Research, Society and Development, v. 11, n. 14, e575111436393, 2022
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36393

A utilização da Geometria Analítica na obtenção de grandes áreas

The use of Analytical Geometry to obtain large areas

El uso de la Geometría Analítica para obtener grandes áreas

Recebido: 11/10/2022 | Revisado: 28/10/2022 | Aceitado: 01/11/2022 | Publicado: 06/11/2022

Gustavo Nogueira Dias
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1315-9443
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Brasil
E-mail: gustavonogueiradias@gmail.com
Gilberto Emanoel Reis Vogado
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4763-4767
Universidade do Estado do Pará, Brasil
E-mail: gilberto.vogado@uepa.br
Washington Luiz Pedrosa da Silva Junior
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1413-0047
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Brasil
E-mail: jwl_pedrosa@hotmail.com
Wagner Davy Lucas Barreto
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0675-9005
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Brasil
E-mail: profwlucas@yahoo.com.br
João Paulo Mendes de Almeida
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9333-4592
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Brasil
E-mail: jotamendes3009@gmail.com

Resumo
Esta pesquisa trata da obtenção do cálculo de grandes áreas, através do google maps, onde interessa conhecer o valor do espaço utilizado pelo terreno em observação. Nota-se que as regiões não são figuras planas perfeitas, e para isso utilizou-se da geometria analítica, especificamente área de um polígono. O objetivo do trabalho foi comparar o valor da área divulgado da região do Parque do Utinga, situado na cidade de Belém Pará. Foi utilizado como metodologia, com uma abordagem quantitativa fazendo uso do mapa impresso, extraído do google maps, numa escala de 1,08 cm para cada 500 metros, empregando a relação da área do polígono. Como resultado ressaltou-se que a área divulgada pela Prefeitura da cidade de Belém é de 13,93 km² e a área calculada foi de 14,06 km², apresentando erro inferior a 1% do valor da área, contribuindo para uma forma eficaz, alternativa de aferição de grandes áreas.
Palavras-chave: Grandes áreas; Geometria analítica; Área de um polígono; Google Maps.

Abstract
This research deals with obtaining the calculation of large areas, through google maps, where it is important to know the value of the space used by the terrain under observation. Note that the regions are not perfect plane figures, and for that, analytical geometry was used, specifically the area of a polygon. The objective of this work was to compare the value of the disclosed area of the Parque do Utinga region, located in the city of Belém Pará. It was used as a methodology, with a quantitative approach making use of the printed map, extracted from google maps, on a scale of 1.08 cm for every 500 meters, using the polygon area relationship. As a result, it was highlighted that the area disclosed by the City Hall of Belém is 13.93 km² and the calculated area was 14.06 km², presenting an error of less than 1% of the value of the area, contributing to an effective, alternative measurement of large areas.
Keywords: Large areas; Analytical geometry; Area of a polygon; Google Maps.

Resumen
Esta investigación trata de obtener el cálculo de grandes áreas, a través de google maps, donde es importante conocer el valor del espacio que ocupa el terreno bajo observación. Nótese que las regiones no son figuras planas perfectas, y para eso se utilizó geometría analítica, específicamente el área de un polígono. El objetivo de este trabajo fue comparar el valor del área divulgada de la región del Parque do Utinga, ubicada en la ciudad de Belém Pará. Se utilizó como metodología, con un enfoque cuantitativo haciendo uso del mapa impreso, extraído de google maps, en una escala de 1,08 cm por cada 500 metros, utilizando la relación área del polígono. Como resultado, se destacó que el área divulgada por la Alcaldía de la ciudad de Belém es de 13,93 km² y el área calculada fue de 14,06 km², presentando un error menor al 1% del valor del área, contribuyendo a una efectiva, medición alternativa de grandes superficies.
Palabras clave: Grandes áreas; Geometría analítica; Área de un polígono; Google maps.

1 Introdução

O estudo a seguir trata do cálculo de áreas de grandes regiões, a serem obtidas por meio de mapas ou mesmo através do google maps ou outra ferramenta que forneça a região em uma determinada escala, onde o traçado é curvilíneo em sua totalidade ou parte dele, sendo necessário a ferramenta da geometria analítica para se poder obter a sua área.

As regiões procuradas por grandes empresas, como indústrias, shoppings, escolas, supermercados são regiões que ocupam um determinado terreno e que muitas das situações as dimensões não são exatamente lineares, dificultando o cálculo de áreas, (Vogado et al., 2018).

