

Educação matemática crítica e modelagem matemática: uma proposta de atividade para sala de aula

Critical mathematics education and mathematical modeling: an activity proposal for the classroom

Educación matemática crítica y modelización matemática: una propuesta de actividades para el aula

Recebido: 17/09/2022 | Revisado: 23/09/2022 | Aceitado: 24/09/2022 | Publicado: 03/10/2022

Eder Joacir de Lima

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5651-6810>

Instituto Federal de Mato Grosso, Brasil

E-mail: eder.lima@ifmt.edu.br

Daniel Dunck Cintra

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9428-4283>

Instituto Federal de Mato Grosso, Brasil

E-mail: daniel.cintra@ifmt.edu.br

Denise Caldas Campos

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9996-6152>

Instituto Federal de Mato Grosso, Brasil

E-mail: campos.denise@ifmt.edu.br

Devacir Vaz de Moraes

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0775-0512>

Instituto Federal de Mato Grosso, Brasil

E-mail: devacir.moraes@ifmt.edu.br

Resumo

A modelagem matemática é uma tendência de ensino-aprendizagem que pode ser utilizada por professores de matemática que buscam a ruptura com o ensino tradicional. Esse tipo de abordagem quando utilizado, não consiste apenas em analisar problemas do cotidiano, transcrevê-los em linguagem matemática e resolvê-los. É um processo no qual a partir dos modelos podem ser definidas estratégias de ação dos alunos sobre sua realidade. Para isso, é importante que os dados utilizados para elaboração dos modelos venham do cotidiano dos alunos, para que, a partir do modelo construído, sejam retiradas informações importantes que permitam a tomada de decisões para interferência na realidade. O objetivo desse artigo é apresentar uma proposta de atividade de modelagem matemática, fundamentado na educação matemática crítica, que possa contribuir não apenas para o ensino de função linear, como também para o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos estudantes acerca do desperdício e da importância do uso racional da água em nossas residências. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, que apresenta e discute relações entre educação matemática crítica, e modelagem matemática, dentro de uma proposta ainda em âmbito teórico, mas, que pode se desdobrar, posteriormente, em pesquisas de âmbito mais prático e experimental.

Palavras-chave: Educação matemática; Educação crítica; Ensino-aprendizagem; Sequência didática; Reflexão.

Abstract

Mathematical modeling is a teaching-learning trend that can be used by mathematics teachers who seek to break with traditional teaching. This type of approach, when used, does not consist only of analyzing everyday problems, transcribing them into mathematical language and solving them. It is a process in which, from the models, strategies for action by students can be defined on their reality. For this, it is important that the data used for the elaboration of the models come from the daily life of the students, so that, from the constructed model, important information is removed that allows the decision-making to interfere in reality. The objective of this article is to present a proposal for a mathematical modeling activity, based on critical mathematics education, which can contribute not only to the teaching of linear function, but also to the development of students' critical and reflective thinking about waste and the importance of the rational use of water in our homes. This is a bibliographical research that presents and discusses the relationship between critical mathematics education and mathematical modeling, within a proposal that is still theoretical, but which can later unfold in more practical and experimental research.

Keywords: Math education; Critical education; Teaching-learning; Following teaching; Reflection.

Resumen

La modelación matemática es una corriente de enseñanza-aprendizaje que puede ser utilizada por profesores de matemáticas que buscan romper con la enseñanza tradicional. Este tipo de enfoque, cuando se utiliza, no consiste únicamente en analizar problemas cotidianos, transcribirlos al lenguaje matemático y resolverlos. Es un proceso en el

que, a partir de los modelos, se pueden definir estrategias de actuación de los alumnos sobre su realidad. Para ello, es importante que los datos que se utilicen para la elaboración de los modelos provengan del día a día de los estudiantes, de modo que del modelo construido se extraiga información importante que permita la toma de decisiones para interferir en la realidad. El objetivo de este artículo es presentar una propuesta de actividad de modelación matemática, basada en la educación matemática crítica, que puede contribuir no solo a la enseñanza de la función lineal, sino también al desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo de los estudiantes sobre los residuos y la importancia del uso racional del agua en nuestros hogares. Se trata de una investigación bibliográfica, que presenta y discute la relación entre la educación matemática crítica y la modelación matemática, dentro de una propuesta que aún es teórica, pero que luego puede desplegarse en investigaciones más prácticas y experimentales.

