

Avaliação da fórmula de Hankinson como estimadora da resistência de juntas coladas sob compressão e desempenho mecânico de juntas coladas sob torção

Hankinson's formula evaluation as a resistance estimator for the bonded joints under compressions and for mechanic development in bonded joints under torsion

Evaluación de la fórmula de Hankinson como estimadora de la resistencia de juntas coladas bajo compresión y desempeño mecânico de juntas coladas bajo torsión

Recebido: 13/10/2022 | Revisado: 25/10/2022 | Aceitado: 27/10/2022 | Publicado: 01/11/2022

Sandra Maria Ferreira Couri Petruski

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4651-4184>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: sandra.petruski@unioeste.br

Mateus Couri Petruski

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5017-1356>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: mateus.petruski@gmail.com

Alfredo Petruski

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3633-2600>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: petrusk@terra.com.br

Desirè Coraça Possa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4115-348X>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: desicpossa@gmail.com

Ricardo Lessa Azevedo

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7218-2251>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: ricardo.l.azevedo@gmail.com

Maritane Prior

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3232-1533>
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil
E-mail: maritane.prior@unioeste.br

Gustavo Lacerda Dias

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7253-2255>
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
E-mail: gustlad@gmail.com

Resumo

A fórmula de Hankinson estima propriedades de resistência da madeira quando o material está recebendo forças inclinadas em relação à direção das fibras. No Brasil, por força de orientação normativa, costuma-se usar o valor fixo igual a 2 para o expoente β dos seno e cosseno da fórmula, mas pode ocorrer melhores ajustes para expoentes β diferentes deste valor. O objetivo deste trabalho foi evidenciar, a partir de cinco experimentos independentes, a adequação da fórmula de Hankinson para estimar a resistência de juntas coladas à diferentes ângulos, quando rompidas sob compressão. Adicionalmente, procurou-se analisar a diferença de desempenho mecânico de juntas coladas quando o ensaio se dá por compressão ou por torção. Neste trabalho, os valores dos parâmetros β variaram entre 1,82 e 2,18, com média de 2,02, valor próximo ao adotado em norma. As juntas coladas rompidas por compressão apresentaram perda de resistência com o aumento do ângulo de colagem. Já no ensaio sob torção, a resistência sofreu pouca influência do ângulo de colagem. Verificou-se que a fórmula de Hankinson é adequada para estimar a resistência de juntas coladas à diferentes ângulos entre as fibras da madeira, quando a ruptura ocorre por compressão, mas não parece adequada para a obtenção da estimativa de resistência sob torção. As juntas coladas rompidas à compressão apresentaram resistência diferente de juntas coladas rompidas sob momento de torção. No conjunto, tanto a fórmula de Hankinson quanto os ensaios conduzidos à torção podem permitir a verificação de ligações coladas sujeitas simultaneamente a forças e momentos.

Palavras-chave: Madeira; Adesivos; Colagem em ângulos.

Abstract

Hankinson's formula estimates strength properties of wood when the material is receiving forces inclined in relation to the fiber direction. In Brazil, by force of normative orientation, a fixed value equal to 2 is usually used for the exponent β of the sine and cosine of the formula, but better adjustments can occur for exponents different from this value. The objective of this work was to evidence, from five independent experiments, the adequacy of Hankinson's formula to estimate the strength of glued joints at different angles, when ruptured under compression. Additionally, it was sought to analyze the difference in mechanical performance of glued joints when the test is done by compression or by torsion. In this work, the values of parameters β varied between 1.82 and 2.18, with an average of 2.02, which is close to the value adopted in the standard. The bonded joints ruptured by compression presented loss of strength with the increase of the bonding angle. In the torsion test, the resistance suffered little influence of the glueing angle. It was verified that Hankinson's formula is adequate to estimate the strength of glued joints at different angles between wood fibers, when the rupture occurs by compression, but it does not seem adequate to obtain an estimate of strength under torsion. Glued joints broken under compression showed different strength than glued joints broken under torsion. Overall, both Hankinson's formula and tests conducted under torsion may allow the verification of glued joints subjected simultaneously to forces and moments.

Keywords: Wood; Adhesives; Bonding in angles.

Resumen

La fórmula de Hankinson estima propiedades de resistencia de la madera cuando el material está recibiendo fuerzas inclinadas con relación a la dirección de las fibras. En Brasil, por fuerza de orientación normativa, se suele usar el valor fijo igual a 2 para el exponente β del seno y coseno de la fórmula, pero pueden ocurrir mejores ajustes para exponentes diferentes de este valor. El objetivo de este trabajo fue evidenciar, por medio de cinco experimentos independientes, la adecuación de la fórmula de Hankinson para estimar la resistencia de juntas coladas a diferentes ángulos, cuando rotas bajo compresión. Además, se buscó evaluar la diferencia de desempeño mecánico de juntas coladas cuando el ensayo ocurre por compresión o por torsión. En este trabajo, los valores de los parámetros β variaron entre 1,82 y 2,18, con media de 2,02, valor próximo al adoptado en norma. Las juntas coladas rotas por compresión presentaron pérdida de resistencia con el aumento del ángulo de pegado. Ya en el ensayo bajo torsión, la resistencia sufrió poca influencia del ángulo de pegado. Se verificó que la fórmula de Hankinson es adecuada para estimar la resistencia de juntas coladas a diferentes ángulos entre las fibras de madera, cuando la ruptura ocurre por compresión, pero no parece adecuada para la obtención de la estimativa de resistencia bajo torsión. Las juntas coladas rotas a la compresión presentaron resistencia diferente de juntas coladas rotas bajo momento de torsión. En el conjunto, tanto la fórmula de Hankinson como los ensayos conducidos por torsión pueden permitir la verificación de ligaciones coladas sujetas simultáneamente a fuerzas y momentos.

Palabras clave: Madera; Adhesivos; Pegado em ângulos.

1. Introdução

A madeira é um material biológico e heterogêneo que apresenta grande variabilidade acerca das suas características e propriedades (Braz *et al.*, 2013). Por conta do seu arranjo celular e da sua natureza fisiológica a madeira é um material anisotrópico e pode ser considerada ortotrópica por apresentar propriedades mecânicas diferentes dependendo da direção que o esforço é aplicado em relação às suas fibras (Cezaro *et al.*, 2016; Logsdon *et al.*, 2014; Bodig & Jayne, 1982). Assim, a madeira apresenta um desempenho mecânico diferente quando o esforço é aplicado para diferentes inclinações em relação à direção das fibras.

A NBR 7190 (2022) adota a fórmula de Hankinson, conforme apresentada pela Equação 1, para estimar tais propriedades de resistência da madeira quando o material está recebendo forças inclinadas de um ângulo α em relação à direção das fibras. Esta norma adota o procedimento para obter parâmetros de resistência à compressão, tração e embutimento inclinados, utilizando o valor fixo igual a 2 para o expoente β dos seno e cosseno.

$$f_{w\alpha} = \frac{f_{w0} \cdot f_{w90}}{f_{w0} \cdot (\text{seno}(\alpha))^{\beta} + f_{w90} \cdot (\text{cos}(\alpha))^{\beta}} \quad (1)$$

Onde: $f_{w\alpha}$ é a estimativa da resistência da madeira com a solicitação formando um ângulo α com as fibras (MPa); f_{w0} é o valor médio, experimental, da resistência da madeira para solicitação paralela, $\alpha=0^{\circ}$, (MPa); f_{w90} é o valor médio, experimental,

da resistência da madeira para solicitação perpendicular, $\alpha=90^\circ$ (MPa); α é o ângulo entre a direção das fibras da madeira e a direção da solicitação (graus); e β é o expoente dos seno e cosseno da equação (constante).

