

Algumas potencialidades didáticas que emergem por meio da leitura da construção do astrolábio náutico na interface entre História e Ensino de Matemática

Some didactic potentialities that emerge through reading the construction of the nautical astrolabe at the interface between History and Mathematics Teaching

Algunas potencialidades didáticas que emergen a través de la lectura de la construcción del astrolabio náutico en la interfaz entre la Enseñanza de la Historia y la Matemática

Recebido: 29/10/2022 | Revisado: 12/11/2022 | Aceitado: 13/11/2022 | Publicado: 20/11/2022

Rebeca Oliveira Amarante

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5542-1361>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: rebeca.amarante05@aluno.ifce.edu.br

Ana Carolina Costa Pereira

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>

Universidade Estadual do Ceará, Brasil

E-mail: carolina.pereira@uece.br

Resumo

No presente artigo, apresentam-se os resultados preliminares de um estudo pautado na leitura do processo de construção do instrumento astrolábio náutico, descrito por Simão d'Oliveira, em seu tratado intitulado Arte de Navegar, publicado em 1606, com vista a contemplar algumas potencialidades didáticas para o ensino de Geometria. Levanta-se a hipótese de que, por meio da leitura do processo de fabricação do astrolábio náutico, associado a uma organização de ensino – baseando-se na articulação entre o contexto dos conceitos matemáticos que emergem do documento histórico original e o movimento do pensamento, atrelado à formação dessas concepções –, pode-se conduzir o aluno, em sala de aula, de maneira profícua para o desenvolvimento do processo de análise e síntese, de suma importância à formação conceitual. Desse modo, verificamos que, pela descrição do processo de construção do instrumento náutico, foi possível explorar alguns conhecimentos geométricos oriundos de algumas ações da descrição da fabricação do instrumento, como os conceitos de circunferência, diâmetro, mediatriz, ângulos, quadrante, perpendicularidade, graus, dentre outros.

Palavras-chave: Arte de navegar; Astrolábio náutico; Potencialidade didática; Interface entre história e ensino de matemática.

Abstract

This article presents the preliminary results of a study based on the reading of the construction process of the nautical astrolabe instrument described by Simão d'Oliveira in his treatise entitled Arte de Navegar, published in 1606, with a view to contemplating some didactic potentialities for the teaching geometry. The hypothesis is raised that, through the reading of the manufacturing process of the nautical astrolabe associated with a teaching organization - based on the articulation between the context of the mathematical concepts that emerge from the original historical document and the movement of thought, linked to the formation of these conceptions - can lead the student in the classroom in a fruitful way to the development of the process of analysis and synthesis, of paramount importance to the conceptual formation. In this way, we verified that through the description of the nautical instrument construction process, it was possible to explore some geometric knowledge arising from some actions of the instrument's manufacturing description, such as the concepts of circumference; diameter, bisector, angles, quadrant, perpendicularity, degrees, among others.

Keywords: Art of navigating; Nautical astrolabe; Didactic potential; Interface between history and mathematics teaching.

Resumen

Este artículo presenta los resultados preliminares de un estudio basado en la lectura del proceso de construcción del instrumento astrolabio náutico descrito por Simão d'Oliveira en su tratado Arte de Navegar, publicado en 1606, con vistas a contemplar algunas potencialidades didáticas para la enseñanza de la geometría. Se plantea la hipótesis de que, a través de la lectura del proceso de fabricación del astrolabio náutico asociado a una organización docente -basada en la articulación entre el contexto de los conceptos matemáticos que emergen del documento histórico original y el movimiento de pensamiento, vinculado a la formación de estas concepciones- puede conducir al estudiante en el aula de manera fructífera al desarrollo del proceso de análisis y síntesis, de suma importancia para la formación conceptual. De esta forma, verificamos que a través de la descripción del proceso de construcción del instrumento náutico, fue

posible explorar algunos conocimientos geométricos provenientes de algunas acciones de la descripción de la fabricación del instrumento, como los conceptos de circunferencia; diámetro, bisectriz, ángulos, cuadrante, perpendicularidad, grados, entre otros.

Palabras clave: Arte de navegar; Astrolabio náutico; Potencial didáctico; Interfaz entre la enseñanza de la historia y las matemáticas.

1. Introdução

São diversas as concepções que buscam atrelar a História da Matemática com o ensino e a aprendizagem de Matemática¹ (Pereira, et al., 2020; Santos, et al., 2021; Alves, et al., 2021). Entre elas, de maneira promissora, destaca-se a utilização de documentos históricos originais (documentos da época, que podem ser usados para o desenvolvimento de atividades em sala de aula), uma vez que tais documentos se configuram como potenciais recursos para o aperfeiçoamento de propostas didáticas que visam a contemplar a elaboração do conceito matemático. No entanto, a predileção e, posteriormente, o tratamento didático² dado a esses documentos é de suma importância quando se busca a promoção de um diálogo entre história, ensino e aprendizagem de Matemática (Silva & Saito, 2014; Batista & Pereira, 2021).