Palabras clave: Educación matemática; Educación crítica; Enseñanza-aprendizaje; Siguiendo la enseñanza; Reflexión.

1. Introdução

O ensino de matemática nos dias atuais, não pode ser totalmente pautado em procedimentos tradicionais, que priorizam a abstração, memorização e desenvolvimento de conceitos teóricos, dissociados da realidade dos estudantes. Nesse sentido, o professor de matemática que atua em qualquer nível de ensino, principalmente na educação básica, não deve apenas estar preocupado em ensinar a teoria matemática, deve procurar formas de contextualizar os conceitos com a realidade dos alunos, proporcionando através de atividades práticas, o desenvolvimento do raciocínio crítico e reflexivo dos estudantes.

Dessa forma, o professor deve buscar métodos e abordagens que proporcionem aos educandos, alcançar tais objetivos. Uma metodologia que pode ser utilizada pelo professor em sala de aula, é a modelagem matemática, que segundo Bassanezi (2004) “consiste essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (p.24).

Para alguns educadores matemáticos (D’Ambrosio, 1986; Gazzetta, 1989; Almeida et.al., 2012; Biembengut & Hein, 2014;), a Modelagem Matemática não consiste apenas em estudar um problema do cotidiano do aluno, criar um modelo matemático desse problema e resolvê-lo, preocupando-se apenas com o processo de modelagem e as técnicas matemáticas aplicadas. Defendem, que no decorrer do caminho o aluno não apenas crie um modelo que resolva o problema, mas, que a partir dos dados que podem ser extraídos do modelo, reflita e elabore estratégias de ação sobre a realidade.

Para isso, é importante que o problema a ser modelado, considere temas sociais relevantes dentro do contexto dos estudantes, como o gasto de água potável em nossas residências, e para ser mais específico, o uso consciente desse recurso natural, essencial para nossas vidas.

A educação matemática crítica, fundamentada em Ole Skovsmose, propõe um ensino de matemática que vise por meio do ensino de conceitos matemáticos nas escolas, desenvolver a competência democrática nos estudantes. Para isso, sugere-se trabalhar com a resolução de problemas. Porém, de acordo com Skovsmose (2001), os problemas escolhidos pelos professores devem ser se mostrar importantes aos alunos, tendo relação com problemas sociais do seu cotidiano, e serem acessíveis aos conhecimentos prévios deles.

Podemos perceber então, embasado nos autores que fundamentam teoricamente esse trabalho, um entrelaçamento entre educação matemática crítica e modelagem matemática.

Assim sendo, esse artigo tem por objetivo discutir a importância da utilização de metodologias de ensino que proporcionem o desenvolvimento de atividades em sala de aula, que viabilizem não apenas a aprendizagem de conceitos matemáticos, como também, a questão da democracia e o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

2. Metodologia

Para alcançarmos o objetivo proposto nesse trabalho, de início, foi desenvolvida uma pesquisa bibliográfica sobre educação matemática crítica e modelagem matemática. Segundo Leite (2015), a pesquisa bibliográfica é fundamental e serve de base para se alcançar os objetivos de outros tipos de pesquisa, como a pesquisa descritiva do tipo exploratória.

Em seguida, buscamos examinar qualitativamente os textos encontrados, examinando e descrevendo as relações entre educação matemática crítica e modelagem matemática.

Uma pesquisa descritiva do tipo exploratória, busca examinar e descrever algo novo que frequentemente não é ainda considerado ciência, mas serve de base. Esse modelo de pesquisa tem grande valor, por servir de referencial a outros tipos de pesquisas, que abordam um determinado tema, que carece de referencial teórico (Leite, 2015).

Assim, num primeiro momento, propomos uma discussão acerca dos objetivos da educação matemática crítica, baseado principalmente nas ideias de Ole Skovsmose, e sobre como a modelagem matemática pode ser uma metodologia de ensino eficaz para se alcançar tais objetivos.

Num segundo momento, embasado nos autores que fundamentam esse trabalho, exploraremos uma proposta de atividade que pode ser desenvolvida pelos professores de matemática em sala de aula, para trabalhar conceitos de função linear, desenvolver reflexões, debates e ações sobre o uso racional de água nas residências. Foi escolhido o consumo de água como tema, devido às grandes discussões que estão acontecendo no mundo, referente à escassez de água potável, e por esse ser um problema social comum a todos que vivem nesse planeta.