Esta equação pode apresentar melhores ajustes, função do esforço em estudo, para expoentes β dos seno e cosseno diferentes do valor 2. O Wood Handbook (2021) afirma que a fórmula pode ser usada para todas as propriedades de resistência e, também, para o módulo de elasticidade. Os autores recomendam valores de β no intervalo entre 1,5 a 2,5. Na obra, são recomendados os seguintes intervalos de valores: tração, flexão e dureza ($1,5 \leq \beta \leq 2$); compressão ($2 \leq \beta \leq 2,5$) e módulo de elasticidade ($\beta = 2$). Logsdon *et al.* (2014) estudando a influência do ângulo entre a direção do esforço e a orientação das fibras para a resistência ao cisalhamento, recomendaram o intervalo entre 1,88 a 2,05 para o expoente β de modo a tornar válidas as estimativas obtidas pela fórmula. Ainda, para os autores, o melhor ajuste ocorreu para o valor $\beta = 2,05$ e, também, atestam que o valor tradicionalmente usado e igual 2 possui validade estatística.

De Paula (1983) em sua dissertação de mestrado, orientado à época pelo Prof. Hellmaister, talvez tenha sido o primeiro pesquisador brasileiro a evidenciar que esta fórmula também poderia estimar a resistência ao cisalhamento de juntas de madeira coladas à diferentes ângulos. O autor utilizou a madeira de peroba rosa e uma série de 10 ângulos de colagem entre 0° e 90° , com intervalo de 10° cada. O adesivo utilizado foi a resina a base de fenol-resorcinol e o pesquisador concluiu pela validade da fórmula de Hankinson, com expoente dos seno e cosseno igual a 2, para estimar a resistência de juntas coladas.

Poucas pesquisas têm sido realizadas no sentido de estudar o comportamento resistente de ligações coladas madeira-madeira quando a colagem ocorre à diferentes ângulos em relação às fibras. Talvez a principal causa deste fato esteja relacionada a ausência de previsão normativa a este respeito. Algumas pesquisas, porém, foram desenvolvidas, incluindo projeto, execução e teste de estruturas feitas inteiramente coladas (Couri Petruski, 1999; Petruski, 2000; Couri Petruski *et al.*, 2016; Stringari *et al.*, 2020; Filippini, 2020; Possa *et al.*, 2022). No mesmo contexto, uma nova metodologia para ensaio de juntas coladas foi proposta por Petruski *et al.* (2020). Neste caso, os autores propuseram o ensaio de juntas rompidas por cisalhamento à torção.

Neste sentido, este trabalho procurou evidenciar a partir de cinco experimentos independentes, os seguintes aspectos técnicos:

- A adequação da fórmula de Hankinson para estimar a resistência de juntas coladas à diferentes ângulos;
- A diferença de desempenho de juntas coladas quando o ensaio se dá por compressão ou por torção;
- A possibilidade de realizar-se a verificação e/ou o dimensionamento de ligações coladas com embasamento nas duas metodologias de ensaio aqui avaliadas.

2. Metodologia

Neste trabalho apresenta-se uma análise dos resultados de cinco pesquisas básicas independentes, conduzidas em diferentes momentos, e que permitiram avaliar, entre outras coisas, a validade da fórmula de Hankinson na verificação/dimensionamento de ligações com adesivos madeira-madeira quando as lâminas são coladas à diferentes ângulos α entre as fibras das peças envolvidas. Ainda, destes cinco trabalhos, três deles foram utilizados para evidenciar diferenças de desempenho mecânico de juntas coladas quando o ensaio é conduzido sob compressão ou sob torção. Os trabalhos utilizados para desenvolvimento desta pesquisa estão caracterizados na Tabela 1.

Conforme se observa nesta Tabela os dados avaliados provêm de duas pesquisas de doutorado, uma pesquisa de iniciação científica e um trabalho de conclusão de curso. Ainda, os dados são restritos a resultados de colagens usando madeira de Eucalipto e apenas dois adesivos: resorcinol-formaldeído e adesivo poliuretano à base de óleo de mamona. Convém destacar que o uso do gênero Eucalipto parece adequado à realidade de florestas plantadas no Brasil. O IBÁ (2021) atesta que 78% da área de árvores cultivadas no território brasileiro é composta de Eucalipto e, ainda, no ano de 2020 a área total de florestas

plantadas no país equivalia a 9,55 milhões de ha, o que corresponde a pouco mais de 1,12% da área do Brasil. Por fim, em todos os procedimentos experimentais houve colagem a diferentes ângulos entre as fibras das lâminas. Em quatro dos cinco trabalhos foram coladas sete séries de ângulos e em um dos trabalhos utilizou-se 5 ângulos distintos.

Tabela 1 - Pesquisas utilizadas para avaliar a fórmula de Hankinson como estimadora da resistência de juntas coladas.

Trabalho	Natureza da pesquisa	Madeira e Adesivo	Nº de corpos de prova	Série de ângulos de colagem	Observação
1 (Petrauski, 2000)	Pesquisa de doutorado	<i>Eucalyptus grandis</i> Resorcinol Formaldeído	124	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°	-
2 (Couri Petrauski, 2012)	Pesquisa de doutorado	<i>Eucalyptus sp (Lyptus)</i> Adesivo à base de óleo de mamona	94	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°	- Confeção de outros 94 corpos testados à torção.
3 (Couri Petrauski, 2012)	Pesquisa de doutorado	<i>Eucalyptus sp (Lyptus)</i> Resorcinol Formaldeído	104	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°	- Confeção de outros 104 corpos testados à torção.
4 (Hsu, 2014)	Pibic	<i>Eucalyptus sp (Lyptus)</i> Resorcinol Formaldeído	44	0°, 23°, 45°, 68° e 90°	- Confeção de outros 44 corpos testados à torção.
5 (Marques, 2002)	TCC	<i>Eucalyptus sp.</i> Resorcinol Formaldeído	84	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°	-

Fonte: Autores (2022).

Todos os trabalhos foram idealizados para testar a hipótese de que a fórmula de Hankinson, conforme Equação 1, poderia ser utilizada como estimadora da resistência de juntas coladas à diferentes ângulos α entre as fibras da madeira, para $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Portanto, num primeiro momento e para todos os experimentos, haja vista a disponibilidade dos dados originais, realizou-se uma análise de regressão utilizando-se da Equação 1 para avaliar o melhor valor do coeficiente β para ajuste dos dados experimentais. Na sequência, considerando-se a recomendação normativa de que se pode utilizar o valor de β constante e igual a 2, fez-se uma análise gráfica, por experimento, das variações das estimativas das resistências obtidas com os valores de β oriundos de regressão e as estimativas para β fixo e igual a dois. Complementarmente neste estudo, foram obtidos os intervalos de confiança a 95% de probabilidade associados aos valores de β provenientes da análise de regressão. Nesta fase do trabalho foram considerados exclusivamente os resultados experimentais dos corpos de prova colados e ensaiados segundo a metodologia da ASTM D-905 (2013), ou seja, corpos submetidos ao cisalhamento na compressão.