É importante ressaltar que, de acordo com Saito e Dias (2013), a realização de uma adequada articulação entre História da Matemática e Educação Matemática não é algo tão simples, visto que é preciso levar em consideração a necessidade de uma compreensão contextualizada dos objetos matemáticos em sua história e uma abordagem metodológica, que torne possível assegurar uma proposta didático-pedagógica. Assim, direcionamos nossas investigações para os processos de construção de interfaces³ entre história e ensino, considerando o contexto no qual os conceitos matemáticos foram produzidos e o movimento do pensamento na formação dessas concepções por meio de documentos originais.

Dentre os diversos documentos históricos originais que contêm conhecimentos matemáticos, escolhemos os tratados que discorrem acerca da construção, bem como do uso de "instrumentos matemáticos"⁴ (Bennett, 1991; Bennett, 1998; Bennett, 2003). É fundamental destacar que três premissas nos motivaram a escolher esse tipo de documento: I) possuem conhecimentos matemáticos; II) mobilizam distintas concepções matemáticas; e III) "possibilitam a apreensão da produção do conhecimento, enquanto processo, que se encontra sintetizado no próprio instrumento de medida" (Dias & Saito, 2014, p. 1228). Ainda, vale evidenciar que, de uma perspectiva histórica, tais tratados, como também os instrumentos matemáticos que estão neles contidos, impactaram grandemente o desenvolvimento do conhecimento científico, saber que estava atrelado às práticas matemáticas de sua época, mais especificamente, no início do século XVI (Saito, 2012).

Esses documentos históricos originais (tratados), que, anteriormente, foram deixados à margem no âmbito escolar, devido a uma vertente historiográfica tradicional⁵ da História da Matemática abordada em sala de aula, em pesquisas atuais⁶, têm-nos desvelado novas evidências, ofertando-nos um melhor entendimento de um ponto de vista mais contextualizado sobre os processos das concepções dos conhecimentos matemáticos (Dias & Saito, 2014).

Neste artigo, apresentamos um dos instrumentos matemáticos possíveis para serem utilizados em uma interface entre História e Ensino de Matemática, o astrolábio náutico, contido no tratado Arte de Navegar, escrito no início do século XVII, precisamente, no ano de 1606, pelo cosmógrafo-mor Simão d'Oliveira, que apresenta saberes em sua obra acerca das navegações, da astronomia, da cartografia e da cosmografia. O tratado de Oliveira (1606) traz consigo ainda a descrição da construção e do

¹ Para um maior aprofundamento nesses conceitos, vide Pereira e Saito (2018).

² É o tratamento realizado com o material antes de o mesmo ser utilizado em sala de aula, atentando-se ao seu idioma original, aos conhecimentos dos discentes acerca dele, ao objetivo do docente, ao público-alvo e ao tempo hábil para o seu uso (Silva & Pereira, 2021).

³ Segundo Saito e Dias (2013, p. 92), as interfaces são "o conjunto de ações e produções que provoca a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática".

⁴ Instrumentos matemáticos, de forma geral, são designados como aqueles que são utilizados para a realização de medidas ou, ainda, para a realização de cálculos matemáticos (cf. Saito & Dias, 2011).

⁵ Segundo Silva (2018, p. 16), a historiografia tradicional "trata do conhecimento do passado de forma presentista, ou seja, a partir de conceitos e definições existentes no presente. Além disso, ela também tem um olhar progressista, que presume que ciência do presente é a mais desenvolvida e a do passado tinha o objetivo de evoluir até a que se tem hoje".

⁶ Vide os estudos de Silva (2018), Batista (2018), Oliveira (2019) e Albuquerque (2019).

uso de instrumentos náuticos, como o astrolábio náutico. Uma versão desse documento histórico pode ser achada em formato digitalizado, disponível na Biblioteca Nacional de Portugal (BNP). Particularmente, buscamos, aqui, indicar algumas potencialidades didáticas⁷ oriundas da descrição do processo de construção desse instrumento em uma interface entre História e Ensino de Matemática. É essencial frisar que essas potencialidades emergiram de uma adequada análise contextualizada do documento estudado e do tratamento didático realizado inicialmente, que envolveram distintas ações.

Desse modo, o presente trabalho está dividido em duas sessões. Na primeira sessão, realizamos uma breve apresentação tanto do tratado *Arte de Navegar* (1606) e do instrumento matemático astrolábio náutico, quanto do contexto no qual estiveram inseridos. Na segunda sessão deste estudo, abordamos algumas das potencialidades didáticas que emergiram por meio da leitura da descrição do processo de construção do astrolábio náutico, contidas no tratado de Oliveira (1606).

2. Uma Breve Descrição do Tratado *Arte de Navegar* (1606)

O tratado *Arte de Navegar* foi publicado no início do século XVII, na cidade de Lisboa, no ano de 1606, por Simão d'Oliveira, um padre jesuíta e cosmógrafo-mor do Reino de Portugal⁸. Uma versão em formato digitalizado desse documento histórico encontra-se disponível na Biblioteca Nacional de Portugal (BNP).