Para finalizar, teceremos algumas considerações sobre ensino de matemática e o desenvolvimento da competência democrática e crítica nos estudantes, por meio de atividades de modelagem matemática.

3. O Entrelaçamento da Educação Matemática Crítica com a Modelagem Matemática

A Educação Matemática Crítica é um movimento que busca a emancipação do indivíduo através da educação matemática. Em outras palavras, se reconhece que aprender matemática criticamente, assim como aprender a leitura criticamente, são ferramentas necessárias na formação de um cidadão crítico na sociedade. Segundo Skovsmose (2001)

A ideia mais geral e unificadora é: para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção básica do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. (p.101)

A educação matemática crítica tem como um dos objetivos questionar o ensino “tradicional” da matemática que usa métodos repetitivos de resolução de exercícios que pouco ou nada agrega na formação crítica e reflexiva dos alunos.

A educação matemática crítica incentiva os professores e alunos a realizarem indagações como: a quem serve esse tipo de ensino? Alguém está tirando vantagem de que a matemática seja ensinada dessa maneira? Em Skovsmose (2001), são realizados também esses questionamentos:

A alfabetização matemática poderia ajudar as pessoas a reorganizar suas visões sobre instituições sociais, tradições e possibilidades em ações políticas? Que tipo de competência, se alguma, importante para participar de uma democracia, pode ser apoiada pelo desenvolvimento da alfabetização matemática? (p.67)

Para refletirmos, pelo menos parcialmente sobre essas perguntas, às duas primeiras perguntas, é interessante citar Skovsmose (2007):

A tradição matemática escolar pode fornecer qualidades, como obediência, crença nos números, crença exagerada na autoridade etc. Esses aspectos são considerados consequências problemáticas da educação matemática. Mas, como indicado previamente, poderia ser o caso que essas competências, cultivadas pela tradição matemática da escola, de fato hoje tenham uma função na sociedade. Em muitos empregos, é essencial que as pessoas sigam manuais e prescrições [...] A tradição matemática escolar pode preparar estudantes para trabalhar em funções de emprego subordinadas no processo de produção, onde cuidado e obediência são qualidades essenciais. Essa tradição pode cultivar uma docilidade que qualifica a maioria para operar de um modo acomodado na sociedade hoje. (p.216)

Quando falamos de uma matemática tradicional, estamos tratando da matemática mais comumente usada em sala de aula onde impera o paradigma do exercício em que o livro didático representa como a aula irá se desenvolver. Os exercícios já vêm criados por essa autoridade que é externa à sala de aula. Os alunos e professores não participaram desse processo. Ou seja, a justificativa do porquê os exercícios são relevantes para aqueles alunos daquela turma não entra em questão, ou seja, não faz parte da aula. Por fim, o paradigma do exercício tem a premissa central de que existe apenas uma resposta correta. (Skovsmose, 2000). Os ambientes de aprendizagem em questão são citados por Skovsmose em alguns de seus livros conforme a quadro abaixo:

Quadro 1: Ambientes de aprendizagem.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	1	2
Referências à semirrealidade	3	4
Referências ao mundo real	5	6

Fonte: Alro & Skovsmose, (2006, p. 57).

Assim, entendemos que os projetos matemáticos e a modelagem matemática se enquadram no ambiente considerado ideal no quadro acima, em que a educação matemática crítica pode operar, que é o ambiente 6, onde existem cenários para investigação com referências ao mundo real. Ao mesmo tempo, é o ambiente mais desafiador para o aluno e professor. (Neto & Gouveia, 2015)

No sistema tradicional de ensino, os alunos são capacitados como mão de obra para execução de trabalhos de rotina, o objetivo principal desse sistema é treinar indivíduos para executar tarefas específicas na sociedade. Mas, como será a participação desses indivíduos numa sociedade democrática? Por isso, é essencial que a formação acadêmica de amplitude humanística, liberte-os por meio de um ensino que contribua para a formação da consciência crítica. (Adorno, 1996, 2003; D'Ambrosio, 2012)

A abordagem tradicional, segundo a educação matemática crítica, pode ser contraposta utilizando-se de investigação. Nesse caso, é inserida a ideia de “cenários para investigação” como está escrito na tabela. Existem diversas maneiras de se realizar cenários para investigação. O modo que a educação matemática crítica traz como mais interessante é a realização de projetos que envolvam a matemática e que encontre espaço na realidade das pessoas. Segundo Skovsmose (2000), “Em geral, o trabalho de projeto está localizado num ambiente de aprendizagem que difere do paradigma do exercício. É um ambiente que oferece recursos para fazer investigações”. (p.2)

Aqui podemos dizer que projeto e modelagem matemática se entrelaçam, pois, projetos matemáticos devem conter algum tipo de modelagem matemática e ao se trabalhar com esses projetos que envolvem o mundo real dos alunos e professor, entendemos que a educação matemática crítica acaba estando presente.