Como o custo do metro quadrado nas grandes cidades para construção evoluiu muito, principalmente após a pandemia da COVID 19, as empresas geralmente se instalam em regiões distantes dos centros das cidades, justamente pelo custo de construção destes locais que exigem várias normas de funcionamento e necessitam de umas grandes áreas de circulação de pessoas, o que faz com que a procura destes locais seja cada vez mais longe, (Dias, et al 2021).

Além da localidade outro fator importante que as grandes empresas levam em consideração são os incentivos fiscais do local onde vão se estabelecer. Os incentivos são os mais diversos possíveis, como aluguel do terreno por mais de 20 anos a um valor muito abaixo de mercado mas por longo tempo o que é benéfico para o locador e o locatário; doação do terreno; incentivo como isenção da conta de água ou até a luz, pode ser negociada com os órgãos governamentais, pois naturalmente estes grandes conglomerados ao se estabelecerem geram uma quantidade ampla de empregos, além da arrecadação de impostos ser elevadíssima, onde a prefeitura e o Estado conseguem um faturamento excelente com estes incentivos a estas empresas.

Na concepção de Silva et al., (2020), considerando hipoteticamente um funcionário que tenha uma família de 3 pessoas, ele, a esposa e um filho. Esse salário irá se movimentar por no mínimo três pessoas que irão comprar objetos, alimentação, vestuário, diversões e etc., o que irá ocasionar um aumento das atividades comerciais no bairro onde a empresa se instalou, além de beneficiar os comércios no local que receberão este cliente, gerando a receita indireta para toda esse círculo de pessoas, além de criar tributos indiretos para o município e Estado, pois quando este funcionário faz uma compra também paga imposto, quando recebe deixa sua contribuição de imposto.

Dias, et al (2022), afirma que o aluno na atualidade está um pouco distante da resolução de listas de exercícios específicas com um foco em um determinado assunto, A geometria exige o desenvolvimento do raciocínio, isso ocorre com a resolução de atividades e exercícios, pouco cobrada nas escolas de uma forma individualizada, onde questões são propostas a todos e apenas um determinado grupo resolve e os demais copiam.

Portanto, devido a inúmeras razões, dentre as listadas acima os locais a serem eleitos por construção seja comercial ou residencial estão mais distantes dos centros urbanos, além de possuírem aspectos geométricos diversos, onde percebe-se complexidade exposta pela própria natureza onde não estamos acostumados a trabalhar. Na escola o aluno aprende a calcular áreas de diversas formas, triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, regulares ou não. Na realidade encontramos inúmeros polígonos não regulares justapostos ao mesmo tempo e assim temos que calcular essas áreas a fim de se adaptar as inúmeras exigências propostas pela localidade pelo mercado e da economia.

Segundo Vogado et al (2020), na educação básica, comumente o ensino da geometria limita-se à Geometria Euclidiana que está restrita a uma superfície plana, aprendemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual a 180° e que, por um ponto externo a uma reta passa uma única reta paralela à reta dada. Mas essas afirmações são realmente verdadeiras? Os objetos e conceitos peculiares da Geometria Euclidiana que é limitado a uma superfície plana é apropriada para descrever o nosso mundo que é curvo como também mensurar distâncias intergalácticas ou subatômicas? Ela é a única ferramenta de estudo das formas geométricas presentes em nosso mundo físico?

Santos (2019), revela que a percepção de elementos geométricos no cotidiano, se faz de forma clara e objetiva, dessa forma, a geometria vem a ser uma importante ferramenta para o homem, podendo os saberes geométricos, ser aplicáveis em diversos ramos do conhecimento.

Nacionalmente, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta diretrizes para o ensino da Geometria e a necessidade do aprendizado geométrico.

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e 1 espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (Brasil, 2018, pg. 271).

Este trabalho trata do cálculo de uma área, especificamente o Parque do Utinga, figura 02, localizado na cidade de Belém, Pará. Local belíssimo em que as pessoas o utilizam para passeios, caminhada, corrida, ciclismo dentre outras atividades esportivas.

A relevância do trabalho, provavelmente imensamente grande, pois com um simples mapa, retirado do googles maps, com uma escala pré-determinada, foi possível se chegar à área inicialmente divulgada na delimitação do parque.

