de regressão.

A atividade 01 e a atividade 02 foram desenvolvidas em um único encontro, conforme planejado, sendo que a atividade 01 foi realizada na sala de aula, utilizando estratégias de resolução de problemas com uso de papel, caneta e lápis. A atividade 02 foi realizada no laboratório de informática com o uso do *software* GeoGebra.

Na atividade 01, os participantes mobilizaram os conhecimentos de função para resolver a situação proposta. Inicialmente, observou-se que eles tiveram alguma dificuldade para compreender que os dados formariam uma nuvem de pontos, e por isso foi necessária uma intervenção apenas para esclarecer que o procedimento estava correto. Após concluírem a representação no plano cartesiano, eles passaram a buscar a solução. A estratégia que os participantes encontraram foi a escolha de dois pontos pelos quais seria traçada uma reta. De acordo com a escolha dos pontos, a reta se aproximava ou se distanciava da realidade.

O Participante P1 escolheu os pontos E (30, 30) e F (180, 20) pelos quais traçou a reta $y = 1,13x - 3,9$. Esses valores estão muito próximos da reta de regressão que é $y = 1,11x - 3,72$. Quando substituído na reta encontrada pelo participante P1, o valor de 50 hectares retornou um valor de 52, ou seja, 6 animais. Valor também muito próximo do encontrado pela calculadora do GeoGebra que é de 51,9 animais.

O participante P2. escolheu os pontos F (180, 200) e H (72, 80) sobre os quais traçou a reta $y = 1.1x + 0,1$ e a imagem da reta igual a 55,1 quando o domínio dessa função foi igual a 50, conforme solicitação do item c. Esse resultado, embora apresente certa variação em relação ao resultado clássico para a questão, em alguns ele é mais preciso que a resposta oficial, por exemplo, na origem do sistema.

A atividade 02 retomou o mesmo problema da atividade 01, dessa vez com uso do aplicativo GeoGebra. O objetivo foi traçar retas passando por outros pontos diferentes dos escolhidos na atividade anterior para verificar o comportamento da reta e estabelecer relações entre a inclinação e o coeficiente angular e linear. Com o GeoGebra os gráficos podem ser traçados rapidamente de modo que o aluno participante pudesse comparar as representações gráficas e algébricas conforme observação do participante P2:

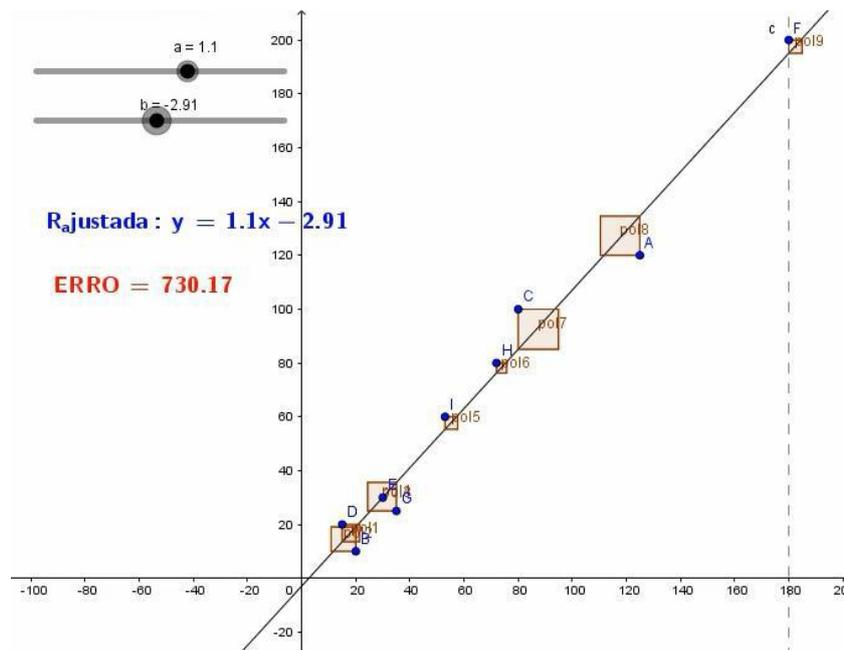
“Na [determinada pelo segmento] BG o ângulo [formado com a abscissa] é menor que 90° (45°); na reta [determinada pelo segmento] GE o ângulo é maior que 90° (145°). A reta [determinada pelo segmento] BG fica inclinada para a direita, nela notamos que o coeficiente é positivo. Já na reta [determinada pelo segmento] GE a inclinação é para a esquerda e o coeficiente é negativo”.