Segundo Skovsmose (2001), é importante que o processo de ensino-aprendizagem esteja voltado para a resolução de problemas. Esses problemas, devem ter importância para a vida dos estudantes, serem acessíveis aos conhecimentos prévios desses estudantes, e ter relação com problemas sociais do seu cotidiano.

Skovsmose também apresenta como proposta pedagógica que o professor trabalhe com projetos, o que segundo Marcelo Borba, no prefácio dessa obra, aqui no Brasil isso é conhecido como modelagem na educação matemática, que pode criar perspectivas para que através do processo de modelagem, temas importantes sejam trabalhados e aspectos políticos da educação matemática possam emergir (Skovsmose, 2017).

Ao tratar do argumento social da educação, Skovsmose (2001) evidencia a relevância da aplicação da matemática, além da importância da atividade de elaboração de modelos matemáticos que consideram assuntos relevantes da educação matemática, e a construção e aperfeiçoamento da democracia. Segundo ele, materiais de ensino-aprendizagem que considerem o argumento social da educação, devem apresentar três aspectos importantes: 1) o material deve ter a ver com um modelo matemático real; 2) esse modelo deve ter relação com atividades sociais importantes; e 3) o material tem de desenvolver um entendimento do conteúdo matemático do modelo, porém, o mais importante é desenvolver percepções sobre as hipóteses integradas ao modelo, para a partir disso, tomar decisões e interferir no meio.

Veremos na sequência, que o processo de modelagem apresentado por Gazzetta (1989), está de acordo com esses aspectos propostos por Skovsmose (2001).

4. Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino para o Desenvolvimento do Pensamento Crítico e Reflexivo

Em nossa vida social quando queremos refletir sobre um problema real, tentando entendê-lo, explicá-lo ou interagindo com ele, procuramos nesse problema, argumentos ou parâmetros que consideramos essenciais para resolvê-lo, e formalizamos estes através de um sistema artificial, que às vezes não temos ideia, mas se trata de um modelo. Um modelo matemático define-se como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma maneira o objeto que está sendo estudado (Lima, 2017).

A Modelagem Matemática vem sendo utilizada por vários autores, mas de maneiras diferentes. Há os que veem a modelagem como um método de trabalho para os matemáticos. Para estes a modelagem é entendida como sendo um processo de abstração em que a partir de um problema real são levantadas hipóteses e então é criado o modelo, que é resolvido por técnicas matemáticas e o seu resultado é analisado como sendo ou não válido, caso não seja, dados são incluídos ou modificados para que o processo seja refeito e os resultados alcançados. Percebemos então que para esse grupo de professores matemáticos puristas o que se foca não é o ensino da matemática, mas sim o processo de modelagem. Este método é bastante técnico e utilizado por pesquisadores da matemática aplicada (Bassanezi, 2004).

Quando utilizada no ensino, Biembengut e Hein (2014) defendem que a modelagem matemática:

[...] pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente, isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (p.18)

Na visão dos autores, a Modelagem Matemática é uma forma tanto de despertar nos alunos o interesse em resolver os conteúdos em sala de aula, a partir de situações problemas ligados ao seu cotidiano, como também pode ser um caminho para estimular seu senso crítico.

A modelagem matemática pode proporcionar aos alunos oportunidades de indagarem situações do cotidiano por meio da matemática, onde “os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade”. (Barbosa, 2001, p.5)

Em uma investigação que buscou traçar um panorama das publicações feitas em quarto periódicos, que englobam o tema modelagem matemática, no período de 1994 até 2019, Hermann, Juvanelli e Coqueiro (2020) verificaram a predominância da perspectiva crítica nos trabalhos de modelagem matemática analisados, o que demonstra ser possível um entrelaçamento entre a modelagem matemática e a educação matemática crítica.