É relevante destacar que, durante os séculos XV e XVI, Portugal passou por um intenso processo de desenvolvimento nas suas técnicas de navegação, que, futuramente, permitiriam um aprimoramento na condução das embarcações em alto-mar, assim como na habilidade de localização nos mares. Ainda nesse período, surge a Navegação Astronômica, viabilizada devido às conexões realizadas entre os saberes geográficos, astronômicos e, principalmente, matemáticos. Os conhecimentos matemáticos presentes, nessa época, foram utilizados para a construção e o manuseio de importantes instrumentos náuticos (Amarante & Pereira, 2021).

O período que permeou o início da expansão marítima de Portugal e a segunda metade do século XVII ficou conhecido como a “época de ouro” da marinharia portuguesa, uma vez que a Ciência Náutica se tornou cada vez mais evidente por causa das inovações navais e cartográficas que emergiram (Amarante & Pereira, 2021).

Portanto, surge a necessidade de desenvolvimento e de adaptação de instrumentos náuticos pela Coroa portuguesa, que auxiliassem e orientassem as navegações em alto-mar. Dentre os instrumentos desenvolvidos e adaptados para as navegações, podemos citar as balhestilhas, as bússolas, os astrolábios e os quadrantes náuticos, como também as régua e os compassos (Amarante & Pereira, 2021).

Logo, com a diversidade de instrumentos náuticos existentes nesse período, que demandavam certo nível de precisão para sua construção e seu uso, além da indispensabilidade de repassar os conhecimentos náuticos aos pilotos e navegantes a serviço do Reino de Portugal, surgem os primeiros tratados acerca das navegações. Essas obras continham informações sobre a cartografia, a cosmografia, a astronomia e as técnicas de pilotagem, que, nas palavras de Gesteira (2014, p. 1016-1017):

Navegar é uma “arte”; em outras palavras, tudo que era realizado ou confeccionado a partir de regras estabelecidas com auxílio da ciência. Como arte, a navegação era uma das vias de aplicação prática da matemática e da astronomia. [...]O fato é que eram textos voltados para a difusão da arte de navegar e com uma clara intenção de auxiliar aqueles que iam para o mar. Conforme indicado no subtítulo, “em que se ensinam regras práticas”, podemos inferir que a intenção desse gênero era ao mesmo tempo ensinar e auxiliar os pilotos, mas também assimilar práticas consagradas pelo uso dos navegantes e inseri-las em obras que buscavam o reconhecimento de autoridade entre os cosmógrafos e outros homens de ciências. É interessante lembrar que entre as transformações que contribuíram para a formação da ciência moderna

⁷ Nas palavras de Oliveira (2019, p. 18), uma potencialidade didática “emerge de um conjunto de conhecimentos que são mobilizados no processo de construção e no uso do instrumento e se constitui com a articulação desses conhecimentos com o currículo, público alvo e com a intencionalidade do professor...”, dessa forma, instituindo uma comunicação entre um registro de conceito antigo e um moderno.

⁸ O cargo de Cosmógrafo-mor estava a serviço do Reino de Portugal, sendo considerado o de mais alto valor na função pública desse período. Tal cargo foi instituído no início do século XVI e tinha como função verificar adequadamente os instrumentos náuticos que seriam utilizados pelos pilotos das naus, assim como supervisionar a formação teórica/prática, a aquisição de novos conhecimentos científicos e geográficos pelos homens do mar (Amarante & Pereira, 2021).

estão a observação de práticas artesanais e sua incorporação em tratados que buscavam estabelecer regras fundamentadas em teorias, ou seja, as técnicas muitas vezes utilizadas por práticos e artesãos passam a fazer parte das reflexões dos filósofos naturais e ganham assim estatuto de ciência.

Destarte, dentre os diversos tratados relacionados à esfera das navegações portuguesas desse período, estava inserido o tratado *Arte de Navegar* (1606), do português Simão d'Oliveira. Tal obra é composta por quatro livros, dos quais o primeiro contém dezesseis capítulos; o segundo, sete capítulos; o terceiro, vinte e seis capítulos e o quarto, cinquenta e três capítulos, que se intitulam respectivamente: os círculos da esfera artificial; os ofícios dos círculos da esfera artificial; a fabricação dos instrumentos náuticos; e do uso dos instrumentos náuticos e preceitos de navegar⁹.

3. O Astrolábio Náutico: Alguns Aspectos Acerca de sua Construção e Uso

As navegações transoceânicas trouxeram grandes e inúmeros desafios ao Reino de Portugal, que foram suplantados com a convergência das ciências astronômicas, náuticas e matemáticas. A Ciência Náutica possibilitou aos “homens do mar” a posse de instrumentos náuticos, tabelas de declinação do Sol, bem como de outros astros, roteiros e conhecimentos e também acerca das condições náuticas. É preciso salientar que todo o avanço na náutica portuguesa foi de extrema relevância para a correta condução das naus em direção ao porto seguro. Dentre os instrumentos náuticos que surgiram e, posteriormente, foram adaptados para a náutica portuguesa, estava o astrolábio náutico (Amarante & Pereira, 2021).