A metodologia foi uma pesquisa de investigação diagnóstica e abordagem (quantitativa), no caso dentro do google maps, onde a melhor imagem e configurações foi adotada, após inúmeras tentativas, foi adotando o mapa que apresentasse a melhor resolução para o cálculo da área proposta.

2. Materiais e Métodos

Refletindo um pouco da história da Geometria Analítica, na concepção de Iezzi (2019), o francês da cidadezinha de Beaumont-de-Lomagne, Fermat cursou Direito em Toulouse, em cujo parlamento começou a trabalhar em 1631 — primeiro como advogado, posteriormente como conselheiro.

A geometria analítica de Fermat talvez seja um subproduto da tarefa que empreendeu a partir de 1629 de reconstruir o desaparecido Lugares planos, de Apolônio, mediante referências contidas na Coleção matemática, de Papus. E é o assunto do pequeno tratado Introdução aos lugares planos e sólidos, concluído no máximo em 1636, mas só publicado em 1679. Pois nesse trabalho, ao anunciar que dada uma equação em duas variáveis uma destas descreve uma reta ou uma curva, revelava estar de posse do princípio fundamental do novo método. E ele próprio mostrou que uma equação geral $ax + by + c = 0$, em que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ (notação atual) representava uma reta.

Na concepção de Dante (2019), René Descartes, filósofo e matemático francês, foi um dos líderes do movimento racionalista; ele acreditava que a busca pela verdade deveria ser feita por meios intelectuais e dedutivos e não por observações ou intuições. No contexto do que viria a ser a Geometria analítica, um dos apêndices (textos complementares) desse livro foi intitulado A Geometria. Descartes apresentou então uma nova abordagem que pretendia libertar a geometria da utilização de desenhos e do raciocínio sobre eles, substituindo esse procedimento tradicional por outro que ele mesmo tinha inventado. Nessa nova abordagem cada problema de geometria poderia ter vários segmentos de reta conhecidos e dois desconhecidos, que ele passaria a representar por x e y.

Assim, as relações entre os segmentos de reta conhecidos e os desconhecidos podem fornecer equações que, depois de resolvidas, mostrarão a solução do problema. O grande avanço na proposta de Descartes estava na associação de uma situação geométrica com a Álgebra, ou seja, utilizar equações algébricas para descrever situações geométricas. Apesar disso, por mais intrigante que nos possa parecer, Descartes não tinha a ideia do que hoje chamamos de plano cartesiano (assim batizado em sua homenagem).

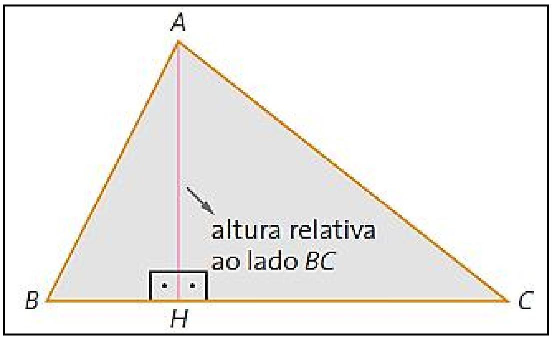
. Gontijo et al (2019) a abordagem investigativa para o ensino de matemática requer uma atitude crítica, tanto no estudo de conceitos, como na resolução de problemas e na (re)descoberta de propriedades ou criação de problemas.

2.1 Cálculo da área de um triângulo

Vejamos como calcular a área de uma região triangular.

Kindle (2007); Dante (2019) e Lima (2020), afirmam que a área de uma região triangular ABC a partir dos pontos A, B e C com representação através da Figura 1 abaixo:

Figura 1 - Representação de uma região triangular.



Fonte: Dante (2019).

Pela Geometria plana, sabemos que a área da região triangular da figura é dada por

$$S = \frac{1}{2}(BC) \cdot (AH)$$

2.2 Área do Triângulo Analiticamente

Em Geometria analítica, temos:

i)A distância d(B, C) expressa a medida do lado BC;

ii)A distância de A à reta-suporte do lado BC expressa a medida da altura AH

Abaixo sege a demonstração da área da região triangular, segundo Dante (2019):

Considere 3 pontos alinhados A, B e C:

Pelo teorema de Tales:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A_1B_1}{A_1C_1} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} \quad \mathrm{I}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A_2B_2}{A_2C_2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \quad \mathrm{II}$$

Fazendo a comparação entre I e II, temos:

$$\frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x_3y_2 - x_3y_1 - x_1y_2 + \cancel{x_1y_1} - x_2y_3 + x_2y_1 + x_1y_3 - \cancel{x_1y_1} = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2 = 0$$

O primeiro termo da igualdade corresponde ao cálculo do determinante abaixo:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Daí, podemos dizer que, se três pontos $A(x_1 , y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ estão alinhados, então:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Na hipótese de o determinante ser diferente de zero os pontos formam um triângulo.