Nesse sentido, o objetivo desse trabalho, é ir além de propor apenas que a modelagem matemática seja utilizada em sala de aula como uma estratégia de ensino. Além de trabalhar os conteúdos utilizando a Modelagem Matemática, é importante que

os resultados das atividades levem o aluno a refletir sobre a realidade. Pois, o processo de modelagem será formado por ele, a partir de problemas reais que fazem parte da realidade do aluno, que é ao mesmo tempo, observador e integrante dela. Então adotaremos neste trabalho, os procedimentos de modelagem propostos por Gazzetta (1989).

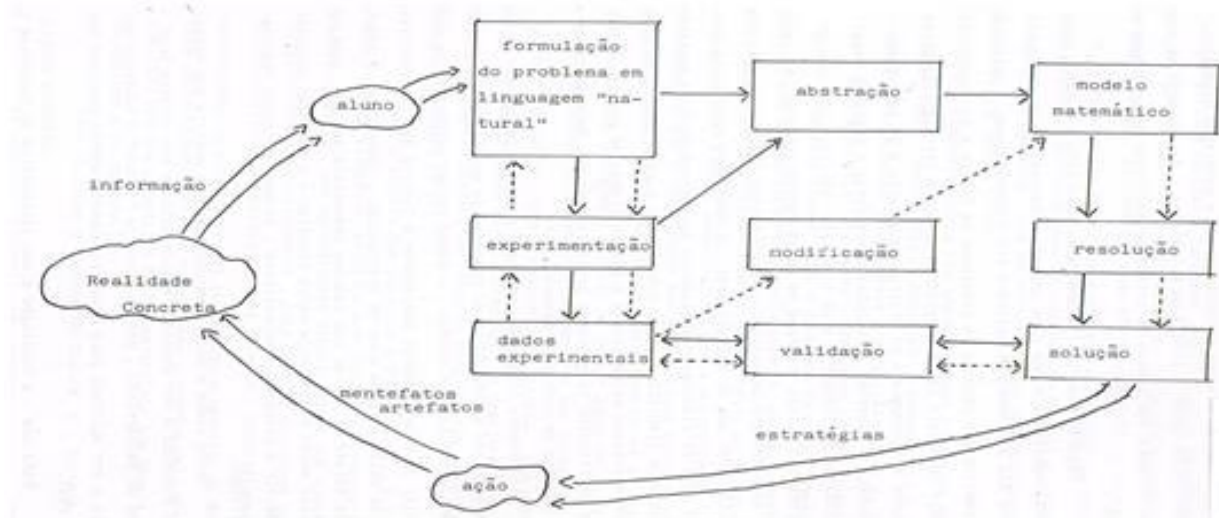
Gazzetta (1989) afirma que:

O modelo situa-se no nível do indivíduo e é criado por ele como instrumento de auxílio para a compreensão da realidade. A estratégia da modelagem, ou seja, o caminho da criação do modelo, é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade. (p.29)

Dessa maneira, a modelagem em sala de aula não se resume apenas em analisarmos problemas do cotidiano do aluno, criarmos um modelo transformando esse problema em linguagem matemática e resolvê-lo. Mais que isso, a modelagem como método de ensino se refere ao processo de observação da realidade do aluno, onde o mesmo a partir de seus questionamentos se defronta com problemas que, ao serem resolvidos devem modificar tanto sua ação, como sua forma de observar tal realidade, criando assim no mesmo um processo contínuo de análise e crítica da realidade em que ele está inserido.

Gazzetta (1989) desenvolveu um processo de modelagem, baseada nas concepções de autores como Rodney Carlos Bassanezi e Ubiratan D'Ambrosio. Tal processo pode ser observado na figura 1.

Figura 1: Processo de modelagem.



Fonte: Gazzetta (1989).

Percebemos que o esquema da Figura 1, proposto por Gazzetta (1989) é bastante complexo e inclui a etapa de ação, que normalmente não aparece em processos e esquemas de modelagem propostos por outros autores (Biembengut & Hein, 2014; Bassanezi 2004, 2015; Almeida, Silva & Vertuan, 2012).