O processo de construção do astrolábio náutico, presente no tratado *Arte de Navegar*, é descrito da seguinte maneira:

Fundido por bom oficial ou pelo próprio navegante e curioso, se tanto seu engenho (ou empenho) alcançar, o Astrolábio de latão pelo modo ordinário da grandeza que a cada um mais contentar (o qual tanto será melhor quanto maior for) e torneado muito bem, de maneira que fique por todas as partes a mais igual e uniforme que puder ser, lançasse em papel uma linha de comprimento de seu Diâmetro, a qual dividida pelo meio descrevesse do ponto da divisão pelos dois pontos extremos da linha um Círculo que representa a Circunferência do Astrolábio, o qual se dividirá em quatro quadrantes com outra linha Diametral, que com a primeira se cruzara a ângulos retos no Centro e dele se descreverá outro Círculo junto ao primeiro pela parte de dentro e por junto deste se descrevam na metade superior dois semicírculos que com o segundo Círculo inteiro farão dois intervalos, um mais estreito que o outro, mas que compreendam ambos a largura do âmbito ou limbo do Astrolábio, no primeiro ficarão os graus de um em um e no segundo de 5 em 5 e dez em dez (Oliveira, 1606, p. 54).

Após, Oliveira (1606) detém-se em descrever os procedimentos relativos à forma de realização da graduação em graus do astrolábio náutico, detalhando como o instrumento deveria ser graduado. Assim, podemos observar que tal procedimento realizava-se pela subdivisão sucessiva das partes, como podemos verificar na descrição abaixo:

Descrito o astrolábio, resta dividi-lo, a qual divisão se fará desta maneira. Divide-se cada quadrante superior em três partes iguais, cada uma das quais se repartirá em outras três, e serão 9 e destas cada uma pelo meio e serão 18 que divididas cada uma em cinco ficará o quadrante dividido em 90 e cada uma das quais e ao centro do círculo, ajuntando uma régua se tirarão por elas linhas pequenas, lançando as que se tirem de 10 em 10 graus, por ambos os intervalos e as de 5 em 5 por um intervalo e parte do outro e as de um em um por um intervalo só, fazendo um grau branco e outro preto, aos quais se lhe porão os números de 10 em 10 começando os do ponto A e acabando em C e D onde se porão 90 (Oliveira, 1606, p. 54-55).

É importante ressaltar que o astrolábio, de acordo com Seed (1999), já existia desde a antiguidade e chegou em Portugal por intermédio de astrônomos, matemáticos e médicos de origem islâmica e judaica. Uma vez em território português, o instrumento foi logo adaptado para o uso na marinharia, o que possibilitou a utilização desse instrumento pelos pilotos das embarcações em alto-mar.

⁹ Para maior aprofundamento contextual do tratado *Arte de Navegar* (1606), vide mais informações em: Amarante e Pereira (2021).

Segundo Gesteira (2014, p. 1020), “em vez de ser planisférico, fabricado para observação noturna das estrelas, passou a ter a forma anelada, viabilizando a observação do Sol”. Tais modificações realizadas pelos portugueses tornaram possível ao instrumento tomar a altura do astro sem a necessidade de olhá-lo diretamente. O Reino de Portugal passa, então, a gloriar-se de suas conquistas oriundas do processo de desenvolvimento das ciências náuticas, sendo o astrolábio náutico uma dessas glórias. O que podemos perceber na citação abaixo:

Finalmente, afirmou que o instrumento foi inventado em Portugal, em tempo del Rei D. João II, por mestre Rodrigo, e mestre José, seus médicos, e por Martim de Bohemia, discípulo do grande João de Monte Regio, e por meio deste instrumento, feito a princípio de pau, é que os portugueses empreenderam os descobrimentos de terras incógnitas, e os conseguiram com grande glória sua (Pimentel, 1681, p. 15).

O instrumento astrolábio náutico (Figura 1) era de conhecimento dos persas, árabes e gregos, esses últimos lhe deram o nome e, adiante, chegou aos saberes dos europeus. Inicialmente, era utilizado em terra para observação dos astros, para a localização das estrelas em dado momento, hora e/ou local a partir do Sol.

Figura 1 - Astrolábio náutico (fabricação portuguesa do ano de 1555).



Fonte: Correia (2011).

O astrolábio náutico (Figura 1) também foi bastante utilizado para solucionar problemas geométricos, como mensurar a altura de um edifício ou a profundidade de um poço. Em seguida, com a simplificação do astrolábio náutico, realizada pelos portugueses, foi possível medir a altura dos astros em alto-mar, pois era essa a sua finalidade a bordo das naus.

4. Metodologia

A metodologia utilizada, no presente artigo, pautou-se nos pressupostos das pesquisas de Saito e Dias (2013, p. 92), que conceituam o desenvolvimento de uma interface como um “conjunto de ações e produções que provoca a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”.