Com o mesmo procedimento do exemplo anterior e considerando os pontos não alinhados $A(x_1 , y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$, chegamos a uma fórmula que facilita o cálculo da área de uma região triangular. Se os vértices de um triângulo são os pontos $A(x_1 , y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$, então a área dessa região triangular é dada por:

$$A = \frac{1}{2}. \left\| \begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix} \right\| \qquad \text{(I)}$$

Perceba que esse determinante é o mesmo que foi apresentado para verificar o alinhamento de três pontos. A vinculação entre as duas teorias está no fato de que, se três pontos que seriam os vértices de um triângulo estiverem alinhados, o triângulo se degenera em um segmento de reta; nesse caso, é natural que sua área seja zero.

Observe que ao calcular o determinante obtemos os seguintes valores:

$$A = \frac{1}{2}. |(x_1.y_2 - x_1.y_3 + x_2.y_3 - x_2.y_1 + x_3.y_1 - x_3.y_2)| \qquad \text{(II)}$$

Segundo Dias, G. N. (2011), fazendo uma pequena alteração no determinante, uma vez que a última coluna é numericamente igual a 1, obtemos:

$$A = \frac{1}{2}. \left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{matrix} \right\| \qquad \text{(III)}$$

Realizando a multiplicação dos elementos de cima para baixo, conforme a indicação abaixo, permanecendo o sinal e após isso debaixo para cima trocando o sinal obtemos:

$$A = \frac{1}{2}. \left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{matrix} \right\|$$

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36393

$$A = \frac{1}{2}.\left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{matrix} \right\|$$

$$A = \frac{1}{2}|x_1.y_2 + x_2.y_3 + x_3.y_1x_1.y_2 \dots \dots.| \qquad \text{(IV)}$$

Agora fazendo debaixo para cima e trocando o sinal, obtemos:

$$A = \frac{1}{2}.\left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{matrix} \right\|$$

$$A = \frac{1}{2}|x_1.y_2 + x_2.y_3 + x_3.y_1x_1.y_2 - x_2.y_1 - x_3.y_2 - x_1.y_3| \qquad \text{(V)}$$

Com os cálculos acima percebemos que a relação I é igual a relação III, portanto de uma maneira mais prática e simples percebemos a simplicidade da equação utilizada na forma I a qual obtemos II e a forma III que igualmente calculamos a forma V.

Isto posto, percebemos que a forma III será utilizada para calcular área de triângulo conhecendo três de seus vértices apresenta uma forma muito mais simples de realizar o cálculo, constituindo dessa forma uma transposição didática importante na realização das aulas em geometria analítica, (Chevallard, Yves; 1998).

2.3 Área de um Polígono

Santos (2019), ressalta uma das premissas da geometria analítica está em representar pontos no plano, onde cada ponto e exposto por um único par de números reais (par ordenado), os quais são as coordenadas do ponto. Toda equação envolvendo coordenadas descreve um subconjunto do plano, isto e, o conjunto solução para dada equação, ou um lugar geométrico, o qual pode ser reproduzido por meio de uma figura geométrica.

> O Teorema do Cadarço e um algoritmo matemático para determinar áreas de polígonos simples, descritos num sistema de coordenadas cartesianas, por meio das coordenadas dos seus vértices. É chamado fórmula do cadarço devido a constante multiplicação cruzada entre as coordenadas que compõem os vértices do polígono. Tem aplicações em agrimensura e silvicultura, entre outras áreas. O método foi exposto por Meister em 1769 e por Gauss em 1795. Sua demonstração pode ser feita dividindo o polígono em triângulos, determinando a área de cada um dos triângulos obtidos na divisão do polígono e somando as áreas alcançadas (Eves H. 2004).

Segue abaixo o teorema do Cadarço, Eves H. (2004):

Teorema (Shoelace Theorem). Seja P um polígono com vértices (a_1, b_1), (a_2, b_2), . . ., (a_n, b_n) listados em sentido horário. Então a área de P é ½ . | $(a_1b_2 + a_2b_3 + \cdots + a_{n-1}b_n + a_nb_1) - (b_1a_2 + b_2a_3 + \cdots + b_{n-1}a_n + b_na_1)$ |.

