Research, Society and Development, v. 11, n. 14, e108111436205, 2022
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

Instrumentalização do artefato simbólico equações do 1º grau com duas incógnitas em um ambiente não digital

Instrumentalization of the symbolic artifact 1st degree equations with two unknowns in a non-digital environment

Instrumentalización del artefacto simbólico ecuaciones de 1er grado con dos incógnitas en un entorno no digital

Recebido: 06/10/2022 | Revisado: 14/10/2022 | Aceitado: 15/10/2022 | Publicado: 24/10/2022

Roberta dos Santos Rodrigues
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9903-7644
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: roberta10rodrigues@gmail.com
Ana Beatriz Pinheiro Lira
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5033-4154
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: anabialira10@gmail.com
Ewerly Reis Conceição
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9959-1047
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: ewerly.19@gmail.com
Kassio Kevy Alves de Souza
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6879-4543
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: kassiokevy456@gmail.com
Thamillie Ketelen da Costa
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3155-982X
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: thamymendes1305@gmail.com
Francisco Eteval da Silva Feitosa
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0913-3427
Universidade Federal do Amazonas, Brasil
E-mail: sfeitosa@ufam.edu.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar o processo de instrumentalização do artefato simbólico equação do 1º grau com duas incógnitas em estudantes do 8º ano do ensino fundamental. O referencial teórico utilizado foi a Teoria da Instrumentação sob a ótica de Pierre Rabardel. De abordagem qualitativa e com delineamento de uma pesquisa-ação, os dados foram coletados a partir de observação, registros em áudio e vídeo e material produzido pelos estudantes. Reconhecer que a representação gráfica de uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas é uma reta no plano cartesiano é o principal objetivo de um processo de instrumentalização desse objeto matemático e constitui-se como ponto de partida do fenômeno da Gênese Instrumental. A partir das observações feitas da etapa, foi possível evidenciar que os grupos perceberam que, mesmo cada um tendo construído retângulos de dimensões diferentes, o que, evidentemente, resultou em tabelas com valores diferentes, a expressão algébrica para representar a regularidade observada nas tabelas era a mesma, diferindo apenas nas letras escolhidas por cada grupo para representar as dimensões do retângulo. Ademais, os grupos perceberam que suas representações gráficas diferiam apenas nos pontos escolhidos, mas que se tratava da mesma reta, evidenciando, dessa forma, o processo de instrumentalização do objeto matemático em questão.

Palavras-chave: Instrumentalização; Equação linear de 1º grau com duas incógnitas; Representação gráfica; Artefato simbólico; Ensino.

Abstract

This article aims to analyse the process of instrumentalization of the symbolic artifact 1st degree equation with two unknowns in 8th grade elementary school students. The theoretical framework used was the Instrumentation Theory from the perspective of Pierre Rabardel. With a qualitative approach and an action-research design, the data were

collected from observation, audio and video recordings and material produced by the students. Recognizing that the graphic representation of a 1st degree linear equation with two unknowns is a straight line in the Cartesian plane is the main objective of an instrumentalization process of this mathematical object and constitutes the starting point of the phenomenon of Instrumental Genesis. From the observations took, it was possible to point the groups realized that, even though each one has constructed rectangles of different dimensions, what evidently resulted in tables with different values, the algebraic expression to represent the regularity observed in the tables was the same, diverging only in the letters chosen by each group to represent the rectangle dimensions. Moreover, the groups realized their graphic representations diverged only in the chosen points but it was the same line, thus demonstrating the instrumentalization process of the present mathematic object.
Keywords: Instrumentation; 1st degree linear equation with two unknowns; Graphic representation; Teaching; Symbolic artifact.

Resumen
Este artículo tiene como objetivo analizar el proceso de instrumentalización del artefacto simbólico ecuación de 1° grado con dos incógnitas en estudiantes del 8° año de la enseñanza básica. El marco teórico utilizado fue la Teoría de la Instrumentación desde la perspectiva de Pierre Rabardel. Con un enfoque cualitativo y con un diseño de investigación-acción, los datos fueron recolectados a partir de la observación, grabaciones de audio y video y material producido por los estudiantes. Reconocer que la representación gráfica de una ecuación lineal de primer grado con dos incógnitas es una línea recta en el plano cartesiano es el objetivo principal de un proceso de instrumentalización de este objeto matemático y constituye el punto de partida del fenómeno de la Génesis Instrumental. De las observaciones realizadas en el paso, se pudo evidenciar que los grupos se dieron cuenta de que, si bien cada uno había construido rectángulos de diferentes dimensiones, lo que evidentemente resultó en tablas con diferentes valores, la expresión algebraica para representar la regularidad observada en las tablas era el mismo, solo se diferenciaba en las letras elegidas por cada grupo para representar las dimensiones del rectángulo. Además, los grupos se dieron cuenta de que sus representaciones gráficas diferían sólo en los puntos elegidos, pero que se trataba de la misma línea recta, evidenciando así el proceso de instrumentalización del objeto matemático en cuestión.
Palabras clave: Instrumentación; Ecuación lineal de primer grado con dos incógnitas; Representación gráfica; Artefacto simbólico; Enseñanza.