Dessa forma, o desenvolvimento de uma interface tem a intenção de propiciar um ambiente favorável para a realização de uma articulação entre a História da Matemática, associada a uma historiografia atualizada, e o Ensino de Matemática, tendo por finalidade o processo de formação docente. Tal intervenção, durante o processo de formação do professor, visa a modificar a postura do mesmo diante dos percalços oriundos da incorporação de aspectos históricos nas aulas de Matemática, com vista à promoção de reflexões acerca do desenvolvimento da construção dos conhecimentos matemáticos (Dias & Saito, 2014).

No entanto, para que esse processo de articulação entre a História e o Ensino de Matemática seja iniciado, de acordo com Saito e Dias (2013), é preciso partir de um objeto de estudo, neste artigo, será utilizado o tratado *Arte de Navegar* (1606), mais especificamente, o livro terceiro, que versa sobre o processo de construção do instrumento astrolábio náutico.

Destarte, conforme os critérios de Silva e Pereira (2020), para a inserção de documentos históricos originais no âmbito escolar, pautou-se no seguinte critério: “qual a finalidade da implementação?”, em que se tencionava realizar uma mobilização dos conhecimentos geométricos oriundos do texto da construção do astrolábio náutico para articular a História e o Ensino de Matemática, sem sobrepor-los. Após, tendo-se como base o objeto de estudo selecionado, são executados dois movimentos, o “contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos”, bem como “o movimento do pensamento na formação do conceito matemático” (Saito & Dias, 2013).

Segundo Saito e Dias (2013), o propósito do primeiro movimento é o de explorar as três esferas de análise: a esfera contextual, a epistemológica e a historiográfica, para a realização de uma adequada contextualização do objeto de estudo a ser investigado. Já no segundo movimento, objetiva-se realizar um diálogo com o objeto a ser estudado, pretendendo-se trazer à luz questões de ordem epistemológica, matemática, didática, dentre outras, para que, assim, seja possível emergirem algumas potencialidades didáticas para o Ensino de Matemática.

Levando-se em consideração que o objetivo do presente estudo não é tratar o primeiro movimento na interface, focar-se-á nos resultados do segundo movimento, que despontaram por meio da leitura do processo de fabricação do instrumento astrolábio náutico contido no tratado *Arte de Navegar* (1606), evidenciando as possíveis potencialidades didáticas que possam surgir.

5. Resultados e Discussão

5.1 Algumas potencialidades didáticas que emergiram a partir da leitura da descrição do processo de construção e uso do astrolábio náutico

As potencialidades didáticas, que, possivelmente, possam emergir através do processo de reconstrução e uso dos instrumentos matemáticos, podem ser investigadas por meio de propostas que realizem uma articulação entre história, ensino e aprendizagem de Matemática, objetivando não apenas trazer à tona os conhecimentos matemáticos incorporados nesses instrumentos, mas, consoante Dias e Saito (2014, p. 1229), trazer “também a complexa rede de saberes que “esteve” e “está” presente no processo de sua construção e uso”. É importante destacar que o acesso a essas concepções e a esses saberes não é feito diretamente, uma vez que há a necessidade de realização de um estudo que os contextualize historicamente¹⁰.

As pesquisas realizadas por Saito e Dias (2011) e Saito e Dias (2013) mostraram que diversos instrumentos matemáticos foram construídos e aprimorados ao longo do século XVI, incorporando consigo as antigas práticas matemáticas, assim como revelando e tornando mais nítido um conjunto de saberes que era de conhecimento apenas de artesãos e “praticantes de matemáticas”¹¹. Ainda, para Saito e Dias (2013, p. 1229-1230), “a grande circulação desses novos instrumentos esteve relacionada a diferentes fatores de ordem teórica e operacional. Isso é notório, por exemplo, no crescente aumento da procura

¹⁰ Para maior aprofundamento desses aspectos, vide Willmoth (2009) e Saito (2014).

¹¹ Segundo Dias e Saito (2014, p. 1229), de uma maneira geral, “[...] os ‘praticantes de matemáticas’, expressão cunhada por Taylor e recentemente revista por Higton, correspondem a um grupo de estudiosos (artesãos e eruditos) que se interessaram por questões mais práticas da matemática”.

por instrução em geometria e aritmética mais prática [...]”, que tiveram suma importância para o desenvolvimento e o aprimoramento de técnicas para as navegações em alto-mar, tais como: cartografia, horografia, agrimensura, artilharia e fortificação. É nesse cenário que esteve inserido o instrumento astrolábio náutico.

No entanto, observa-se que as informações contidas nos tratados sobre os processos de construção e uso dos instrumentos matemáticos, especialmente, na obra de Oliveira (1606), que é objeto de estudo deste trabalho, são apenas descrições, não havendo a adequada explicação dos pormenores da fabricação e da utilização dos instrumentos. Acerca disso, sobre a obra *Arte de Navegar* (1606), de acordo com Albuquerque (1970, p. 56), “o tratado passa em claro todas as explicações quanto à sua construção, com o fundamento de se tratar de um instrumento muito conhecido”.