Interpretando o teorema acima, percebe-se que a regra pode ser generalizada para qualquer polígono, pois podemos dividir o polígono indicado em triângulos, ou seja, admitindo um polígono de n lados, podemos dividi-lo em n−2 triângulos.

Para Lehmann (1988), comenta que para calcular a área de um polígono, podemos dividir em triângulos e assim fazer a soma de triângulo por triângulo quantos forem necessários para completar a figura.

Winterle (2014), salienta que a área de um polígono pode ser segmentada e dividida em inúmeros triângulos.

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36393

É possível usar a relação simplificada, porém é necessário antes de utilizá-la, fazer a orientação dos vértices no sentido horário ou anti-horário para não haver discrepâncias, com relação aos pontos fornecidos.

Na concepção de Dias (2011), propões o cálculo da área de um polígono de vértices enumerados abaixo da seguinte forma:

A (x_a , y_a) ; B (x_b , y_b) ; C (x_c , y_c) ; D (x_d , y_d) ; E (x_e , y_e) ... N (x_n , y_n).

Será dada por:

$$A = \frac{1}{2}\left\| \begin{matrix} x_A & x_B & x_C & x_D & x_E \cdots\cdots x_N & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_D & y_E \cdots\cdots y_N & y_B \end{matrix} \right\|$$

Para fazer os cálculos procedemos da seguinte forma:

Pelo cálculo acima percebe-se que:

> [...] o simples exemplo de cálculo da medida da área de uma figura em segunda dimensão nos mostra quantas relações, propriedades, desconstruções, inserções e significações emergem, apontando as particularidades do ver em matemática (Souza; Moretti; Almouloud, 2019, p. 325).

3. Metodologia

Esta pesquisa é classificada como quantitativa. Escolhemos este modelo de pesquisa porque mostra, de forma simples, os fatores e aspectos relevantes e atuais da disciplina de Geometria Analítica no meio educacional brasileiro, bem como seu impacto no meio científico matemático.

> Mafra e Sá (2020) relatam em abordagens mais recentes, como a pedagogia de projetos e as investigações em educação matemática tem fornecido pressupostos relevantes, através de estudos recentes, na perspectiva do trabalho em sala de aula. Transformando-as em verdadeiras oficinas de procedimentos e encaminhamentos didáticos, o trabalho envolvendo projetos e investigações, objetivam a produção conceitual e a apreensão de definições e propriedades de muitos conteúdos matemáticos, especialmente aos ligados a geometria e a aritmética.

Nesse sentido, procurou-se adequar a pesquisa para realidade do aluno, onde o fato de encontrarmos o tópico dentro da Geometria Analítica chamado de área de um polígono assume um enorme valor quando colocamos em prática através de observação em mapas, objetivando trabalhar em grupos de alunos de forma que os conceitos explorados flua de uma maneira uniforme, onde cada aluno busca explicar ao colega que ainda não entendeu o seu particular ponto de vista e entendimento, sendo conduzidos pelo professor.

Em particular nesta investigação de área, a colaboração do aluno foi muito agradável e recomendada, pois tivemos cerca de 8 resultados próximos e pudemos escolher aquele que tinha menor quantidades de erros.

Este trabalho é uma investigação de diagnóstico e abordagem (quantitativa), que utiliza métodos quantitativos, Pereira, et al. (2018), foi realizada considerando o período de 01 de novembro de 2021 a 05 de março de 2022 de caráter exploratório, onde foi desenvolvida a monografia de especialização em matemática aplicada a sala de aula do Colégio Ten. Rêgo Barros nas turmas do 3º do ensino médio.

A região escolhida neste trabalho foi o parque do Utinga, por ser uma região de acesso a inúmeras pessoas em diversas atividades esportivas, como caminhadas, ciclismo, corridas e maratonas ao ar livre com uma exuberância da flora local do Estado do Pará.

Abaixo segue a Figura 2, onde encontramos o mapa da região onde se situa o parque do Utinga, onde os alunos elegeram a região que oferecesse maior liberdade para calcular a área, caso fosse necessário a visita de pessoas de forma a analisar presencialmente o problema apresentado na região:

Figura 2 - Mapa da região onde está localizado o Parque do Utinga em Belém Pará.