Nesse processo, partindo de uma realidade concreta, através de informações coletadas em seu cotidiano, o aluno percorre um longo caminho de ida e volta que envolve:

- **FORMULAÇÃO DO PROBLEMA** - Nessa etapa o aluno formula um problema em linguagem “natural”, partindo de informações retiradas da sua realidade concreta.
- **EXPERIMENTAÇÃO** - Nessa fase, se obtém dados experimentais ou empíricos que irão auxiliar na compreensão do problema, modificação do modelo e decisão de sua validade.

- **ABSTRAÇÃO** - Formulação do problema real em linguagem natural, e construção de leis empíricas que serão testadas a partir dos dados experimentais.
- **RESOLUÇÃO**- Através desse processo, o modelo matemático é montado substituindo-se a linguagem natural por uma linguagem matemática.
- **VALIDAÇÃO** - Etapa onde ocorre a comparação dos dados obtidos pela resolução dos problemas matemáticos e os dados reais.
- **MODIFICAÇÃO** - É necessário ocorrer, quando o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não é aceito, deve-se então, modificar as variáveis ou a lei de formação e com isso o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.
- **APLICAÇÃO** - Decorrido todo o processo, se a modelagem for eficiente permitirá ao aluno refletir, fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, participando do mundo real com capacidade de interferir no meio através da ação. Nesse sentido, podemos dizer que através do esquema proposto acima, a modelagem matemática torna-se um processo dinâmico, que nos permite fazer uma leitura da realidade em que estamos inseridos, de forma crítica e reflexiva, possibilitando definir estratégias de ação sobre ela.

É importante salientar que a modelagem matemática não será capaz de resolver todos os problemas que acontecem com o ensino dessa disciplina em sala de aula. Isso porque, ao mesmo tempo, em que ela pode “seduzir” um aluno durante o processo, pode também “frustrar” outros, por se tratar de um processo bastante complexo que se não for bem direcionado, poderá não apresentar resultados (Barbosa, Bueno & Lima, 2011).

À vista disso, é de fundamental importância o papel de mediador que o professor exerce no decorrer de todo o processo. Para auxiliar aqueles que não possuem muita experiência com o assunto, embasados nos aspectos apresentados por Skovsmose (2001), e no processo de modelagem sugerido por Gazzetta (1989), propomos na sequência, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que pode contribuir tanto com a aprendizagem de conceitos teóricos da matemática, como proporcionar reflexões e ações sobre o uso racional de água nas residências.

5. Uma Proposta de Atividade a ser Desenvolvida em Sala de Aula

A partir dos procedimentos de modelagem propostos por Gazzetta (1989), temos como um dos propósitos deste artigo, propor uma atividade que pode ser desenvolvida em sala de aula, onde os alunos através de dados pesquisados em suas casas, irão transformar esses dados em linguagem matemática, elaborando modelos que possam ser analisados, para que a partir dessa análise, possam criar reflexões e questionamentos sobre o uso adequado da água potável em atividades domésticas.

Sabemos que a água é um recurso fundamental para todo o tipo de vida em nosso planeta, e que tal recurso, tem se tornado cada vez mais escasso em diversas regiões do planeta. Sugerimos ao professor, como introdução a atividade proposta, que prepare uma aula para falar especificamente sobre esse assunto com os alunos, apresentando dados importantes sobre a situação da água potável em nosso planeta. Fazendo com que os alunos participem das discussões, refletindo sobre a situação local, regional e global.

Para a aula seguinte, o professor pode solicitar a cada aluno que traga uma cópia da conta de água de sua residência. Nessa aula, o professor pode trabalhar a partir das informações do boleto, diversos conceitos matemáticos, como, por exemplo, gráficos (histórico de consumo), geometria (volume de água), função afim (composição da conta em função do consumo em m³), operações fundamentais, entre outros. Sugerimos que o professor faça isso através de situações problemas, e que os alunos trabalhem em grupo.

No decorrer dessa aula, é importante provocar reflexões na turma acerca do consumo de cada residência, a partir das informações que constam no boleto. O objetivo do professor, para dar sequência a atividade, é identificar com a turma, que

atividade doméstica mais consome água nas residências. Provavelmente na maioria das residências o maior consumo de água é para limpeza e higiene pessoal. E uma das atividades que pode ser responsável por grande parte do consumo são os banhos. Nesse momento, dá-se início a formulação do problema, onde podem ser formuladas as seguintes perguntas: quantos litros de água são gastos mensalmente em sua residência somente com banhos? Que porcentagem isso equivale em relação ao consumo total?