É imprescindível frisar que, em concordância com Saito e Dias (2012), era comum os tratados desse período (século XVI e XVII) serem direcionados para um público que já possuía certo domínio e conhecimentos matemáticos, tanto dos saberes que estavam contidos nos instrumentos quanto das práticas acerca das funções dos seus ofícios. Portanto, “os autores desses tratados não se preocupavam com os detalhes matemáticos, pois isso já era conhecido pelo público ao qual a obra estava direcionada” (Alves, 2019, p. 50).

Logo, isso pode justificar as razões pelas quais Oliveira (1606) não deixa claro, em sua obra, todos os detalhes dos procedimentos matemáticos para a construção e o uso do astrolábio náutico. Isso pode ser notado por meio da leitura dos textos descritos no terceiro livro do tratado, ficando nítido que esse documento histórico não era uma espécie de manual do “tipo faça você mesmo”, destinado a qualquer indivíduo, mas sim a um público que já possuía conhecimentos matemáticos, em particular, geométricos e de práticas de ofício necessários à construção de instrumentos.

A afirmação de haver conhecimentos geométricos presentes no tratado de Oliveira (1606) baseia-se na leitura sobre as orientações da construção do astrolábio náutico contidas na obra, nota-se que, para obter uma circunferência, como é orientado pelo autor, assim como para os procedimentos da realização da divisão de ângulos, é necessário o entendimento da Geometria, que já se encontrava à disposição nessa época.

Tal afirmação sustenta-se, posto que o tratado *Arte de Navegar* (1606) traz consigo longos trechos das anotações da Aula da Esfera, oriunda da Companhia de Jesus e ministrada no Colégio de Santo Antão (Lisboa), tendo como um dos mestres desse curso o Padre Francisco da Costa, um matemático jesuíta (Albuquerque, 1970). No prólogo do seu tratado, Oliveira (1606) faz menção a esse Padre, como um dos autores dos quais utilizou as doutrinas para a elaboração de sua obra.

Corroborando essa informação, em conformidade com Pereira (2000), grande parte do tratado escrito por Oliveira (1606) foi, de fato, uma cópia quase idêntica do manuscrito do Padre Francisco da Costa. Dessa maneira, seguindo esse raciocínio, segundo Leitão (2007), na Aula da Esfera, ministrada no Colégio de Santo Antão pelos mestres da Companhia de Jesus, orientava-se o estudo de *Os Elementos*, de Euclides; da Aritmética; da “Esfera” e de outros conteúdos. Nas palavras de Oliveira (1606, s/p), um outro autor moderno de quem a doutrina do seu tratado foi extraída era “Pêro Nunes Cosmographo dei Rey dom João”.

Essa linha de pensamento ratifica a literatura, que faz menção ao período no qual o tratado *Arte de Navegar* (1606) foi escrito, como afirma Leitão (2007, p. 19-21):

O nome desta “Aula” faz directa alusão ao ensino da cosmografia e introdução à astronomia, temas que, por usarem como texto o chamado Tratado da Esfera de Sacrobosco – uma obra introdutória, redigida no séc. XIII e depois muitas vezes parafraseada e comentada – foram habitualmente conhecidos como assuntos “de esfera”. Mas os temas que se trataram nessa Aula foram muito mais vastos. Para além dessa introdução aos assuntos cosmográfico-astronômicos, aí se ensinou também geometria – baseada no estudo dos primeiros livros dos *Elementos* de Euclides – aritmética e os rudimentos de álgebra, trigonometria, náutica e temas vários (quer teóricos, quer aplicados) de navegação, de geografia, hidrografia e cartografia. Ensinou-se também óptica, perspectiva e cenografia gnomónica, construção de instrumentos científicos de vários tipos e de máquinas simples, estática e hidroestática, técnicas várias de arquitectura e engenharia militar e outros assuntos relacionados (pirotecnia, balística, etc.), muitos tópicos de geometria aplicada (por exemplo,

agrimensura), etc. E ainda se abordaram outros temas, como por exemplo a astrologia, que embora relacionados com alguns dos anteriores, hoje não se consideram disciplinas científicas.

É imperativo destacar que, como mencionado, há fortes indícios para supormos que o processo de construção do astrolábio náutico possa envolver a utilização de conhecimentos relacionados à Geometria. Contudo, esse documento histórico original não deve ser interpretado (ou utilizado) como um material didático no entendimento dos dias de hoje, porque o contexto matemático em que fora desenvolvido é diferente do nosso atualmente. Muito menos o instrumento astrolábio, descrito no tratado, pode ser percebido como recurso didático estritamente, tendo-se em vista que a sua fabricação e a sua utilização objetivavam atender a um propósito que não visava à realização de uma instrução em Matemática, porém a um uso náutico de seu período (Dias & Saito, 2014).