Numa segunda fase desta pesquisa procurou-se realizar um comparativo das resistências ao cisalhamento de corpos colados quando a ruptura é produzida por compressão (ensaio normatizado) ou por torção (ensaio não normatizado). Neste caso os resultados de dados pareados foram tomados dos Trabalhos 2, 3 e 4 apresentados na Tabela 1. Os resultados são pareados

uma vez que destas colagens a cada dois corpos de prova extraídos de uma mesma lâmina, para cada ângulo de colagem, um corpo era destinado ao ensaio de compressão e o outro ao ensaio de torção. Neste caso, a investigação equivaleu a hipótese de que o desempenho mecânico de juntas coladas poderia ser diferenciado dependendo do esforço que iria atuar na ligação colada: esforço normal de compressão ou momento de torção. Neste sentido, para os experimentos que permitiram esta comparação, após a verificação dos pressupostos da análise de variância, com destaque para a normalidade dos dados e ausência de heterocedasticidade, os resultados, por ângulo de colagem, foram comparados para os dois métodos de ensaio.

Em todos os experimentos os corpos de prova rompidos à compressão foram confeccionados e ensaiados adotando-se a metodologia proposta pela *American Society for Testing and Material - ASTM D-905* (2013). No caso dos corpos rompidos à torção, adotou-se a metodologia proposta por Petruski *et al.* (2020).

Numa fase final, consideradas as perspectivas de uso de ligações coladas em ângulo e os resultados experimentais já obtidos (Couri Petruski, 1999; Petruski, 2000; Couri Petruski *et al.*, 2016; Stringari *et al.*, 2020; Filippini, 2020; Possa *et al.*, 2022) fez-se uma abordagem geral sobre as possibilidades de emprego para alguns tipos de estruturas de uso comum na construção civil.

3. Resultados e Discussão

3.1 Análise da fórmula de Hankinson como estimadora da resistência ao cisalhamento na compressão

A Tabela 2 apresenta para os cinco trabalhos o resumo das análises desenvolvidas. São apresentados os valores do parâmetro β das equações de regressão, seus respectivos desvios e os coeficientes de determinação das equações ajustadas.

Tabela 2 - Resultados da análise de regressão, com base na Equação 1, obtidos para os dados dos cinco trabalhos.

Trabalho/ madeira/ adesivo	Parâmetro da regressão β	Desvios	Número de observações experimentais n	Coefficiente de determinação da equação de ajuste R^2
1/E.grandis ¹ /Resorcinol ²	2,0426	0,05549	124	0,85
2/Lyptus ³ /Mamona ⁴	1,9304	0,0776	94	0,79
3/Lyptus/Resorcinol	1,8205	0,05809	104	0,859
4/Lyptus/Resorcinol	2,1838	0,10882	44	0,78
5/Eucalipto/Resorcinol	2,1196	0,074	84	0,674
Médias	2,0194	-	-	0,791

¹Eucalyptus grandis; ²Resorcinol Formaldeído; ³Eucalyptus sp.; ⁴Adesivo poliuretano à base de óleo de mamona.
Fonte: Autores (2022).

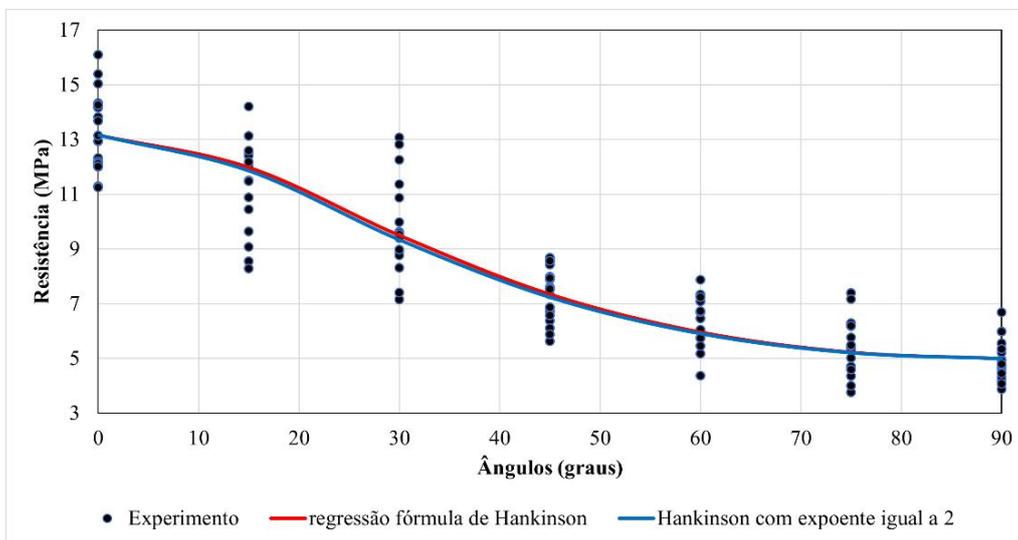
Conforme se observa na Tabela 2, os valores dos parâmetros β variaram, nestas pesquisas, entre o valor mínimo de 1,82 a um valor máximo de 2,18. A NBR 7190 (2022), por exemplo, adota para propriedades mecânicas da madeira o valor fixo igual a 2 para tal parâmetro. Ainda, como se apresenta, nestes cinco trabalhos de pesquisa, os coeficientes de determinação das equações de regressão podem ser considerados satisfatórios dado que o pior ajuste estaria explicando 67% da variabilidade e, em média, as equações estariam explicando 79% do fenômeno. Destaca-se aqui que a colagem em ângulos exige uma seleção difícil de ser obtida com perfeição uma vez que seria preciso contar com lâminas de madeira com orientação bem caracterizada das fibras. Para além das características anatômicas da espécie e influências diversas no crescimento do vegetal, o processamento conduzido no desdobro de toras e obtenção de tábuas pode gerar desvios (Pedro *et al.*, 2014; Lima & Stape, 2017). Ainda, como agente interveniente neste tipo de pesquisa, é necessário contar com pesquisadores hábeis em identificar eventuais desvios,

muitas vezes não perceptíveis a olho nu. Estas e outras dificuldades colaboram para considerar os valores obtidos para os coeficientes de determinação satisfatórios.

Parece também interessante o fato de que, em média, o parâmetro β da regressão retornou um valor muito próximo do valor adotado em normas e igual a 2. A média experimental obtida foi igual a 2,02. Embora não se deseje aqui esgotar outros aspectos associados à aplicação da fórmula de Hankinson, exceto aqueles aplicáveis à colagem, alguns trabalhos podem ser citados. Kollman & Côté (1968) avaliando a variação da resistência da madeira à tração, atestam que a fórmula de Hankinson possui expoentes dos seno e cosseno da equação com valores entre 1,5 a 2. Os mesmos autores atestam que a resistência à compressão, sob ação de esforços inclinados, poderia ser obtida pela fórmula de Hankinson com o parâmetro β com valores próximos a 2,5. Recentemente Fu *et al.* (2022) desenvolveram um programa experimental trabalhando com o Método dos Elementos Finitos, associados a aplicação da fórmula de Hankinson, para estimar a resistência à compressão e a rigidez da madeira, sob vários teores de umidade e diferentes direções de carregamentos em relação às orientações naturais do material lenhoso. Os autores concluíram pela possibilidade de emprego da fórmula de Hankinson, na condição de estimadora e, além, disto, utilizaram a equação com o valor β igual a 2. Consideradas as evidências apontadas em diferentes trabalhos pode-se admitir, portanto, que o expoente dos seno e cosseno da equação varia em torno do valor 2.