1. Introdução

Pierre Rabardel, um estudioso francês da psicologia, apresenta uma conceituação psicológica dos artefatos como instrumentos (Rabardel, 2002) com o objetivo de tornar esta conceitualização igualmente pertinente para a ergonomia e a didática.

> Ao manter os vínculos entre conceptualizações geradas pelos campos tecnológicos, antropológicos, sociológicos e filosóficos, definiremos o instrumento na essência de sua relação constituinte: o uso do artefato pelo sujeito como meio que ele associa à sua ação. O ponto de vista adotado será aquele em que máquinas, objetos técnicos, objetos simbólicos e sistemas, ou seja, artefatos, serão considerados como instrumentos materiais ou simbólicos. (Rabardel 2002, p.18, tradução nossa)

Comumente a Teoria da Abordagem Instrumental é empregada no contexto do uso de tecnologias na sala de aula, como nos trabalhos de Silva e Barros (2022), Notare e Basso (2017) e Feitosa (2021). Poucos são os estudos no âmbito da Educação Matemática que utilizam a Teoria da Abordagem Instrumental como referencial teórico para estudar a Gênese Instrumental de artefatos "fora" de ambientes tecnológicos, sobretudo o digital (Neto & da Silva, 2017). Dentre esses poucos trabalhos, podemos citar o de Neto e da Silva (2017) que estudam o fenômeno da Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas, de García-Cuéllar e Flores Salazar (2019) com o artefato simbólico simetria axial, e de García Cuéllar e Martínez Miraval (2018), que estudam o processo da Gênese Instrumental do artefato simbólico função exponencial.

Neste estudo, tomamos como artefato simbólico a equação do 1º grau com duas incógnitas, que faz parte do campo da Álgebra. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017), o objetivo do ensino da álgebra é desenvolver o pensamento algébrico. Dessa forma, é necessário que os estudantes saibam, entre outras coisas, estabelecer leis matemáticas e interpretar diversas representações gráficas e simbólicas. Diretamente relacionado ao artefato simbólico a equação do 1º grau, consta na BNCC (Brasil, 2017) o objeto do conhecimento "Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano" cujo objetivo é desenvolver no aluno a habilidade de associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Diversas pesquisas apontam dificuldades dos alunos na aprendizagem desse objeto de conhecimento. Por exemplo, Pimentel (2010, p. 64) concluiu mediante uma das atividades que "na montagem das equações percebeu-se que os estudantes não sabiam articular os símbolos algébricos nem atribuir algum sentido a eles, ou seja, não foram capazes de conectar as figuras boné e guarda-chuva às equações que descrevessem o preço de ambos." Já no estudo de Gil e Felicetti (2016) se evidenciou que os alunos tiveram poucas condições, em termos do uso de seus conhecimentos, de identificar regularidades presentes em sequências e, assim, conseguir expressá-las por meio da linguagem algébrica, valendo-se de uma expressão algébrica. Diante da real necessidade de discussões e reflexões acerca do período pós ensino remoto, Santos et al. (2022) apresentam uma pesquisa que investigou o impacto da pandemia na aprendizagem da matemática em turmas de 9º ano da rede municipal de Canindé (Ceará) e seus resultados apontaram, dentre outras coisas, um déficit de aprendizagem em conteúdos relevantes de matemática do ensino fundamental incluindo a resolução e elaboração de situações problema que possam ser representadas por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas.

Isso posto, nos dedicamos a responder à pergunta norteadora da nossa investigação: que tipo de situação pode contribuir para o processo da instrumentalização do artefato simbólico equação linear de 1º grau com duas incógnitas? A partir dessa questão, estabelecemos o seguinte objetivo: analisar, com base nas ações dos sujeitos, o processo da instrumentalização do artefato simbólico equação linear de 1º grau com duas incógnitas.

Neste sentido, nas próximas seções, passaremos a discutir a Fundamentação Teórica, onde refletimos acerca da Abordagem Instrumental. Além disso, explicitamos, também, os aspectos metodológicos desta pesquisa, ratificando a abordagem qualitativa e o porquê de escolhermos o estudo de caso. Por fim, nos propomos a analisar as tarefas e, em seguida, as ações dos sujeitos ao executá-las.

2. Fundamentação Teórica

Abordagem Instrumental de Rabardel (1995), procedente de trabalhos em ergonomia cognitiva, propõe uma distinção entre artefato e instrumento, segundo a qual o artefato seria um objeto, material ou simbólico, e o instrumento seria uma entidade mista composta por esse objeto acrescido de um esquema de utilização, que na perspectiva de Vergnaud (1996) "[...] é uma organização invariante de comportamentos para classes de situações", e há também o sujeito, indivíduo ou grupo de pessoas os quais vão desenvolver a ação.

Os esquemas de utilização estão relacionados com duas dimensões da atividade: as tarefas secundárias, as quais são relativas à exploração das propriedades, funcionamento e manipulação do artefato, e na qual os esquemas são definidos como esquemas de uso, e as tarefas primárias, em que o artefato seria um meio para a realização da atividade, e na qual os esquemas são chamados de esquemas de ação instrumental. A partir desses esquemas, surgem os esquemas de atividade coletiva instrumental, que serão de suma importância nesse trabalho, os quais fazem referência a uma atividade coletiva, em que os indivíduos mobilizarão esquemas de utilização compostos por ações individuais (dimensão privada), assim como irão integrar seus resultados para alcançar um objetivo comum (dimensão coletiva).