A atividade 03 foi realizada conforme previsto nas análises *a priori*. Foi o momento em que eles mais se divertiram. Nela, os alunos deveriam alterar os valores dos coeficientes angular e linear de uma reta com o objetivo de encontrarem o menor valor para a soma da área dos quadrados determinado pela distância entre os pontos encontrados e a reta ideal, conforme ilustrado na Figura 3.

Mesmo após sua conclusão, os alunos quiseram retornar à atividade para tentar encontrar um valor ainda menor, sendo, inclusive, que alguns grupos pediram para voltarem ao laboratório na semana seguinte para tentarem melhorar os resultados obtidos. Esse comportamento reforça a tese de que o jogo deve ser utilizado como ferramenta para o ensino de Matemática (Castro, et al., 2016).

A atividade 04 tinha o objetivo de verificar a relação entre a área cultivada e a geração de empregos nas propriedades rurais do município de Apuí-AM. Foi possível observar a função social da terra não apenas como produtora de alimentos, e outras riquezas, mas também como geradora de empregos. Conforme verificou-se, as propriedades menores possuem um potencial maior de geração de empregos em função do tipo de lavoura que cultivam e o aproveitamento que fazem das áreas cultivadas. Foram discutidos também os tipos de habitação, a qualidade de vida e aspectos relacionados à questão ambiental, já que tais propriedades devem gerar o sustento não apenas a quem trabalha nelas, mas também manter condições de cultivo e emprego para as gerações futuras. A relação a ser calculada no exercício não era proporcional, todavia o objetivo era conduzir os alunos a questionarem a validade do modelo linear para certos casos, o que ocasionou uma certa confusão entre eles.

Figura 3 – Dinâmica realizada no *GeoGebra* para encontrar a soma dos mínimos quadrados.



Fonte: Os autores.

Ainda que a atividade alertasse para a necessidade de rever o modelo, apresentando, inclusive, uma solução diferente da proposta inicial, alguns alunos apresentaram sinais de estresse quando perceberam que os valores encontrados no modelo linear não faziam sentido. A fim de redirecionar o processo de resolução, intervenção do professor fez-se necessária além do planejado nas análises *a priori*. Entretanto, depois de analisarem os itens dos exercícios, os participantes perceberam que as inconsistências já tinham sido previstas e que havia a sugestão de um modelo alternativo de solução que se aproximava mais da realidade, já que a relação não é linear, conforme ilustrado na Figura 4.