Fonte: Google Maps. Consulta em 17.02.21

O mapa acima representa a visão de um observador situado a 500 metros acima da região, onde se visualiza uma grande extensão de área verde, onde se constitui o parque, com áreas adajacentes povoadas, com indicação de residências e ruas ao seu redor.

O processo de cálculo da área consistiu na marcação de um eixo de coordenadas cartesianas no ponto ‘’O’’ como marcado na Figura 3. Com a escala fornecida no google maps, fazemos a medição com a régua. Com relação a medida depende da proporção que o mapa foi impresso. Neste caso, percebemos que a escala mede 1,08 cm e é equivalente a 500 metros na distância real. A seguir marcamos com escalímetro no eixo x e no eixo y distâncias e assim de construímos um plano cartesiano com vários pontos plotados até o limite de “0” marcando do ponto 1 até o ponto 15 situado no mapa abaixo com os plots marcados.

O mapa acima foi exposto na sala para os alunos da série descrita, 3º ano do ensino médio, onde foi trabalhado o conteúdo de escalas e transformações para metros e quilômetros, dividindo a tarefa em vários grupos, incluindo a visita ao parque a fim da percepção no local do tamanho real da imagem.

Abaixo segue a Figura 3, onde foi realizada as marcações no mapa, indicando os pontos extremos de cada região, de forma a causar semelhança com um polígono de 15 lados e assim possibilitar o cálculo analítico:

Figura 3 - Delimitação da área do Utinga, com marcação dos pontos representativos dos vértices.

Fonte: Google Maps, Disponível em <www.google.com.br > Acesso em 17.02.22 as 09:00hs.

No mapa acima, consta a mesma representação do mapa anterior, porém foram nomeados os cumes que determinam os extremos de cada região, em que na geometria plana chamamos de vértices.

A escolha dos pontos de acordo com a figura acima, foi realizada através da extremidade de cada lado do polígono traçado, de forma a obter uma figura o mais delimitada possível. Neste caso tratou-se de um polígono de 15 lados e 15 vértices.

Na geometria analítica, pela relação da área do polígono, utilizaremos a relação descrita no item 2.3.

Na Figura 3 a posição da origem pode ser marcada de acordo com a escolha do pesquisador. Nada impede que a origem seja colocada em outro ponto englobando outra região, desde que rotacionada quando for executado os cálculos resulte nos eixos de coordenadas cartesianas.

Após marcarmos os pontos com o auxílio do escalímetro, plotamos as coordenadas de cada ponto, através do mapa obtido do Google maps.

Os plots em centímetros plotados no mapa estão relacionados na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1 - Pontos obtidos no mapa resultante do print google maps.

PONTOS OBTIDOS NO MAPA		
PONTO	**ABSCISSA (x) cm**	**ORDENADA (y) cm**
1	0,3	1,6
2	0	3,8
3	0,5	6,7
4	0,2	8,7
5	0,8	8,5
6	2,8	9,7
7	6,9	10,7
8	11,6	7
9	9,3	4,1
10	6,9	4,5
11	6	2,9
12	4,8	2,6
13	3,5	0,3
14	4,2	3,9
15	2,8	3,6

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da tabela obtida com dados no mapa, retirado do print da tela do computador em uma escala 1,08 cm para cada 500 metros, foi realizada a transformação da Tabela 1 em metros, utilizando a escala de transformação cedida pelo google maps, Figura 3, a cada 1,08cm representa 500 metros na medida real.

Abaixo segue a Tabela 2 com dados convertidos utilizando a escala apresentada no mapa:

Tabela 2 - Pontos obtidos no mapa, transformando em escala real.

PONTOS OBTIDOS NO MAPA		
PONTO	**ABSCISSA (x) m**	**ORDENADA (y) m**
1	139	741
2	0	1760
3	232	3102
4	93	4028
5	370	3935
6	778	4491
7	3195	4954
8	5370	3241
9	4306	1898
10	3195	2084
11	2778	1343
12	2222	1204
13	1620	139
14	1945	1806
15	1296	1667

Fonte: Dados da pesquisa.

Na tabela acima, equivale a utilizar cada dado obtido em centímetro, multiplicar por 500 e dividir por 1,08. Dessa forma teremos os pontos, todos em metros de acordo com a tabela 02, com a devida transformação dos pontos em centímetros para metros.