À transformação progressiva de um artefato em um instrumento dá-se o nome de Gênese Instrumental, a qual é composta por dois fenômenos chamados instrumentalização, cuja orientação é do sujeito para o artefato, e instrumentação, cuja orientação é inversa à primeira. Na instrumentalização, o sujeito irá conhecer as potencialidades e as limitações do artefato, através da manipulação e exploração das suas propriedades, e na instrumentação haverá o desenvolvimento de esquemas de utilização e da ação instrumentada para aquele artefato de acordo com as necessidades e objetivos do sujeito a fim de resolver um dado problema.

Neste trabalho o foco das atividades foi o processo de instrumentalização, através de tarefas secundárias, do artefato simbólico equação do 1º grau com duas incógnitas e a relação do gráfico deste no plano cartesiano com uma reta.

3. Metodologia

Esta pesquisa tem uma de abordagem qualitativa. Segundo Creswell e Creswell (2021, p. 26):

> A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados.

Quanto aos procedimentos, podemos classificar este estudo como uma pesquisa-ação, que, segundo a definição de Thiollent (2022, p. 14) “é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo”.

A maneira escolhida para fazermos o planejamento da ação foi o planejamento reverso (Wiggins & McTIGHE, 2019), que é uma metodologia que propõe ao professor que comece a fazer o plano de aula pelo fim. Ou seja, primeiro é definido qual o objetivo de aprendizagem, depois quais são as evidências de aprendizagem (que comprovam o objetivo) e, fechando o processo, a descrição do planejamento de toda a experiência.

A cerca do objeto do conhecimento, trata-se da associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano que faz parte da unidade temática de Álgebra da BNCC.

Quanto às compreensões desejadas e objetivos de aprendizagem, tivemos como sendo estes últimos, específicos desta aula, fazer com que os alunos fossem capazes de associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano, que corresponde à habilidade EF08MA07 da BNCC. Em relação a ideias centrais que foram trabalhadas, os estudantes deveriam compreender que: situações e estruturas matemáticas podem ser representadas abstratamente usando variáveis, expressões e equações; as letras são usadas em matemática para representar propriedades, incógnitas em equações e relações entre quantidades; há situações que podem ser representadas por expressões algébricas, como por exemplo, a relação entre comprimento (C), largura (L) e perímetro (2P) de um retângulo: $C + L = P$.

No que concerne a avaliação das aprendizagens, definimos do seguinte modo as entregas formais que nos permitiriam observar o alcance dos objetivos de aprendizagem desta aula: os estudantes deveriam fazer uma tabela com algumas possibilidades de medidas para o comprimento e a largura de retângulos que poderiam ser construídos com uma fita de comprimento pré-definido. A partir dessa tabela, deveriam discutir e determinar a relação que há entre as medidas do comprimento, da largura e do perímetro. Em seguida deveriam fazer uma representação gráfica da situação. Haverá um compartilhamento entre os grupos de suas respostas. O produto do grupo seria um cartaz contendo sua solução para a situação e uma apresentação para toda a turma das conclusões do grupo e das reflexões a partir do compartilhamento com outros grupos.

A BNCC coloca como uma das competências a serem alcançadas pelos estudantes interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (Brasil, 2017). Alinhados com essa perspectiva, os estudantes trabalharam em grupos de 4 componentes escolhidos aleatoriamente. Nos preocupamos em garantir o máximo possível que os grupos trabalhassem de forma eficiente e eficaz e, para tanto, atribuímos papéis para os membros do grupo. Segundo Cohen e Lotan (2017, p.107)

> A utilização de papéis minimiza problemas de não participação ou de domínio por um único membro. Os papéis, com as regras de cooperação, contribuem para o funcionamento tranquilo dos grupos, permitindo desse modo que os professores observem, forneçam *feedback* e estimulem os alunos a pensar colocando questões desafiadoras.

Desse modo, os componentes de cada grupo tiveram um papel, distribuído segundo a ordem alfabética dos nomes: Facilitador(a) – garante que todos entendam e tenham acesso à tarefa e atenta-se ao que os outros precisam; Redator (a) - registra as contribuições e pontos importantes e garante que as ideias de todos estão representadas no produto final; Harmonizador(a) - media desentendimentos, constrói pontes e reconhece publicamente as ideias e contribuições de cada participante; Controlador(a) do tempo e gestor de recursos - combina os tempos com seu grupo, fica atento ao relógio e busca recursos para o grupo sempre que necessário.

Quanto aos recursos, foram usados régua, pincel atômico, cartolina, papel milimetrado, cola, fitas e Cartão de Atividade (Quadro 1). O tempo, que também é considerado como um recurso (Adler, 2000), foi de 100 minutos, divididos em dois momentos de 50 minutos.

Quadro 1 - Cartão de atividades.