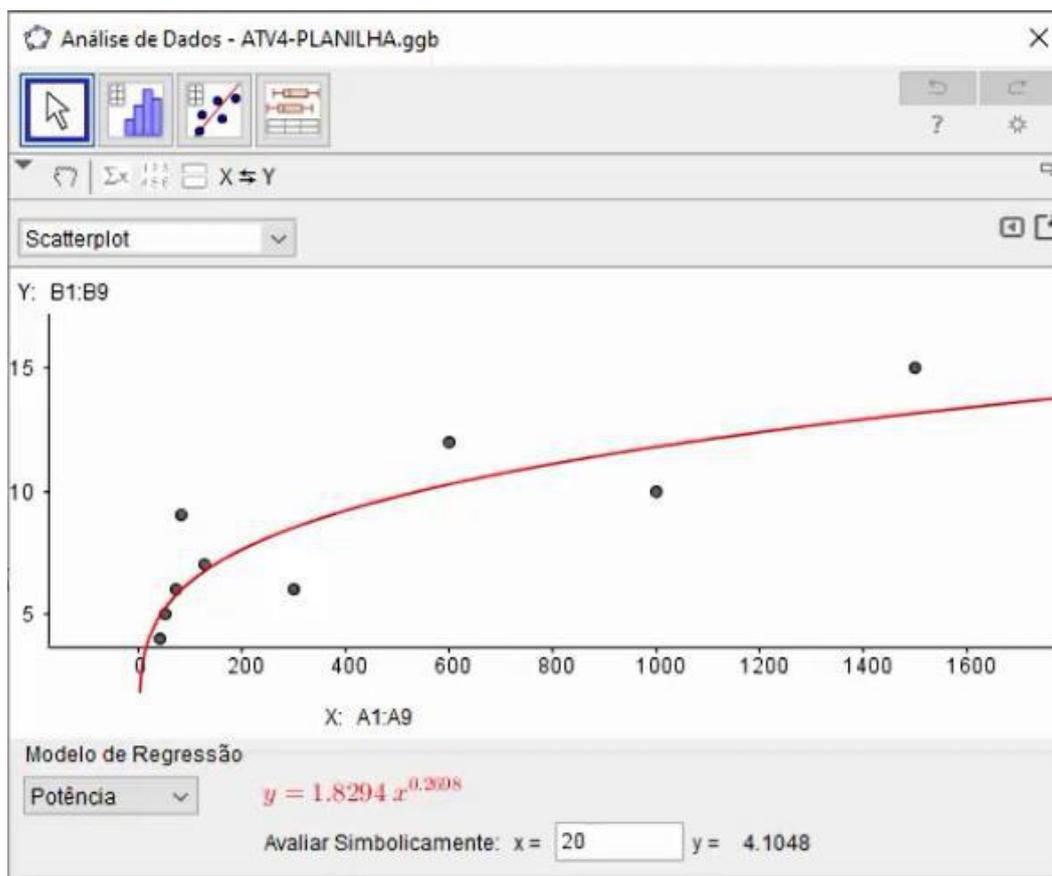
Percebe-se que as dificuldades encontradas pelos participantes refletem o modelo dominante de ensino atual, caracterizado pela figura de um professor que apresenta os conceitos e definições de um determinado tema e um modelo de resolução a ser seguido de forma mecânica pelos alunos, sem que estes questionem sua validade.

Percebemos também que após a representação correta dos objetos matemáticos os participantes tiveram maior facilidade em realizar o tratamento das informações, tanto na forma automática realizada pelo GeoGebra quanto nas operações tradicionais realizadas sem o uso de calculadoras eletrônicas.

Os dados coletados na pesquisa sugerem ainda a existência de uma disparidade entre os alunos quanto às capacidades que possuem para se expressarem por meio da linguagem matemática e da linguagem natural, tendo, por exemplo, alunos que conseguiram resolver os problemas com facilidade, mas que apresentaram dificuldade para explicar os resultados na linguagem natural. E, por outro lado, alunos que precisaram de ajuda para encontrar as respostas, mas que após a conclusão da tarefa conseguiram explicar os resultados de forma clara e objetiva.

Outra dificuldade encontrada diz respeito à expressão por meio da linguagem algébrica e gráfica, sendo que após o contato com esse tipo de informação, utilizando o *software* GeoGebra, os alunos foram capazes de converter essas linguagens em linguagem natural. Este fato sugere que esses alunos possuem maior facilidade para realizar o processo inverso, ou seja, converter as informações apresentadas na linguagem natural para as linguagens gráficas ou algébricas sem recorrer aos recursos do *software*.

Figura 4 – Uma solução possível para o problema levantado na atividade 04.



Fonte: Os autores.

Por fim, foram discutidas as formas com que a Estatística coleta e processa os dados coletados com o objetivo de estimar resultados futuros, e a relação entre o tamanho da amostra e a confiabilidade dos resultados, observando a necessidade de escolher um modelo de análise para cada situação específica para que o intervalo do domínio dos resultados possa refletir a realidade.