A partir da obtenção da Tabela 2, foi realizado o cálculo da área da região, utilizando a teoria exposta no item 2.3, usando a relação de área temos:

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v11i14.36393

$$A = \frac{1}{2}.\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{15} & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_7 & y_8 & y_9 & y_{10} & y_{11} & y_{12} & y_{14} & y_{15} & y_1 \end{vmatrix}$$

Substituindo as coordenadas pelos pontos encontrados na tabela 2, temos:

$$A = \frac{1}{2}.\begin{vmatrix} 139 & 0 & 232 & 93 & 370 & 778 & 3195 & 5370 & 4306 & 3195 & 2778 & 2222 & 1620 & 1945 & 1296 & 139 \\ 741 & 1760 & 3102 & 4028 & 3935 & 4491 & 4954 & 3241 & 1898 & 2084 & 1343 & 1204 & 139 & 1806 & 1667 & 741 \end{vmatrix}$$

Efetuando o cálculo do determinante da área do polígono pelos pontos encontrados na figura 3, temos:

$$A = \frac{1}{2}.\begin{vmatrix} 139 & 0 & 232 & 93 & 370 & 778 & 3195 & 5370 & 4306 & 3195 & 2778 & 2222 & 1620 & 1945 & 1296 & 139 \\ 741 & 1760 & 3102 & 4028 & 3935 & 4491 & 4954 & 3241 & 1898 & 2084 & 1343 & 1204 & 139 & 1806 & 1667 & 741 \end{vmatrix}$$

Ao colocarmos o sentido de cima para baixo, fazemos a multiplicação $x_1.y_2 + x_2.y_3 + x_3.y_4 + \cdots$. , dos fatores dois a dois e somando termos a termo, obtendo como valor 51.654.758.

Após isso fazemos a multiplicação de baixo para cima,

$$A = \frac{1}{2}.\begin{vmatrix} 139 & 0 & 232 & 93 & 370 & 778 & 3195 & 5370 & 4306 & 3195 & 2778 & 2222 & 1620 & 1945 & 1296 & 139 \\ 741 & 1760 & 3102 & 4028 & 3935 & 4491 & 4954 & 3241 & 1898 & 2084 & 1343 & 1204 & 139 & 1806 & 1667 & 741 \end{vmatrix}$$

Ao colocarmos o sentido de baixo para cima, fazemos a multiplicação $y_1.x_2 + y_2.x_3 + y_3.x_4 + \cdots$.. dos fatores doís a dois e somando termos a termo, obtendo como valor 79.786.799.

Portanto, a área é:

$$A = \frac{1}{2}.|\ 51.654.758 - 79.786.799\ |$$

$$A = \frac{1}{2}.|-28.132{,}041|$$

$$A = 14.066.021\ m^2$$

$$A \cong 14\ km^2$$

Neste cálculo da área percebemos que uma simples fotografia do google maps com uma determinada escala, foi possível calcular o tamanho do Parque do Utinga, utilizando a relação da área de um polígono através da geometria analítica. Comprovando que não se aplica apenas para uma região pequena e pode ser utilizada por uma região poligonal com 20 vértices ou mais.

4. Considerações Finais

O desenvolvimento deste trabalho, objetiva facilitar o cálculo de áreas de diversos tipos de regiões, pequenas, médias e grandes, utilizando os conhecimentos de Geometria analítica, onde apenas colocamos os eixos cartesianos no mapa e a partir dele, nomeamos a origem e em relação a esta origem e ao eixo das abscissas, eixo x e o eixo das ordenadas, eixo y, encontramos as distâncias obtidas em centímetros em relação ao mapa impresso, onde com a utilização fornecida pelo google maps é possível calcular a área real com um erro inferior a 5%, do valor real.

A área divulgada do Parque Utinga é de 13,93 Km², divulgada pela Prefeitura de Belém. No cálculo apresentado a área foi de 14, 06 Km², um erro inferior a 1%. Portanto o método é totalmente eficaz para efetuar e obter a área de regiões expressas em mapas ou fotografias que contenham a escala utilizada.

No campo do ensino, apresenta um avanço enorme, haja vista a sua tremenda aplicabilidade e usabilidade, além da precisão e utilidade que apresenta. Com esta aplicação, um aluno do Ensino Médio, que estudou essa parte da Geometria Analítica, pode efetuar e desenvolver os cálculos de área, com a mesma precisão.

Percebemos a importância da aplicação prática ao aluno. Mesmo os alunos estando no final do ensino médio ainda se percebe o real interesse do aprendizado principalmente atrelado em condições reais onde o concreto assume um ressignificado extraordinário para o desenvolvimento do assunto trabalhado em classe.