Cartão de Atividade
Situação: Com um fio de comprimento dado, construir um retângulo. Atividade 1: Cada grupo está recebendo uma fita com certo comprimento. (a) Use a régua para medir o comprimento da fita que o grupo recebeu. (b) Desenhe na cartolina 5 (cinco) possíveis retângulos que poderiam ser construídos com esta fita. (c) Escolham uma letra para representar as medidas do comprimento, da largura e do perímetro do retângulo. Em seguida, construa uma tabela relacionando estas medidas tomando por base as medidas dos retângulos desenhados no item (b). (d) A partir dos dados da tabela, encontre uma expressão que relacione as medidas do comprimento, da largura e do perímetro dos retângulos. (e) Represente graficamente a relação obtida o item (d). (f) Que características deste gráfico vocês observam? Isto é, quanto à forma do gráfico, o que vocês destacam? (g) O que o grupo observa em relação à largura, quando aumentamos ou diminuímos os valores do comprimento? Atividade 2: Reúna com outros que tenham a fita do mesmo tamanho que a sua e discutam sobre as respostas obtidas pelos grupos. Que semelhanças e diferenças há entre os trabalhos feitos pelos grupos? Atividade 3: Cada grupo deverá compartilhar com a turma todo seu produto (cartaz contenho as respostas do grupo).

Fonte. Autores (2022).

No item (a) o objetivo seria alcançado mediante a utilização do esquema referente à noção de unidades de comprimento, enquanto que no item (b), dos esquemas em relação à definição de retângulo e de perímetro. O teorema em ação que deveria ser mobilizado é: o perímetro de um polígono é dado pela soma das medidas de seus lados.

Para representar as medidas dos lados dos retângulos por letras (item c), esperávamos que os estudantes mobilizassem um esquema de utilização referente à ideia de variável representada por letra ou símbolo. Em seguida, para a construção da tabela com as medidas dos lados dos retângulos desenhados, foi esperado a utilização do esquema referente à construção de tabelas para sintetizar conclusões (construção de tabelas).

Encontrar uma expressão que relacione as medidas do comprimento, da largura e do perímetro dos retângulos exigirá a mobilização do esquema de utilização referente à noção de regularidade de uma sequência numérica e à noção de expressões algébricas para descrever regularidades. Na situação em questão, a expressão algébrica obtida será (deverá) uma equação do 1º grau com duas variáveis. Para representar graficamente a relação obtida, os alunos deveriam mobilizar os esquemas de utilização: noções de pares ordenados e plano cartesiano. O teorema em ação em jogo é: a cada par ordenado está associado um único ponto no plano cartesiano. Quanto às características do gráfico obtido, dos alunos era esperado que mobilizassem o esquema de utilização da noção de reta. Ademais, deveriam observar que, nas condições dadas na situação, as medidas do comprimento e da largura são inversamente proporcionais.

Segundo Boaler (2018), ao planejar tarefas matemáticas para uma melhor aprendizagem, existem seis perguntas que, se feitas e respeitadas na tarefa, aumentam incrivelmente a intensidade da aprendizagem: (1) A tarefa encorajar vários métodos, rotas e representações? (2) É uma tarefa de investigação? (3) Propõe o problema antes de ensinar o método? (4) Possui componentes visuais? (5) É uma tarefa de "piso baixo e teto alto?" (6) Possui a exigência de convencer e argumentar?

A situação aqui proposta pode ser classificada como uma "tarefa aberta" (Boaler, 2018) pois os estudantes são encorajados a pensar sobre diferentes métodos, rotas e representações. Eles têm a liberdade de desenhar os retângulos com as dimensões que desejarem (desde que o perímetro tenha a medida da fita que o grupo recebeu) na posição que quiser e escolher as letras para representar as medidas dos lados. É uma tarefa de investigação, uma vez que os estudantes precisarão generalizar por meio de uma expressão algébrica o padrão observado na tabela construída. Propomos o problema para o qual os estudantes precisam conhecer um método antes de apresentá-lo, oferecendo-lhes uma grande oportunidade para aprender e para usar a intuição. Possui componentes visuais por meio de tabelas e gráficos, o que potencializa a compreensão dos estudantes. É de "piso baixo e teto alto" uma vez que a amplitude do espaço dentro da tarefa é acessível a uma ampla faixa de alunos e prolonga-se a altos níveis (Boaler, 2018). Por exemplo, as ações de desenhar retângulos, construir tabelas, representar graficamente e generalizar, estão em ordem crescente de dificuldades e dá oportunidade a todos os estudantes para contribuírem de alguma forma com o trabalho do grupo. Acrescentamos a exigência de convencer e argumentar quando incentivamos o trabalho em grupo e entre grupos, além da apresentação oral de cada grupo do seu produto a toda a turma. Segundo Boaler (2018), "argumentar está no âmago da matemática. Quando oferecem razões e criticam o raciocínio dos outros, os estudantes estão sendo inerentemente matemáticos e se preparando para o mundo da alta tecnologia no qual irão trabalhar [...]. Argumentar também garante aos estudantes acesso à compreensão".

4. Resultados e Discussão

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública do Amazonas e participaram 35 estudantes de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental anos finais. Além dos pesquisadores, a professora de Matemática, que gentilmente cedeu seu tempo de aula, acompanhou toda a atividade.