4. Conclusão

Este estudo revelou que, assim como ocorre com as disciplinas de Geometria e Trigonometria, o uso do *software* GeoGebra pode contribuir muito com a disciplina de Estatística também. A tecnologia digital é usada há muito tempo para realizar cálculos dispostos em tabelas em planilhas eletrônicas. O diferencial do *software* GeoGebra reside no fato de que suas funcionalidades vão além da realização de cálculos, fazendo também a conversão da linguagem algébrica para a linguagem de gráficos e figural, e vice-versa. Deste modo, verificou-se que a realidade da sala de aula observada corresponde, em grande medida, com os preceitos teóricos do campo científico estudado.

O objeto matemático necessita de representação para que seja compreendido devido à sua abstração. De acordo com Duval (2009), o objeto matemático deve ser representado em pelo menos dois sistemas de representações semióticas e permitir o tratamento dessas informações. Dessa forma, o objeto matemático pode ser revelado através de representações por meio das representações gráficas e/ou algébricas geradas automaticamente pelo *software* GeoGebra. Neste sentido, percebeu-se que os alunos adquiram habilidades para representar objetos semelhantes após o contato com essas representações.

No tocante à modelagem de certas situações, observou-se que o GeoGebra dispõe de recursos suficientes para que o aluno possa comparar diversos modelos a fim de escolher aquele que mais se adequa a uma determinada situação. A atividade, cujo propósito era analisar a relação entre a área cultivada e a geração de empregos no município de Apuí-AM, foi um exemplo da importância dessas representações, visto que a regressão linear não foi suficiente para explicar o fenômeno apresentado, e a função exponencial foi o modelo criado para as situações análogas.

Este estudo também revelou uma oportunidade para debater questões sociais relevantes junto com os alunos, como, por exemplo, a geração de emprego na região em que vivem. Neste âmbito, os participantes da pesquisa refletiram sobre as políticas de incentivo a culturas alternativas à pecuária, como, por exemplo, o cultivo de café, guaraná, hortaliças e culturas temporárias, como o arroz, o feijão, o milho, dentre outras, com objetivo de combater o desemprego local.

Segundo Bienbengut (2014), a curiosidade, a dúvida e até mesmo a necessidade de uma resposta para uma determinada situação podem motivar o aprendiz a olhar para o problema de um modo mais desafiador. Sendo assim, como uma limitação desta pesquisa, observou-se que o uso do *software* GeoGebra como meio de resolução dos problemas restringiu, e até excluiu, outras possibilidades de resolução. Por isso, sugere-se que este aplicativo seja apresentado como uma ferramenta adicional para a compreensão dos conceitos matemáticos, somando funcionalidades a outros métodos já utilizados, quando o aluno se depara com obstáculos de difícil resolução através dos métodos tradicionais.

Conforme verificado existem lacunas de pesquisas que relacionam o estudo de estatística e o uso do GeoGebra. Em relação à probabilidade, o vazio parece ser ainda maior. Portanto nossa sugestão é que novos estudos sobre regressão linear sejam realizados, oportunizando o levantamento de dados pelos próprios participantes da pesquisa. Em relação à probabilidade e o uso do GeoGebra, um tema interessante a ser investigado com turmas do ensino médio é o da probabilidade binomial. O GeoGebra possui ferramentas avançadas para realização dessa modalidade de cálculos que precisam ser melhor exploradas.