Nesse momento é importante que se discuta com a turma, quais variáveis podem influenciar na quantidade de água gasta em um banho, como, por exemplo, tempo, pressão da água que sai do chuveiro, tipo de chuveiro, tamanho do cano, entre outros.

Na fase de experimentação, o professor propõe à turma que cada aluno pesquise em sua casa, qual é a quantidade de água que sai do chuveiro por minuto (em litros) e qual o tempo gasto durante o banho por cada habitante da casa (em minutos). Esses dados servirão na próxima aula, para a etapa de resolução, onde serão elaborados modelos matemáticos, que permitam encontrar a quantidade de água gasta durante os banhos em cada residência.

Para coletar esses dados os alunos podem utilizar diferentes estratégias, mas, como sugestão, o professor pode instruir os alunos a criar uma tabela onde anotarà durante uma semana o tempo gasto durante o banho por cada habitante da casa, para então calcular uma média semanal por habitante. Já em relação à quantidade de água que sai de cada chuveiro por minuto, o aluno pode abrir o chuveiro e coletar a água que sai dele, nesse tempo, depois com o auxílio de um copo medida pode calcular a quantidade de água captada.

De posse dos dados coletados, o professor pode iniciar com a turma a etapa de resolução, onde o modelo matemático é montado substituindo-se a linguagem natural por uma linguagem matemática. Em nosso exemplo, a partir dos dados coletados, o professor pode construir uma tabela, incentivando cada aluno a encontrar a relação que há entre as grandezas quantidade de litros de água gastos durante um banho e tempo em minutos. Através dessa tabela o aluno deve modelar a relação entre o consumo de água em litros (y) e o tempo gasto durante o banho em minutos (x). Nesse momento, o professor pode introduzir/reintroduzir o conceito de função, e explicar que escolha dessas incógnitas para representar as grandezas, se dá porque o consumo de água em litros gastos durante um banho é encontrado em função do tempo em minutos.

O modelo criado pelos alunos para encontrar a quantidade de água gastos durante um banho em função do tempo gasto, será uma função linear cuja lei de correspondência será do tipo $y = ax$, onde a será a quantidade de água que sai do chuveiro por minuto, y a quantidade total de água gasta durante o banho, e x o tempo em minutos.

Dando sequência ao processo de resolução, cada aluno poderá montar uma tabela que irá auxiliar, a partir do modelo criado, a encontrar a quantidade de água gastos mensalmente em sua residência com banhos, por todos os integrantes da sua família. Com esse resultado, pode-se calcular a taxa percentual que isso representa em relação ao consumo total de água na residência.

Na etapa de validação, os alunos refletirão sobre os resultados encontrados a partir da resolução do problema, e os dados reais contidos no boleto de água de sua residência. Caso o grau de aproximação entre os dados encontrados com os dados reais não seja aceito, pode-se modificar o modelo criado, ou as variáveis referentes ao tempo gasto em cada banho, com uma nova coleta de dados.

Após todo esse processo, o professor pode discutir novamente com a turma sobre a situação da água potável em nosso planeta, o uso racional e a importância de cada um fazer sua parte para preservar esse recurso essencial para a vida.

Partindo do modelo criado, podem ser realizadas previsões, estimativas, e a partir dessas, decisões serem tomadas para que haja uma interferência em cada residência, almejando a redução no consumo de água. Nesse momento a turma pode discutir ações como, diminuir o tempo de banho, manter o chuveiro fechado sempre que possível, diminuir o fluxo de água não deixando o registro do chuveiro totalmente aberto durante o banho, fechar bem o registro para que não fique pingando, entre outras.

Assim, para dar continuidade à última fase do processo de modelagem proposto por Gazzetta (1989), a etapa da ação, os alunos podem discutir com suas famílias sobre as ações propostas acima, e tentar no decorrer de um mês adotar tais ações no intuito de verificar os resultados na prática, quando chegar o novo boleto mostrando o consumo da residência.

Após o tempo decorrido, o professor pode fazer uma análise conjunta com a turma para verificar em quais residências o consumo diminuiu, em quais não houve alteração, comparando as medidas adotadas na etapa de ação em cada residência.