Os pesquisadores organizaram os estudantes em grupos de 4 componentes (Figura 1) e explicaram a dinâmica da atividade e as atribuições dos papéis de cada membro do grupo. Em seguida foi entregue o cartão de atividade para cada grupo, que iniciaram a atividade realizando a leitura do Cartão de Atividades. Uma dificuldade provável a ser reforçada no início da atividade, antes da divisão da turma em grupos, foi a organização destes para garantir a realização das diferentes etapas da atividade. O controlador do tempo teria um papel crucial neste processo.

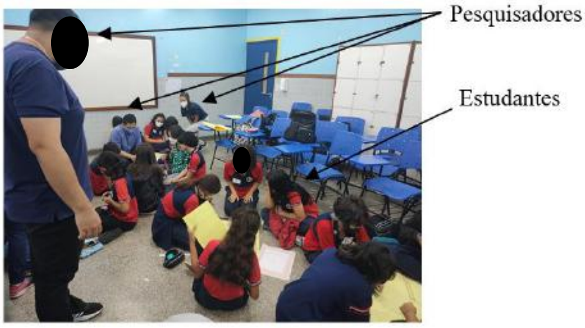
Research, Society and Development, v. 11, n. 14, e108111436205, 2022
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

Figura 1 - Estudantes realizando a atividade em grupo.

Fonte: dados da pesquisa.

Os grupos iniciaram definindo os papéis de cada membro e o facilitador fez a leitura do Cartão de Atividades. À medida que os estudantes se envolviam com a atividade, os pesquisadores circulavam pelos grupos acompanhando as discussões que estavam sendo encaminhadas (Figura 2).

Figura 2 - Pesquisadores acompanhando os estudantes realizando a atividade em grupo.



Fonte: dados da pesquisa.

No Quadro 2 apresentamos o cômputo dos esquemas mobilizados pelos grupos na realização da situação. Onde há a marcação com um “X” significa que o grupo mobilizou corretamente os esquemas esperados.

Research, Society and Development, v. 11, n. 14, e108111436205, 2022
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

Quadro 2 – Cômputo dos esquemas mobilizados pelos grupos na realização da situação.

Item	Esquemas de mobilização	Grupo							
		A	B	C	D	E	F	G	H
a	Noção de unidades de medidas.	X	X	X	X	X	X	X	X
b	Noção de retângulo.	X	-	X	X	X	X	X	X
	Noção de perímetro.	X	X	X	-	X	X	X	X
c	Noção de variáveis representado por letra ou símbolo.	X	X	X	X	X	X	X	X
	Noção de construções de tabela.	X	X	X	X	X	X	X	X
d	Noção de expressão algébrica para representar a regularidade.	X	X	X	X	X	-	-	X
f	Noção de pares ordenados – Ordem	X	X	X	X	X	X	X	X
	Noção de pares ordenados – representação	-	-	X	-	X	X	X	X
g	Noção de reta.	X	X	X	X	-	X	X	X
	Noção de representação gráfica de uma reta.	-	-	-	-	-	X	X	-
h	Noção de proporcionalidade.	X	X	-	X	X	X	X	X

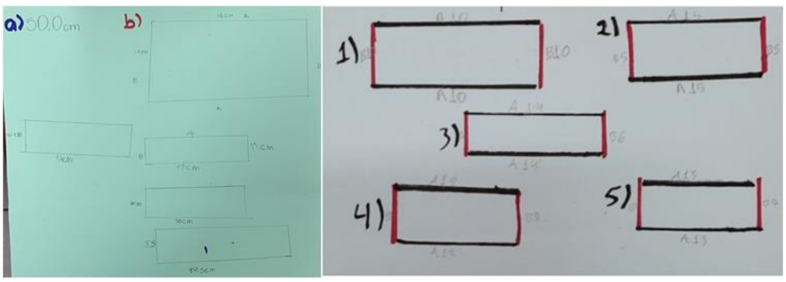
Fonte: dados da pesquisa.

No item (a), a primeira ação esperada foi a mobilização do esquema de utilização da noção de unidades de medida. Pode-se perceber que todos os grupos responderam corretamente.

No item (b) os esquemas a serem mobilizados eram o de retângulo e perímetro. Na Figura 3 temos o registro de um dos grupos. Nesse item pedia-se que eles construíssem 5 retângulos usando o tamanho da fita que o grupo havia recebido, que podia ser de 30 cm, 40 cm ou 50 cm. Alguns estudantes tiveram uma dúvida quanto ao conceito do que é largura e do que seria o comprimento, e aqui nessa parte da atividade, eles alegaram que o comprimento deve ser sempre maior que a largura, que evidentemente é um teorema em ação falso. Essa compreensão equivocada pode ser evidenciada na apresentação oral, cujo trecho transcrevemos a seguir bem como na Figura 3 do produto de dois dos grupos.

Estudante: "*Como a gente tinha entendido, o comprimento é sempre maior que a largura. Sendo assim, não é possível formar um retângulo com a largura maior que o comprimento*."

Figura 3 - Respostas de dois grupos ao item (b).