Por isso, em uma perspectiva lógico-histórica, podem emergir elementos do instrumento e do tratado, com os quais torna-se possível compor um conjunto de ações direcionadas para o Ensino de Matemática (Dias & Saito, 2014). Nas palavras de Saito e Dias (2014, p. 1239), “as potencialidades didáticas, dessa maneira, devem emergir do movimento do pensamento no processo de apropriação do conhecimento incorporado não só no instrumento, mas também no tratado”.

Nesse sentido, no Quadro 1, a seguir, apresentamos uma visão ampla dos conteúdos matemáticos, mais especificamente, dos geométricos e de suas respectivas potencialidades didáticas no processo de construção do instrumento descrito por Oliveira (1606), no livro terceiro, página 54 de sua obra.

Quadro 1 - Processo inicial de construção do astrolábio náutico.

CONTEÚDO MATEMÁTICO	POTENCIALIDADE DIDÁTICA (AÇÃO)
Circunferência e diâmetro	AÇÃO – 1: Inicialmente, desenhe em um papel uma de linha de comprimento que será o diâmetro da circunferência; AÇÃO – 2: Esse diâmetro deverá ser dividido ao meio e, pelos dois pontos das extremidades, formará a linha do círculo que representa a circunferência do astrolábio náutico;
Mediatriz; ângulos; quadrante e perpendicularidade	AÇÃO – 3: Far-se-á uma outra linha diametral que cruzará com a primeira no Centro, formando ângulos retos, dividindo essa circunferência em quatro quadrantes;
Grau	AÇÃO – 4: Partindo do Centro descrever-se-á outro círculo junto ao primeiro pela parte interna, para formar um pequeno intervalo, em que serão dispostos os graus de intervalo de 1 em 1;
Arco de um semicírculo	AÇÃO – 5: Na parte interna, serão traçado dois semicírculos na metade superior que junto com o segundo círculo formarão dois intervalos, sendo um mais estreito que o outro, em que ficarão os graus de 5 em 5 e de 10 em 10.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Como exposto no Quadro 1, o processo de construção do instrumento se inicia pela realização de uma circunferência, Oliveira (1606) também orienta que seja feita uma divisão de ângulos. Desse modo, para efetuar as ações 1 e 2, deve-se traçar uma linha diametral, que será o diâmetro da circunferência, para que, em seguida, possa ser construído um círculo por meio de dois pontos nas extremidades. Assim, percebemos que, para a execução de tais ações, é preciso o entendimento prévio do conceito de circunferência que, em linhas gerais, é uma figura geométrica plana formada pela união de pontos equidistantes ao centro.

Já em relação à ação 3, descrita no Quadro 1, uma vez que a circunferência foi realizada, a mesma deve ser dividida em quatro quadrantes por meio da confecção de uma outra linha diametral, que cruzará com a primeira linha (feita na ação 1) ao centro, formando-se ângulos retos. Tendo-se como ponto de partida a primeira linha diametral, deverá ser construída uma

segunda reta perpendicular a ela, que passará exatamente pelo ponto médio da primeira, ao centro, formando-se, assim, ângulos retos. A segunda linha traçada se conceitua como mediatriz. Logo, para o desenvolvimento dessa ação, é indispensável o conhecimento prévio de mediatriz de um segmento, bem como a noção de reta perpendicular.

Na ação 4, expressa no Quadro 1, deverá ser confeccionado um outro círculo internamente, junto ao primeiro, formando-se um intervalo pequeno, em que deverão estar dispostos os graus dos intervalos de 1 em 1. Para a construção desse círculo, devem-se seguir as orientações indicadas na ação 2. Nessa etapa, é necessária a compreensão do conceito de grau, ou seja, a concepção de que grau é cada uma das 360 partes iguais em que se divide a circunferência.

Por fim, na ação 5, mostrada no Quadro 1, nos dois quadrantes superiores, deverão ser traçado dois semicírculos, que irão conter os graus de 5 em 5 e de 10 em 10. De modo geral, é fundamental ter o entendimento de que o arco de um semicírculo mede 180° .

Após a realização dessas ações, Oliveira (1606), nas páginas 54 a 55 do livro terceiro, passa a descrever as etapas de como realizar a graduação em graus no instrumento náutico. Portanto, observa-se que o procedimento era pela subdivisão sucessiva das partes.

Descrito o astrolábio, resta dividi-lo, a qual divisão se fará desta maneira. Divide-se cada quadrante superior em três partes iguais, cada uma das quais se repartirá em outras três, e serão 9 e destas cada uma pelo meio e serão 18 que divididas cada uma em cinco ficará o quadrante dividido em 90 e cada uma das quais e ao centro do círculo, ajuntando uma régua se tirarão por elas linhas pequenas, lançando as que se tirarem de 10 em 10 graus, por ambos os intervalos e as de 5 em 5 por um intervalo e parte do outro e as de um em um por um intervalo só, fazendo um grau branco e outro preto, aos quais se lhe porão os números de 10 em 10 começando os do ponto A e acabando em C e D onde se porão 90.[...] (Oliveira, 1606, p. 54-55).