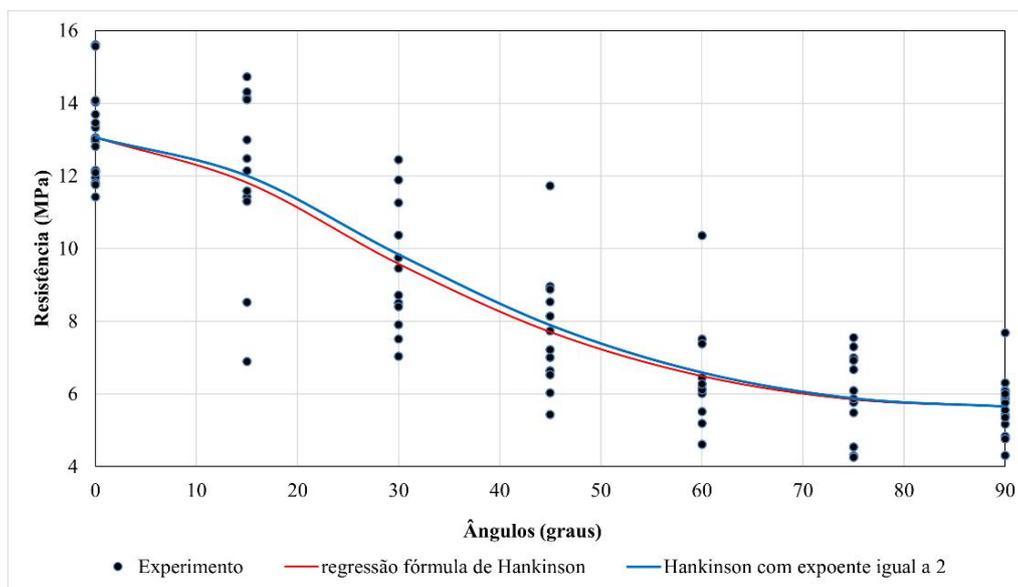
Para obter-se uma avaliação mais detalhada dos resultados experimentais obtidos nestes cinco trabalhos, nas Figuras de 1 a 5 representa-se, para cada pesquisa, os resultados experimentais da resistência ao cisalhamento sob compressão, os resultados estimados pela fórmula de Hankinson dados pelas equações de regressão obtidas (linhas em vermelho) e os resultados estimados fornecidos quando se usa a fórmula de Hankinson com o expoente dos seno e cosseno igual a 2 (linhas em azul). Numa primeira análise, percebe-se que as duas estimativas são sempre muito próximas.

Figura 1 - Representação gráfica dos resultados do Trabalho 1: *Eucalyptus Grandis* e Resorcinol Formaldeído.



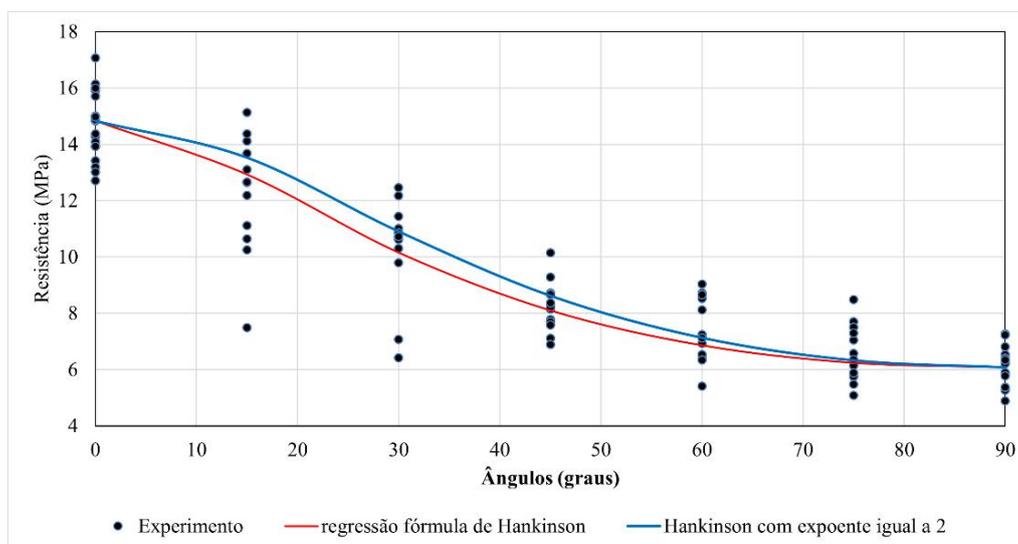
Fonte: Autores (2022).

Figura 2 - Representação gráfica dos resultados do Trabalho 2: *Lyptus* e adesivo à base de mamona.



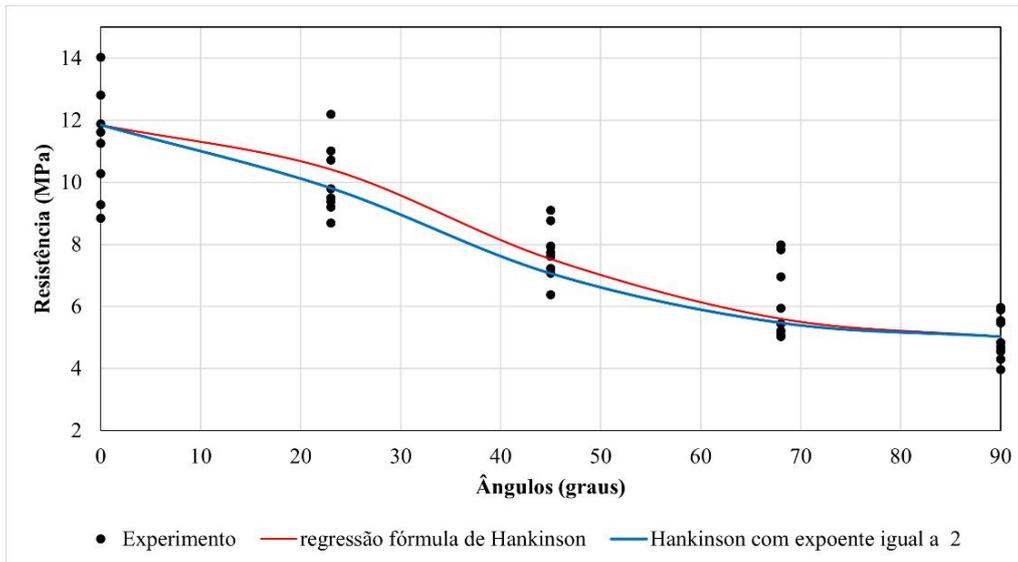
Fonte: Autores (2022).

Figura 3 - Representação gráfica dos resultados do Trabalho 3: *Lyptus* e Resorcinol Formaldeído.