Fonte: Dados da pesquisa.

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

No item (c) os esquemas a serem mobilizados eram noções de variáveis representado por letra ou símbolo e noções de construção de tabela para conclusão. Neste item, esperava-se que os estudantes mobilizassem a noção de variáveis representadas por letras ou símbolos para representação das medidas do comprimento e da largura do retângulo e depois construíssem uma tabela com as medidas da etapa anterior. Esta etapa foi concluída com êxito por todos os grupos, que utilizaram letras diversas para representar o comprimento e a largura dos retângulos (Figura 4).

Figura 4 - Respostas de três grupos ao item (c).

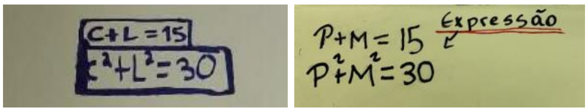
Fonte: Dados da pesquisa.

Quando deixamos em aberto e damos a liberdade para os estudantes escolherem que letras usar para representar comprimento e largura de seus retângulos, estamos explorando um dos aspectos mais bonitos e incríveis da matemática, que são as variadas e diferentes formas pelas quais as pessoas podem perceber as ideias matemáticas (Boaler, et al., 2018). Para Boaler (2018, p.53) “a matemática é uma disciplina que permite o pensamento preciso, mas quando esse pensamento preciso é combinado com a criatividade, flexibilidade e multiplicidade de ideias, ela ganha vida para as pessoas”. Normalmente pela forma como os estudantes são apresentados à álgebra, com esta sendo um conjunto de símbolos sem sentido em que eles devem determinar o valor do x, não dão importância ou não entendem o que ele significa. Nesta atividade em particular, isso não aconteceu, pois em todos os grupos os estudantes sabiam exatamente o que representavam/significavam as letras com as quais estavam trabalhando.

No item (d) os esquemas a serem mobilizados eram de noção de expressão algébrica para representar a regularidade (noções de regularidade de sequência numérica; noção de expressões algébricas). A ideia fundamental aqui consiste em identificar e conectar padrões por meio de representações. Esta etapa da atividade proporciona oportunidades para que os estudantes comecem a generalizar, o que é extremamente valioso, e a expressar padrões de diferentes maneiras.

A partir das observações feitas e dos questionamentos dos alunos, esta etapa evidenciou-se como a que criou mais dificuldades para os estudantes. Isso era esperado, uma vez que, enquanto refletem sobre padrões, eles estavam envoltos a uma das ideias mais fundamentais da álgebra: a generalização. O que de forma alguma, pode ser considerado uma situação “fácil”. Contudo, todos os grupos conseguiram chegar à resposta esperada. Porém, dois grupos (F e G) deram um passo além e acabaram evidenciando um teorema em ação falso: $A + B = C \Rightarrow A^2 + B^2 = 2C$. Na figura 5 temos a evidência desse ocorrido.

Figura 5 - Respostas de dois grupos ao item (e).

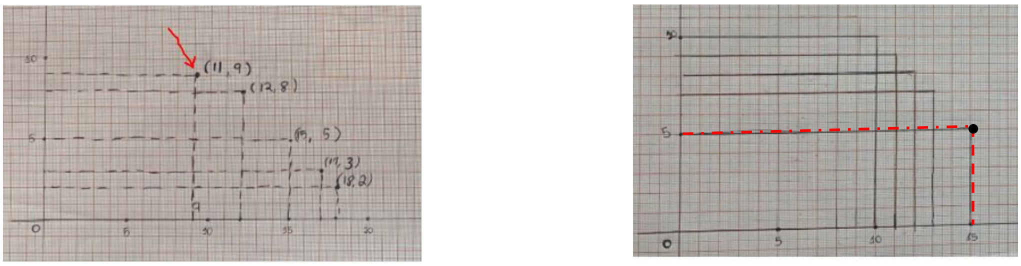


Fonte: Dados da pesquisa.

No item (e) o esquema a ser mobilizado era o de par ordenado. Analisamos os aspectos de respeitar a ordem nos pares ordenados, isto é, a primeira coordenada é representada no eixo das abscissas enquanto a segunda no eixo das ordenadas, e de como representar um ponto no plano cartesiano. Neste item os estudantes conseguiram identificar corretamente no gráfico os pares ordenados (A, B) relacionados ao comprimento (A) que seria no eixo das abscissas e a largura (B) que seria no eixo das ordenadas, de acordo com a tabela que fizeram no item (c).

De uma forma geral, os grupos apresentaram ter noção de como representar um par ordenado no plano cartesiano. Pequenos equívocos foram percebidos, sendo alguns classificamos como falta de atenção (Figura 6) e outros como falhas na representação (Figura 6).

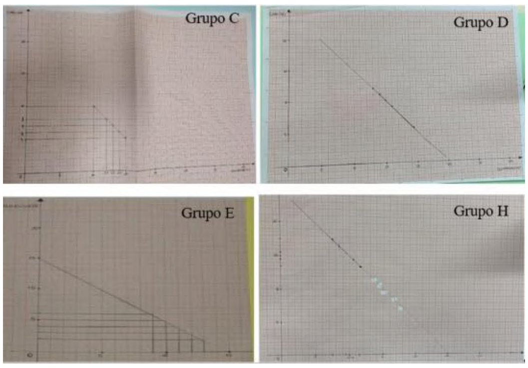
Figura 6 - Respostas de dois grupos ao item (e).