Para se desenvolver o trabalho precisou apenas de um escalímetro ou uma régua e muita atenção nas transformações que envolvem regra de três. Utiliza-se a relação da área, com os pontos eleitos escolhidos num sentido horário ou anti-horário e rapidamente se obtém o resultado.

Provavelmente já temos programas que indicam o valor da área da região de uma forma automática e rápida, porém educacionalmente é importante desenvolver essa atividade, pois através de uma relação analítica e um pouco de esforço e dedicação consegue-se chegar ao mesmo resultado.

Referências

Brasil, M. E. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base. http: //basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCEIEF110518versaofinalsite.pdf.

Chevallard, Yves (1998): *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Dante, L. R., & Viana, F. (2019): Matemática: contexto & aplicações: ensino médio. (4a ed.). Ática.

Dias, G. N., Silva, P. R. S., & Pamplona, V.M.S. et al. (2021): A utilização do Formulários Google como ferramenta de avaliação no processo de ensino e aprendizagem em tempos de pandemia de Covid-19: Um estudo em uma escola de educação básica. *Research, Society and Development*, 10(4).

Dias, G. N., Silva Junior, W. L .P., Vogado, G. E. R., Lobato, F. S., Barreto, W. D. L., Pinto, G. P., Silva, K. P., Beirão, A. T. M., Flor, R. P. & Santos, R. D. S. (2022), Cálculo de Áreas de figuras planas utilizando a fundamentação teórica da Geometria Analítica, *Research, Society and Development,* 11(4).

Dias, G. N. (2011): Práticas do Ensino da Matemática: A Realidade da Sala de Aula, Livro. – Edição Independente. Belém.

Eves, H (2004). Introdução a história da matemática; tradução: Hygino H. Domingues. Editora da UNICAMP.

Gontijo, C H; Carvalho, A T; Fonseca, M G; & Farias, M P (2019). Criatividade em Matemática- Conceitos, metodologia e avaliação. Brasília: Pesquisa, Inovação & Ousadia.

Google Maps. (2021). www.google.com.br

Iezzi, Gelson (2019): Fundamentos de matemática elementar. Volume 7, Geometria analítica, (9ª ed.). Atual.

Kindle, J. H. (2007): Geometria analítica. Coleção Schaum. México: McGraw-Hill.

Lehmann, Charles H. (1998): *Geometria Analítica*. (9a ed.). ed. Globo, 1998.

Lima, Elon Lages (2020): Espaços Métricos. (6a ed.), Ed. IMPA.

Mafra, J. R. S. & Sá, P. F. (2020): Abordagens na pesquisa em educação matemática: algumas reflexões e perspectivas epistemológicas. Rev. Tempos Espaços Educ. v.13, n. 32, e-13465, jan./dez. Doi: http://dx.doi.org/10.20952/revtee.v13i32.13465

Pereira, A. S., et al. (2018): Metodologia da pesquisa científica. UFSM.

Santos, Luiz Carlos Dantas (2019). Um breve estudo sobre o conceito e o cálculo de áreas de figuras planas. São Cristóvão, Dissertação (mestrado profissional em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe.

Silva, W. O. X.; Barbosa, E. S. & Dias, G. N. (2020): *Fiscal incentive of the workers food program to collect the income tax from legal entities opting for real profit.* International Journal of Development Research 10(5), 36080-36084.

Souza, R. N. S.; Moretti, M. T.; & Almouloud, S. A. (2019). A aprendizagem de geometria com foco na desconstrução dimensional das formas. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, 21(1), 322-346, 2019. DOI: https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p322-346

Winterle, P (2014): Vetores e geometria analítica. (2a ed.). Pearson Education do Brasil.

Vogado, G.E. R.; Silva P. R. S. & Dias G. N. (2018): Área de regiões através do google maps utilizando Polinômio de Newton e Cálculo Integral. Congresso Nacional de Educação, Recife (PE).

Vogado, G. E. R., Lobato, F. S., Dias, G. N., Pamplona V. M. S., Rodrigues, A. E., Rocha, H. O., Souza Junior, J. C. B., Barreto, W. D. L., Silva, P. R. S. & Silva Junior, W. L. (2020). Ensino-aprendizagem de Matemática: Análise dos aspectos Social, Metodológicos e Avaliativo dos Discentes do 3º ano do Ensino Médio. *Research, Society and Development*, 9(11). http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i11.10076.