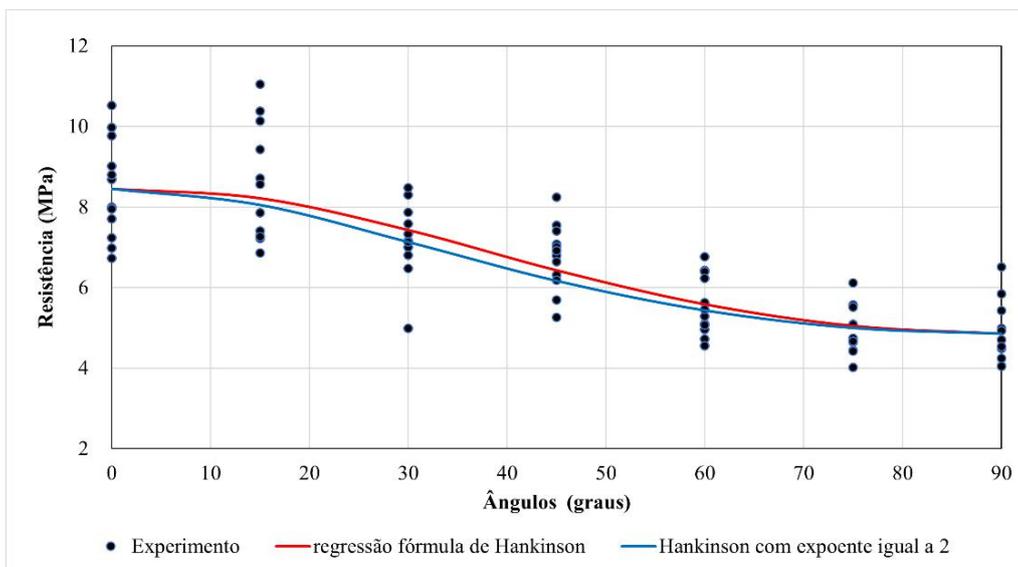
Fonte: Autores (2022).

Figura 4 - Representação gráfica dos resultados do Trabalho 4: *Lyptus* e Resorcinol Formaldeído.



Fonte: Autores (2022).

Figura 5 - Representação gráfica dos resultados do Trabalho 5: *Eucaliptus sp.* e Resorcinol Formaldeído.



Fonte: Autores (2022).

Da análise dos resultados expostos pode-se perceber que quando a equação de regressão retorna o parâmetro β superior a 2 esta equação superestima a resistência das juntas em relação ao valor usual para $\beta = 2$. Conforme é possível ver nas Figuras 1, 4 e 5, isto ocorreu para os três experimentos conduzidos. A implicação prática equivale a dizer que nestes três casos o uso da fórmula com expoente dos seno e cosseno igual a 2 tornaria as estimativas mais seguras. Nos casos em que as equações retornaram $\beta < 2$ a estimativa com $\beta = 2$, retornaria um valor menos seguro. Isto ocorreu, nesta avaliação, para duas situações: uso da madeira de *Lyptus* e dois adesivos diferentes, resorcinol e mamona (Figuras 2 e 3).

Outra análise conduzida por trabalho foi a avaliação dos erros experimentais. Nesta análise procurou-se evidenciar se as estimativas das equações de regressão permitiriam afirmar estatisticamente se os valores experimentais teriam desvios nulos em relação às médias.

Na Tabela 3 são apresentados os resultados dos intervalos de confiança, a 95% de probabilidade, para os desvios experimentais em relação às médias dadas pelas equações de regressão. Conforme se observa, para todos os cinco trabalhos, os intervalos de confiança para os desvios experimentais contêm o valor zero. Desta forma constata-se que, para estes cinco trabalhos, pode-se aceitar a hipótese de desvios nulos.

Por fim, com as informações obtidas das análises de regressão, pôde-se calcular também os intervalos de confiança, a 95% de probabilidade, para os parâmetros β estimados. Isto também é apresentado na Tabela 3. Nota-se que para os intervalos obtidos para os parâmetros β apenas no Trabalho 3 o valor possível $\beta = 2$ não está contido. Neste Trabalho 3 foi usada a madeira de *Lyptus* e o adesivo foi o Resorcinol Formaldeído. De maneira geral, adotar $\beta = 2$ pode ser um procedimento facilitador na condução de projetos. Isto se justifica dado que a obtenção do melhor valor de β , exigiria uma análise de regressão embasada em ensaios com diferentes séries de ângulos. Nesta pesquisa o trabalho que empregou a menor série usou cinco ângulos de colagem. A adoção de $\beta = 2$ exigiria o uso de apenas duas séries: 0° e 90° .

Tabela 3 - Intervalos de confiança para os desvios experimentais e intervalos de confiança para o parâmetro β da regressão, a 95% de probabilidade.

Trabalhos	Intervalo de confiança dos desvios experimentais em relação à média (95%)	Intervalo de confiança para o parâmetro β da regressão (95%)
	$\text{valor}_{\text{inferior}} \leq \text{Desvios} \leq \text{valor}_{\text{superior}}$	$\beta_i \leq \beta \leq \beta_s$
1	$-0,4845 \leq \text{Desvios} \leq 0,5876$	$1,9339 \leq \beta(2,0426) \leq 2,1514$
2	$-0,2225 \leq \text{Desvios} \leq 0,2412$	$1,7761 \leq \beta(1,9304) \leq 2,0848$
3	$-0,4441 \leq \text{Desvios} \leq 0,6530$	$1,7051 \leq \beta(1,8205) \leq 1,9358$
4	$-1,0170 \leq \text{Desvios} \leq 1,3221$	$1,9644 \leq \beta(2,1838) \leq 2,4033$
5	$-0,3774 \leq \text{Desvios} \leq 0,3973$	$1,9722 \leq \beta(2,1196) \leq 2,2670$

Fonte: Autores (2022).

Na Tabela 4 apresenta-se a estimativa dos intervalos de confiança para os erros experimentais caso a equação de Hankinson seja aplicada com o parâmetro $\beta = 2$. Perceba-se que, neste caso, para todos os cinco trabalhos a estimativa dos desvios também contêm o zero. Portanto, o uso da fórmula com $\beta = 2$ não implicaria, estatisticamente, em negar desvios nulos. O que se apresenta, contudo, comparando-se as Tabelas 3 e 4, é que o uso de $\beta = 2$, resultou em ter intervalos de confiança deslocados para a esquerda (valores negativos) ou deslocados para a direita (valores positivos). Para os trabalhos aqui apresentados o maior deslocamento ocorreu para a esquerda no Trabalho 3. Neste sentido, parece não ser coincidência que este Trabalho não contenha o valor 2 para o intervalo de confiança dos parâmetros β , conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 4 - Estimativa dos intervalos de confiança para os erros experimentais para estimativas de resistência usando $\beta = 2$ na fórmula de Hankinson.