Fonte: Dados da pesquisa.

No item (f) perguntamos aos estudantes que características do gráfico construído no item anterior eles observavam, isto é, quanto à forma do gráfico, o que eles destacavam. Os esquemas a serem mobilizados eram de noção de reta e de sua representação gráfica. Quatro grupos conseguiram associar o gráfico à uma reta (Figura 7) mas em todos é possível observar algum tipo de problema na representação. Na reposta do grupo C percebe-se que a representação é um segmento de reta não de uma reta. Por sua vez, na representação dos grupos D e E as retas não chegam a tocar nos dois eixos, não estando dessa forma, completamente correta a representação. A representação feita pelo grupo H foi a que mais se aproximou da resposta correta.

Figura 7 - Respostas dos grupos C, D, E e H ao item (f).

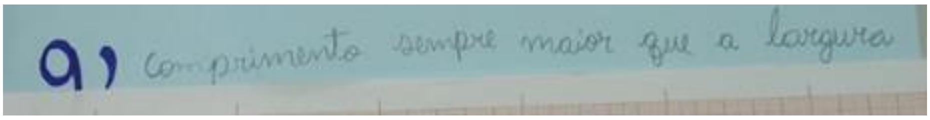


Fonte: Dados da pesquisa.

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

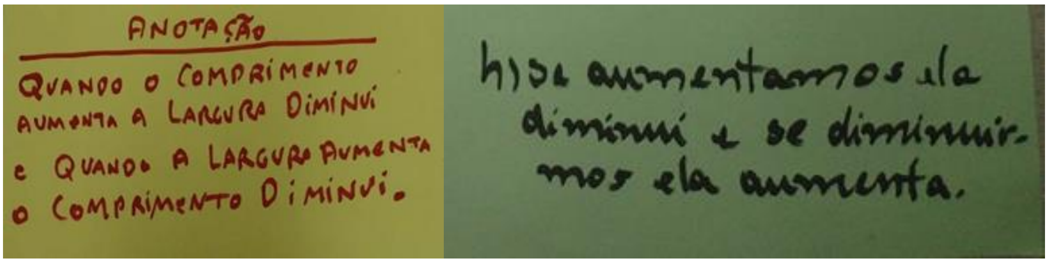
No item (h) questionamos o que o grupo observa em relação à largura, quando aumentamos ou diminuímos os valores do comprimento. Somente um grupo não conseguiu chegar à conclusão de que, quando aumentávamos a medida de um deles, a do outro diminuía. Nesse grupo, o teorema em ação falso "em um retângulo o comprimento é sempre maior do a largura" voltou a aparecer, como pode ser visto na Figura 8 que traz a resposta do grupo. Os demais grupos responderam satisfatoriamente à questão (Figura 9).

Figura 8 - Respostas equivocada de um dos grupos ao item (h).



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 9 - Resposta de dois dos grupos ao item (h).



Fonte: Dados da pesquisa.

Na Atividade 2, os grupos se reuniram com outros que tinham a fita do mesmo tamanho que a sua e discutiram sobre as respostas obtidas pelos grupos, buscando semelhanças e diferenças entre os produtos (Figura 10). Argumentar garante aos estudantes acesso à compreensão e tem um papel particular na equidade, pois ajuda a reduzir a distância entre estudantes que compreenderam a atividade e aqueles que estavam com dificuldades (Boaler, 2018)

Figura 10 - Grupos socializando com outros grupos suas respostas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Essa etapa exigia que os estudantes dos grupos descrevessem e compartilhassem suas respostas e justificassem seus métodos empegados na resolução das situações. Segundo Cohen e Lotan (2017) nesse tipo de atividade os estudantes analisam, sintetizam e avaliam, discutem causa e efeito, exploram temas controversos e se esforçam para obter consenso e retiram

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36205

conclusões. Na Atividade 3, cada grupo compartilhou com a turma por meio de uma apresentação oral seu produto, que consistia em um cartaz contendo as respostas do grupo (Figura 11). Essa atividade é fundamentada na concepção de Cohen e Lotan (2017, p. 86) segundo os quais “quando os alunos trocam ideias, se autoavaliam como grupo e como indivíduos e avaliam o trabalho de seus colegas, a qualidade do produto aumenta”.

Figura 11 - Grupo socializando com a turma suas respostas.

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir das observações feitas da etapa, foi possível evidenciar que os grupos perceberam que, mesmo cada um tendo construído retângulos de dimensões diferentes, o que, evidentemente, resultou em tabelas com valores diferentes, a expressão algébrica para representar a regularidade observada nas tabelas, era a mesma, diferindo apenas nas letras escolhidas por cada grupo para representar as dimensões do retângulo. Ademais, os grupos perceberam que suas representações gráficas diferiam apenas nos pontos escolhidos, mas que se tratava da mesma reta.