Referências

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Editora UFPR.
- Artigue, M. (1996). Engenharia didática. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Instituto Piaget.
- Biembengut, M. (2014). Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 7(2).
- Borba, M. C., Scucuglia, R. R. S., & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Autêntica.
- Brandão filho, M. de A., Carvalho Filho, R. S. de M., & Amaral, F. M. (2022). O uso da modelagem matemática com o GeoGebra no ensino de funções trigonométricas: uma revisão bibliográfica. *Research, Society and Development*, [S. l.], 11(9), e18111931931, 2022. 10.33448/rsd-v11i9.31931. <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/31931>.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. MEC/Secretaria de Educação Básica.
- Brousseau, G. (1996). Fundamentos e métodos da didática da Matemática. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Instituto Piaget.
- Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Ática.
- Castro, M. C., Werneck, V., & Gouvea, N. (2016). Ensino de matemática através de algoritmos utilizando jogos para alunos do ensino fundamental II. In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 5. *Anais*. Uberlândia.
- Dantas, D. M. P., Cristovam, F. K. G., Araújo, M. J., Brandão, I. A., Santana, A. M. S., & PÊ, S. Z. (2022). O descompasso da sala de aula e as Tecnologias Digitais. *Research, Society and Development*, [S. l.], 9(11), e79691110416, 2020. 10.33448/rsd-v9i11.10416. <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/10416>.
- de Lamas, R. C., & Mendes, I. (2017). *Geogebra (Educação e Pedagogia)*. (1ª. ed.) -: Appris.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectiques outil-objet dans l'enseignement des Mathématiques: une réalisation dans tout le cursus primaire*. Tese (Doutorado em Ensino de Matemática)- Université Paris Diderot.
- Duarte, L. R. *A utilização do software GeoGebra no ensino da distribuição normal de probabilidade*. Simplíssimo. Edição do Kindle

- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 266-297.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (Fascículo I). Editora Livraria da Física.
- Faria, R. W. S. C., & Maltempi, M. V. (2018). Intradisciplinaridade matemática com GeoGebra na matemática escolar. *Bolema*, 32(62), 348-367.
- Holanda Filho, I. O., & Cruz, M. P. M. (2020). *Geogebra: soluções e práticas na geometria analítica*. Appris. (Ensino de Ciências).
- Isotani, S. (2005). *Desenvolvimento de ferramentas no IGEON: utilizando a Geometria Dinâmica no ensino presencial e a distancia*. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)- Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Littig, J., et al. (2019). A modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e a teoria da situação didática: identificando aproximações potencializadores da aprendizagem e do desenvolvimento do conhecimento reflexivo. *REnCiMa*, 10(1), 1-13.
- Lobato, G. (2020). *Educação e tecnologia: novas possibilidades, novos caminhos*. Editora Brasil.
- Moran, J. M., Masetto, M. T., & Behrens, M. A. (2017). *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Papirus.
- Pistillo, L. Z., Camargo, A. C., & Souza, L. (2022). Correlação e regressão entre mensurações corporais e características de carcaça em bovinos da raça Nelore. *Diversitas Journal*, 7(1), 0026-0038.
- Rezende, W. M., Pesco, D. U., & Bortolossi, H. J. (2012). Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), 74-89.
- Rodrigues, S. C. A. (2012). *Modelo de regressão linear e suas aplicações*. Relatório de Estágio (Mestrado em Ensino de Matemática)- Universidade da Beira Interior, Covilhã.
- Sandre, O. C. (2019). *Uma proposta contextualizada para o Ensino Médio: regressão linear*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba.
- Santos, L., Brondino, N. C. M., & Javaroni, S. L. (2020). Ensino de Estatística na Formação Inicial do Professor de Matemática: Possibilidades para o Tratamento de Dados e para Abordagem na Educação Básica. *JIEEM* 13(4), esp, p. 505-514.
- Silva, M. M. A *linguagem matemática como dificuldade para alunos do ensino médio*. ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática). Belo Horizonte (MG). De 18 a 21 de julho de 2007.
- Teixeira, P. J. M., & Passos, C. C. (2013). Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. *Zetetiké*, 21(39), 155-168.
- Ventavoli, F. (2015). *matemática dinâmica: software geogebra*. Edição Kindle
- Vicentin, D. M., & Souto, D. L. P. (2021). Mudança de ambientes escolares quanto ao uso das tecnologias digitais: alguns indicativos. *Com a Palavra o Professor*, Vitória da Conquista (BA), 6(16).
- Wikipédia. *Apuí*. (2022). <https://pt.wikipedia.org/wiki/Apu%C3%AD>.