Trabalhos	Intervalos de confiança a 95% dos desvios experimentais em relação à média quando a fórmula de Hankinson é usada como $\beta = 2$
1	$-0,3801 \leq \text{Desvios} \leq 0,6658$
2	$-0,4137 \leq \text{Desvios} \leq 0,1257$
3	$-1,1185 \leq \text{Desvios} \leq 0,4381$
4	$-0,0894 \leq \text{Desvios} \leq 1,1940$
5	$-0,2028 \leq \text{Desvios} \leq 0,5926$

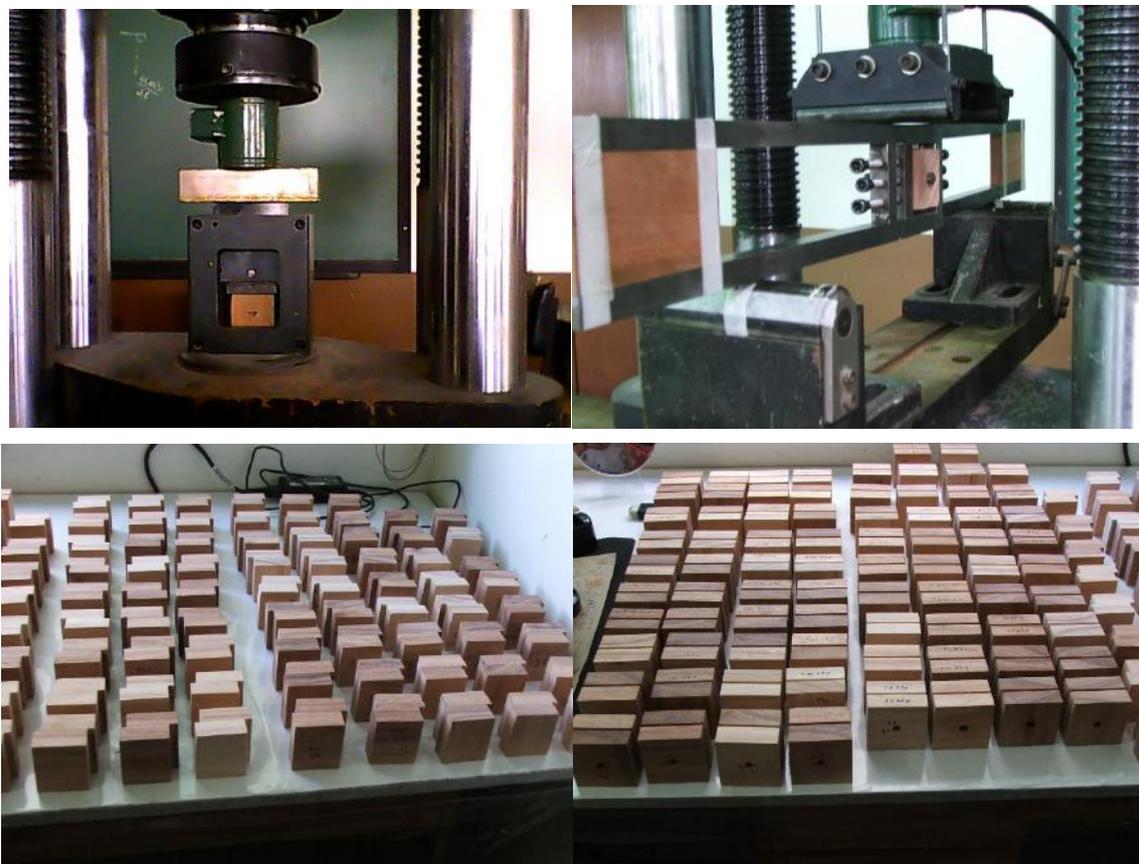
Fonte: Autores (2022).

3.2 Análise comparativa do desempenho de juntas coladas sob compressão e torção

Dos cinco trabalhos desenvolvidos três deles permitiram comparar a resistência de juntas coladas rompidas ao cisalhamento na compressão (ASTM D 905, 2013) com a resistência de juntas coladas rompidas ao cisalhamento por torção. Tais comparações para estes trabalhos foram conduzidas para todas as séries de ângulos utilizados na colagem das juntas. Contudo, para os Trabalhos 2 e 3, isto já foi feito por Petruski *et al.* (2020). Os autores propuseram uma metodologia para ensaio de juntas coladas sob torção ou momento de torção. Obtiveram a evidência de que o desempenho das juntas é diferenciado quando o ensaio promove a ruptura na compressão e na torção.

Na Figura 6 são ilustrados os dois aparatos distintos e seus respectivos corpos de prova. Os corpos de prova ilustrados foram parte dos utilizados na condução dos Trabalhos 2 e 3, os quais usaram a madeira comercial chamada de *Lyptus*.

Figura 6 - À esquerda, aparato normativo e corpos de prova para ensaio de cisalhamento na compressão; À direita, aparato proposto e corpos de prova para ensaio de cisalhamento na torção.



Fonte: Autores (2022).

Na Tabela 5 apresenta-se o resumo das evidências obtidas por Petruski *et al.* (2020). Observa-se que tanto para o adesivo à base de óleo de mamona quanto para o adesivo Resorcinol Formaldeído, há diferença na resistência apresentada em seis das sete séries estudadas. Ainda, os autores concluíram que a resistência das juntas sob torção é menos sensível à variação do ângulo de colagem.

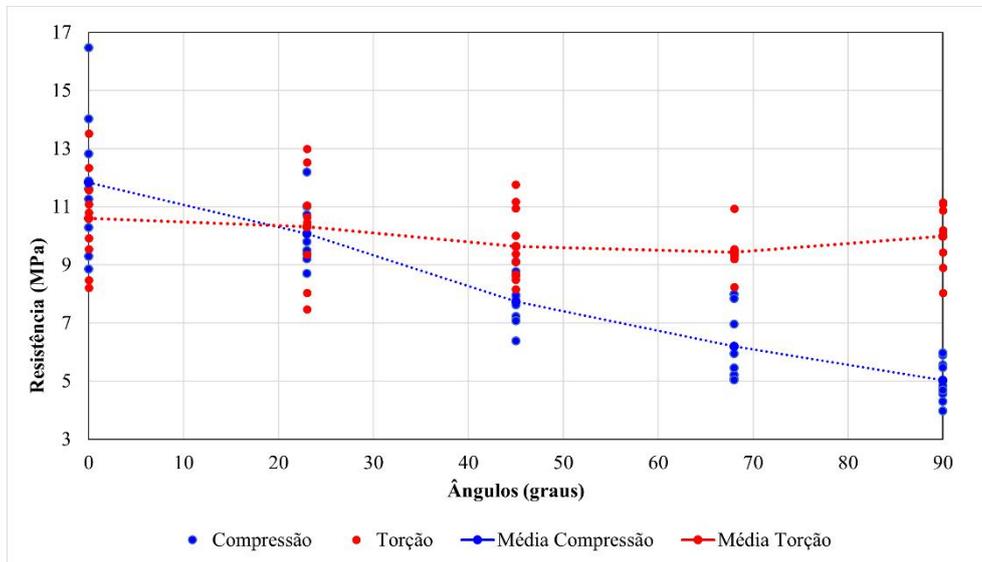
Tabela 5 - Comparações entre médias experimentais da resistência obtida em ensaios de compressão e de torção para os Trabalhos 2 e 3

Ângulo (graus)	Resistências médias (MPa) para adesivo à base de óleo de mamona ¹			Resistências médias (MPa) para adesivo resorcinol formaldeído ¹		
	Número de corpos	Compressão	Torção	Número de corpos	Compressão	Torção
0	8	13,05(10,74) ^a	9,77(14,47) ^b	20	14,84(9,45) ^a	10,43(13,56) ^b
15	12	12,27(12,24) ^a	10,22(15,38) ^b	12	12,72(11,81) ^a	10,85(14,48) ^b
30	12	9,44(20,44) ^a	10,32(18,99) ^a	12	11,05(17,47) ^a	11,33(17,30) ^a
45	12	7,74(12,67) ^b	10,27(13,05) ^a	16	8,37(11,74) ^b	11,09(12,08) ^a
60	12	6,28(20,51) ^b	8,82(17,11) ^a	14	7,48(17,21) ^b	10,58(14,26) ^a
75	12	5,98(25,14) ^b	8,81(11,37) ^a	12	6,88(21,87) ^b	10,77(9,30) ^a
90	16	5,66(14,74) ^b	8,20(7,34) ^a	18	6,15(13,56) ^b	10,13(5,94) ^a

¹médias, na linha, por adesivo, seguidas pela mesma letra, não diferem ao nível de 5% pelo teste de Tukey. Entre parênteses o coeficiente de variação (C.V.%). Fonte: Petruski *et. al.* (2020).