5. Conclusão

Neste estudo nos dedicamos a responder à seguinte pergunta norteadora: que tipo de situação pode contribuir para o processo da instrumentalização do artefato simbólico equação linear de 1º grau com duas incógnitas? A partir dessa questão, estabelecemos o seguinte objetivo: analisar, com base nas ações dos sujeitos, o processo da instrumentalização do artefato simbólico equação linear de 1º grau com duas incógnitas.

Foi observado na maioria dos grupos a mobilização de um teorema em ação falso, a saber, que em um retângulo o comprimento deve ser sempre maior que a largura. A razão para isso ter acontecido, não conseguimos detectar. Os estudantes mobilizaram corretamente a noção de variáveis representadas por letras ou símbolos, para representação das medidas e, ao contrário do que acontece na maioria das vezes, todos os estudantes sabiam exatamente o que representavam/significavam as letras com as quais estavam trabalhando.

A partir das observações feitas e dos questionamentos dos estudantes, evidenciou-se que a mobilização do esquema da noção de expressão algébrica para representar a regularidade foi a que criou mais dificuldades. Contudo, todos os grupos conseguiram chegar à resposta esperada após o momento do compartilhamento entre os grupos.

De uma forma geral, os grupos apresentaram ter noção de como representar um par ordenado no plano cartesiano. Pequenos equívocos foram percebidos, sendo que alguns classificamos como falta de atenção e outros como falhas na representação. Quatro grupos conseguiram associar o gráfico a uma reta, mas em todos é possível observar algum tipo de problema na representação.

A partir das observações feitas da etapa, foi possível evidenciar que os grupos perceberam que, mesmo cada um tendo construído retângulos de dimensões diferentes, o que, evidentemente, resultou em tabelas com valores diferentes, a expressão algébrica para representar a regularidade observada nas tabelas, era a mesma, diferindo apenas nas letras escolhidas por cada grupo para representar as dimensões do retângulo. Ademais, os grupos perceberam que suas representações gráficas diferiam apenas nos pontos escolhidos, mas que se tratava da mesma reta, evidenciando, dessa forma, o processo de instrumentalização do objeto matemático em questão.

Como perspectiva de estudos futuros, vislumbramos a aplicação de situações visando o processo de instrumentação do artefato simbólico equação linear de 1º grau com duas incógnitas, complementando, desse modo, a gênese instrumental desse artefato.

Referências

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 205-224.

Boaler, J. (2018). *Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Penso Editora.

Boaler, J., Munson, J., & Williams, C. (2018). *Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: ensino fundamental*. Penso Editora.

Brasil (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação, Brasília.

Cohen, E. G., & Lotan, R. A. (2017). *Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas*. Penso Editora.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2021). *Projeto de pesquisa-: Métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Penso Editora.

Feitosa, F. E. da S. (2021). Instrumental Genesis from the methodologies rotation by stations and peer instruction: an experience report in the PARFOR program. *Research, Society and Development*, 10(16).

García-Cuéllar, D. J., & Flores Salazar, J. V. (2019). Estudio de la génesis instrumental del artefacto simbólico simetría axial. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, *2*(3), 28–48. https://doi.org/10.30612/tangram.v2i3.9068.

García Cuéllar, D. J., & Martínez Miraval, M. A. (2018). Estudio del proceso de génesis instrumental del artefacto simbólico función exponencial. *Transformación*, *14*(2), 252-261.

Gil, K. H., & Felicetti, V. L. (2016). Reflexões sobre as dificuldades apresentadas na aprendizagem da álgebra por estudantes da 7ª série. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, *1*(1), 19-35.

Neto, A. L. X., & da Silva, M. J. F. (2017). Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em um ambiente não digital. *UNIÓN-Revista Iberoamericana De Educación Matemática*, *13*(51).

Notare, M. R., & Basso, M. (2017). Gênese instrumental do GeoGebra na formação de professores. ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática, 25(2), 305-323.

Pimentel, D. E. (2010). Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e Tecnologia) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies; une approche cognitive des instruments contemporains [Humans and technologies: A cognitive approach for contemporary instruments]. Armand Colin.

Rabardel, P. (2002). *People and Technology: A cognitive approach to contemporary instruments.* [Translated by Heidi Wood]. Université de Paris 8.

Santos, C. L., Gomes, E. G., Silva, F. de A. B. da, & Matos, J. da S. G. (2022). O impacto da pandemia na aprendizagem da matemática nas turmas de 9º ano de 2021 da rede municipal de canindé. Revista Missioneira, 24(1), 21-33.

Silva, D. J. C., & Barros, J. V. (2022). Possibilities of using OneNote software incorporated in the Mathematics classroom to carry out activities: an analysis using the Instrumental Approach theory. Research, Society and Development, 11(4), e9011426943. https://doi.org/10.33448/rsd-v11i4.26943

Thiollent, M. (2022). *Metodologia da Pesquisa-Ação*. Cortez.

Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceptuais. In: Jean Brun (Ed.) *Didáctica das Matemáticas*. Instituto Piaget.

Wiggins, G., & McTIGHE, J. (2019). *Planejamento para a Compreensão-: Alinhando Currículo, Avaliação e Ensino por Meio da Prática do Planejamento Reverso*. Penso Editora.