6. Considerações Finais

Fundamentado nos autores que referenciam este trabalho, podemos dizer que a modelagem matemática é uma atividade que se faz presente na história desde os tempos primitivos, como sendo uma maneira de expressar situações-problema da realidade em linguagem matemática. Na educação matemática como uma estratégia de ensino aprendizagem as discussões são mais recentes, destacando-se bastante nas últimas décadas.

No Brasil, é mais recente ainda o movimento da educação matemática crítica, que propõe a ruptura com o ensino de matemática baseado no método tradicional, arcaico e ultrapassado. Que busca desenvolver o pensamento crítico e contribuir para a emancipação dos alunos, através de atividades que envolvam modelos matemáticos que tenham a ver com atividades sociais importantes que considerem a realidade dos educandos.

A intenção deste artigo, é reforçar a discussão sobre a importância do ensino de matemática não ser totalmente pautado em um ensino tradicional. Nesse sentido, apresentamos, embasados na educação matemática crítica, uma proposta de atividade de modelagem matemática que busca a partir de um problema no cotidiano do aluno, elaborar um modelo matemático, que permita aos alunos construir estratégias de ação para modificar tal realidade.

Acreditamos que a proposta de atividade aqui apresentada, pode servir de base para futuras aplicações em sala de aula. Reforçamos que o professor tem liberdade de modificar qualquer etapa do processo aqui apresentado, no decorrer da sua prática didática, de modo a moldar-se a realidade aplicada e facilitar o desenvolvimento da atividade. Deste modo, algumas das etapas propostas, podem ser suprimidas, assim como outras podem ser inseridas, possibilitando ao professor refletir sobre o que se molda melhor a sua prática e a realidade dos alunos.

Esperamos que este trabalho possa suscitar novas práticas, discussões, reflexões, e quem sabe novas pesquisas no Brasil, que relacionem o ensino de matemática, educação matemática crítica e modelagem matemática. Sugerimos que a atividade aqui proposta, possa ser desenvolvida nos mais diversos contextos educacionais, e que os relatos dessas experiências possam gerar trabalhos futuros descrevendo os resultados alcançados.

Referências

- Adorno, T. L. W. (1996). *Adorno*. Coleção os Pensadores. São Paulo, SP: Nova cultural.
- Adorno, T. L. W. (2003). *Educação e Emancipação*. São Paulo, SP: Paz e Terra.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo, SP: Contexto.
- Alro, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da reunião anual da anped*, Rio de Janeiro, RJ.
- Barbosa, T. A., Bueno, S., & Lima, M. A. M. (2011, julho). Modelagem matemática: um método de ensino e aprendizagem. In *Anais do XIII CIAEM-IACME*, Recife, PE.
- Bassanezi, R.C. (2004). *Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo, SP: Contexto.
- Bassanezi, R. C. (2015). *Modelagem matemática: teoria e prática*. São Paulo, SP: Contexto.
- Biembengut, M. S. & Hein, N. (2014). *Modelagem matemática no ensino* (5a ed). São Paulo, SP: Contexto.
- D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática* (6a ed.). São Paulo, SP: Summus/Unicamp.

- D'Ambrosio, U. (2012). *Educação Matemática: da teoria à prática* (23a ed.). Campinas, SP: Papirus.
- Gazzetta, M. (1989). *Modelagem Como Estratégia de Aprendizagem de Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores* (Dissertação de Mestrado). UNESP, Rio Claro, SP.
- Hermann, W., Juvanelli, C., & Coqueiro, V. dos S. (2020). Overview of publications on Mathematical Modeling in four journals of the teaching area. *Research, Society and Development*, 9(8), e73985139. <https://doi.org/10.33448/rsd-v9i8.5139>
- Leite, F.T.L. (2015). *Metodologia científica: métodos e técnicas de pesquisa*. Aparecida, SP: Ideias & Letras.
- Lima, E. J. (2017). *O ensino de funções através de modelagem matemática* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Mato Grosso, Barra do Garças, MT.
- Neto, S. C. de G., & Gouveia, C. T. G. de. (2015). Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática: um olhar sobre a Obra de Alrø e Skovsmose. *EDUCA - Revista Multidisciplinar Em Educação*, 2(3), 169–176. <https://doi.org/10.26568/2359-2087.2015.1505>
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 13(14), 66-91. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>
- Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo, SP: Cortez.
- Skovsmose, O. (2017). Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Resenha de: CARDOSO, V. C. *Hipátia - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática*, 2(1), 60-64. <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/457>