Na Figura 7 apresenta-se os dados experimentais obtidos para as resistências à compressão e aquelas obtidas à torção para os dados do Trabalho 4. Neste caso, optou-se por inserir linhas pontilhadas ligando os resultados médios dos dois ensaios para cada série de ângulos. Perceba-se que a série rompida por compressão indica perda de resistência à medida que a colagem é feita para ângulos crescentes. Ao contrário, no ensaio sob torção, a resistência sofre pouca influência do ângulo de colagem.

Figura 7 - Resultados experimentais e médias de resistência à compressão e torção para o Trabalho 4.



Fonte: Autores (2022).

Na Tabela 6 é apresentado o resumo da ANOVA dos resultados do Trabalho 4. Percebe-se que os fatores Ensaio e Ângulo foram significativos a 1% de probabilidade. Ainda, a interação dos fatores foi igualmente significativa. Portanto, os fatores: tipo de Ensaio, ângulos de colagem e suas interações afetaram o desempenho resistente das juntas.

Na Tabela 7 apresenta-se o estudo da interação entre o ângulo de colagem e o tipo de ensaio. Neste caso, para os cinco ângulos de colagem, houve diferença significativa de resistência em três deles por ensaio conduzido. Isto ocorreu para os ângulos de 45°, 68° e 90°. Isto evidencia, novamente, que o ensaio à torção é menos sensível ao ângulo de colagem. Ainda, observada a

variação ilustrada na Figura 7, por exemplo, a fórmula de Hankinson não parece adequada à obtenção da estimativa de resistência quando o ensaio é conduzido sob torção. Isto parece relevante e é tratado no item 3.3.

Tabela 6 - Resumo da ANOVA para os resultados experimentais do Trabalho 4

Fonte de variação	G.L.	Quadrado médio	F
Ensaio	1	72,2982	36,684**
Ângulo	4	43,9207	22,285**
Teste x Ângulo	4	26,0192	13,202**
Resíduo	78	1,9709	

**significativo a 1%. Fonte: Autores (2022).

Tabela 7 - Teste de médias das resistências por tipo de ensaio e por ângulo de colagem para o Trabalho 4.

Ângulos de colagem (graus)	Resistências médias (MPa) para ensaios à compressão e torção ¹		
	Número de corpos	Compressão	Torção
0	9	11,84(20,13) ^a	10,60(16,53) ^a
23	8	10,07(11,47) ^a	10,31(19,03) ^a
45	10	7,74(10,18) ^a	9,63(13,20) ^b
68	8	6,19(19,03) ^a	9,43(7,79) ^b
90	9	5,03(14,30) ^a	9,98(10,45) ^b

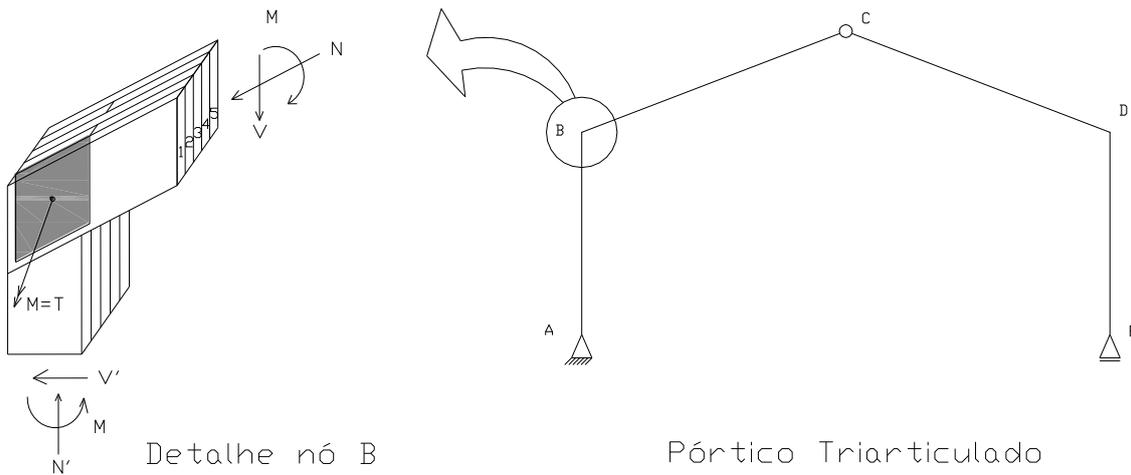
¹médias, nas linhas, seguidas pela mesma letra, não diferem ao nível de 5% pelo teste de Tukey. Entre parênteses o coeficiente de variação (C.V.%). Fonte: Autores (2022).

3.3 Aplicações na colagem de estruturas

Numa ligação colada feita multilaminada conforme indica a Figura 8, as barras concorrentes poderão estar sujeitas simultaneamente ao momento fletor (M), força normal (N) e força cortante (V). Para os planos colados resistentes, conforme hachura, o momento fletor atuará como momento de torção ($M = T$). Como consequência da ação simultânea de M, N e V, na verificação/dimensionamento deste tipo de ligação, parece importante avaliar a resistência ao cisalhamento para esforços normais e, adicionalmente, avaliar a resistência ao cisalhamento motivada por momentos de torção.

Couri Petruski (1999) e Petruski (2000) realizaram o projeto, a construção e testes de pórticos treliçados feitos laminados e colados e, no dimensionamento das ligações haja vista a predominância dos esforços normais, a fórmula de Hankinson foi fundamental para a definição das áreas coladas. Posteriormente, Couri Petruski *et al.* (2016), Stringari *et al.* (2020), Filippini (2020) e Possa *et al.* (2022) trabalharam com pórticos de barras retas, cuja geometria é idêntica a apresentada na Figura 8. Neste caso, as juntas coladas trabalham fundamentalmente à flexão embora também atuem forças. Em tais empregos parece que a verificação da ligação colada deva considerar tanto as estimativas obtidas pela fórmula de Hankinson quanto as resistências de juntas sob torção.

Figura 8 - Pórtico triarticulado multilaminado e colado e detalhe da ligação do nó B.



Fonte: Autores (2022).

Neste contexto, embora este trabalho não tenha a pretensão de explorar aspectos estruturais, somente as evidências de pesquisas básicas associadas à colagem da madeira, isto tem consequências interessantes. Na avaliação de treliças (pórticos treliçados), haja vista o predomínio do esforço normal (N), a utilização da fórmula de Hankinson é fundamental para a condução de projeto econômico e seguro. Já na avaliação de pórticos, haja vista o predomínio do momento fletor (M), a estimativa via ensaio à torção pode garantir maior economia, com a segurança necessária.

4. Conclusão

A fórmula de Hankinson pode ser utilizada como uma estimadora adequada à previsão da resistência de juntas coladas à diferentes ângulos entre as fibras da madeira, quando tais juntas estejam sujeitas a forças normais.

Na dificuldade de produzir-se resultados experimentais para uma dada série de ângulos de colagem, o parâmetro $\beta = 2$, expoente dos seno e cosseno da fórmula de Hankinson, parece adequado à previsão para condução de projetos, sem perda da segurança.

Juntas coladas rompidas à compressão apresentam resistência diferente de juntas coladas rompidas sob momento fletor/torçor. As evidências apontaram para uma perda de resistência daquelas submetidas à compressão à medida que os ângulos de colagem crescem de 0° a 90° , sendo válida a estimativa da variação com a fórmula de Hankinson. No caso de juntas à torção, a resistência apresentada sofre menor ou nenhum efeito do ângulo de colagem.

Tanto a fórmula de Hankinson quanto ensaios conduzidos à torção podem assegurar verificações de ligações coladas seguras e econômicas, a partir de ensaios de caracterização mínima, envolvendo a determinação das resistências ao cisalhamento de juntas sob compressão para os ângulos de 0° e 90° e a resistência de juntas coladas sob torção para o ângulo de 90° . Neste caso, a sugestão deste ângulo equivale a uma previsão mais pessimista e, portanto, a favor da segurança.

Consideradas as condições de desenvolvimento das pesquisas aqui exploradas, sugere-se a condução de pesquisas complementares, na perspectiva de usar outras espécies de madeira, tais como coníferas de reflorestamento, na condução da caracterização da resistência de juntas coladas em ângulos, incluindo o ensaio normatizado e o proposto por Petruski *et al.* (2020). Sugere-se, também, utilizar adesivos poliuretanos comerciais, para além do óleo de mamona, na caracterização de juntas coladas em ângulos.

Referências

- American Society for Testing and Materials (2013) *D 905*: Standard test method for strength properties of adhesive bonds in shear by compression loading. Pennsylvania.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2022). NBR 7190: Projeto de estruturas em madeira. Rio de Janeiro.
- Bodig J. & Jayne B. A. (1982). *Mechanics of wood and wood composites*. New York: Van Nostrand Reinhold Company.
- Braz R. L., Oliveira J. T. S., Rodrigues B. P. & Arantes M. D. C. (2013). Propriedades físicas e mecânicas da madeira de *Toona ciliata* em diferentes idades. *Revista Floresta*: 43 (4): 663-670. DOI: 10.5380/rf.v43i4.30559
- Cezaro J. A., Trevisan R. & Balbinot R. (2016). Propriedades físico-mecânicas da madeira de *Chrysophyllum marginatum*. *Pesquisa Florestal Brasileira*: 36 (86): 135-143. DOI: 10.4336/2016.pfb.36.86.884
- Couri Petruski S. M. F. (1999) *Desenvolvimento e teste de pórticos treliçados feitos de madeira de Eucalyptus citriodora e Eucalyptus grandis laminada e colada*. Dissertação Mestrado. Universidade Federal de Viçosa.
- Couri Petruski S. M. F. (2012). Desenvolvimento de pórticos de madeira laminada colada de eucalipto, utilizando adesivo à base de resorcinol e óleo de mamona. Tese Doutorado, Universidade Federal de Viçosa.
- Couri Petruski S. M. F., Carneiro A. C. O., Petruski M. C., Petruski A. (2010). Avaliação de juntas coladas com adesivos poliuretanos. Anais do XII Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira (XII EBRAMEM) – Lavras, MG.
- Couri Petruski S. M. F., Silva J. C., Petruski A. & Della Lucia R. M. (2016). Analysis of Eucalyptus glued-laminated timber porticos structural performance. *Revista Árvore*: 40 (5): 931-939. DOI: doi.org/10.1590/0100-67622016000500017
- De Paula E. V. C. M. & Hellmeister J. C. (1983). *Ligação colada entre peças de madeira submetida a momento torçor na lâmina de cola*. Anais do I Encontro Brasileiro em Madeiras e Estruturas de Madeira (I EBRAMEM) - São Carlos, SP.
- Filippini D. F. (2020). *Construção e ensaio de pórticos em madeira colada com reforço nas ligações*. Dissertação Mestrado. Universidade Estadual do Oeste do Paraná.
- Forest Products Laboratory (2021). *Wood Handbook: wood as an engineering material*. Madison, Wis.: The laboratory.
- Fu W. L., Guan H. Y., Li W., Sawata K. & Zhao Y. (2022). Elastoplastic performance of wood under compression load considering cross-grain orientation and moisture content. *European Journal of Wood and Wood Products*. DOI: doi.org/10.1007/s00107-022-01880-w
- Hsu M. C. (2014). *Estudo comparativo entre juntas coladas rompidas ao cisalhamento na compreensão e juntas rompidas ao cisalhamento na torção*. Relatório de Iniciação Científica, Universidade Estadual do Oeste do Paraná.
- Indústria Brasileira de Árvores (2021). *Relatório Anual Ibá 2021*. São Paulo.
- Kollman F. F. P. & Côté W. A. (1968). *Principles of wood science and technology*. New York: Springer Verlag.
- Lima I. L. & Stape J. L. (2017). Caracterização da madeira serrada em clones de Eucalyptus. *Pesquisa Florestal Brasileira*. 37 (89): 55–62. DOI: 10.4336/2017.pfb.37.89.1113
- Logsdon N. B., Finger Z., Jesus J. M. H. (2014). Influência do ângulo entre o esforço aplicado e a direção das fibras da madeira sobre a resistência ao cisalhamento. *Ciência Florestal*: 24 (4): 969-978. DOI: 10.1590/1980-509820142404016
- Marques A. (2002). *Validade do modelo de hankinson na predição da resistência de juntas coladas sujeitas a cisalhamento duplo*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual do Oeste do Paraná.
- Pedro F.S., Juizo C. G. F., Rocha M. P., Bila N. F. & Uetimane E. (2014). Avaliação do rendimento em madeira serrada de eucalipto para dois modelos de desdobro numa serraria portátil. *Floresta e Ambiente* 21 (4): 543-550. DOI: 10.1590/2179-8087.062213
- Petruski A. (2000). *Comportamento de ligações adesivas e avaliação experimental de tesouras de telhados feitas de laminado colado em madeira de Eucalyptus grandis*. Tese Doutorado. Universidade Federal de Viçosa.
- Petruski A., Couri Petruski S. M. F., Della Lucia R. M. & Petruski M. C. (2020). Methodology and device to obtain torsional shear strength of glued joints. *Floresta*: 50 (4): 1921-1930. DOI: 10.5380/rf.v50i4.67140
- Possa D. C., Petruski A., Couri Petruski S. M. F., Savaris G., Jordan R. A., Azevedo R. L., Possa D. C., Padilha V. H. L., Tomé K. T., Petruski M. C. & La Torre A. III E. (2022). Construção e ensaio de pórticos com tirante em madeira laminada colada. *Research, Society and Development*. 20 (2): e52711226109. DOI: 10.33448/rsd-v11i2.26109
- Stringari E. H., Petruski A., Couri Petruski S. M. F., Azevedo R. L. & Savaris G. (2020). Construction and testing of glued laminated timber frames for use in laying poultry houses. *Engenharia Agrícola*: 40 (2): 122-131. DOI: doi.org/10.1590/1809-4430-Eng.Agric.v40n2p122-131/2020