É importante ressaltar que Oliveira (1606), novamente, não esclarece como podem ser confeccionadas essas divisões dos graus do astrolábio náutico. Entretanto, tendo-se como base os processos descritos no enxerto acima e partindo-se do passo a passo apresentado anteriormente, foram realizadas as seguintes ações, que estão dispostas no Quadro 2.

Quadro 2 - Processo de graduação do instrumento astrolábio náutico.

CONTEÚDO MATEMÁTICO	POTENCIALIDADE DIDÁTICA (AÇÃO)
Trisseção de um ângulo reto	AÇÃO – 6: Será dividido cada quadrante superior, feito nos passos anteriores (I a V), em três partes iguais;
Trisseção de um ângulo agudo	AÇÃO – 7: As três partes iguais deverão ser divididas em outras três partes iguais, em que cada quadrante superior possuirá 9 partes iguais;
Bissetriz de ângulos	AÇÃO – 8: Tendo-se como base a etapa VII, cada parte dividida igualmente deverá, novamente, ser repartida ao meio de forma igual, formando-se, agora, 18 partes iguais em cada quadrante superior;
Trisseção ou bissecção de ângulos	AÇÃO – 9: Cada parte formada, na etapa VIII, deverá ser dividida em mais 5 partes iguais, totalizando 90 partes iguais em cada um dos quadrantes superiores;
Graus	AÇÃO – 10: Após a divisão das 90 partes iguais em cada um dos quadrantes superiores, com o auxílio de uma régua, deverão ser traçadas linhas pequenas em intervalos de 10 em 10 graus, posteriormente, de 5 em 5 graus e de 1 em 1 grau (sendo um branco e outro preto).

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

No Quadro 2, para que a ação 6 possa ser realizada, deve-se dividir cada um dos quadrantes superiores em três partes iguais, assim, torna-se necessário fazer a divisão de um ângulo reto em três ângulos congruentes. Nessa etapa, para a confecção dessa repartição, serão essenciais o entendimento e a utilização da trisseção de um ângulo reto.

Para o desenvolvimento da ação 7, exposta no Quadro 2, em que cada ângulo de 30° foi confeccionado na ação anterior, deverá ser aplicada a trisseção de um ângulo agudo. Em outras palavras, cada parte de 30° será dividida em mais outras três

partes iguais. Já na ação 8, cada parte igual de 10° deverá ser repartida ao meio, isto é, para essa nova divisão, basta traçar a bissetriz de cada ângulo.

Para a realização da ação 9, tendo como base as 18 partes iguais divididas na ação 8, cada uma dessas partes deverá, novamente, ser dividida em mais 5 partes iguais. Assim, pode-se utilizar a trissecção ou bissecção de um ângulo com divisão em n partes iguais, vide o processo descrito no tratado de Oliveira (2019, p. 58-61) para um maior aprofundamento. Ao final dessa ação, serão totalizadas 90 partes iguais em cada um dos quadrantes superiores.

Na ação 10, no Quadro 2, após realizada a divisão das 90 partes iguais em cada um dos quadrantes superiores, orientada na ação anterior, deverão ser traçadas linhas pequenas com intervalos de 10 em 10 graus, posteriormente, de 5 em 5 graus e de 1 em 1 grau, sendo um grau branco e outro preto. Nessa ação, precisa-se compreender o conceito de grau.

Por último, para a finalização do processo de graduação do instrumento astrolábio náutico, de acordo com Oliveira (1606), a numeração dos graus deverá estar disposta em ordem crescente, iniciando-se do ponto A (0°) de 10° em 10° até o ponto C, o qual deverá ter a medida de 90° . O mesmo procedimento deverá ser realizado do ponto A ao ponto D. Vale frisar que essa maneira de graduar o instrumento, realizada nos quadrantes superiores, foi uma adaptação dos portugueses, como descreve Oliveira (2017, p. 44):

De início, essa graduação chamada 0-90-0 possuía o 90° no cume do arco graduado, junto à argola, decrescendo em ambos os lados até marcar o 0° nas extremidades do diâmetro horizontal do astrolábio. Assim, o instrumento sempre aferia a altura angular do astro. Posteriormente, em algumas versões, possuía o 0° no cume do arco indicando diretamente a distância zenital, a qual é complementar da altura e, junto com a declinação do Sol, constituem as duas medidas necessárias para calcular-se a latitude pelo regimento do Sol, um dos mais práticos, populares e preferidos regimentos usados pelos exploradores da Era das Navegações.

Segundo Pimentel (1681, p. 36), a decisão de estabelecer o ponto inicial, ponto A a 0° , fazia alusão ao zênite no astrolábio náutico, tornando-se, dessa forma, uma característica marcante do astrolábio náutico português:

O astrolábio que usam os pilotos portugueses começa sua graduação em nada, ou cifra no Zênite, que é debaixo do arganel, e acaba em 90 graus no Horizonte assim para uma como para outra parte, ao contrário dos astrolábios castelhanos que começam a graduação em nada no Horizonte e acabam em 90 graus no Zênite. O nosso modo é melhor porque por ele fica mais fácil a conta das regras do Sol, que tratarei no capítulo seguinte.

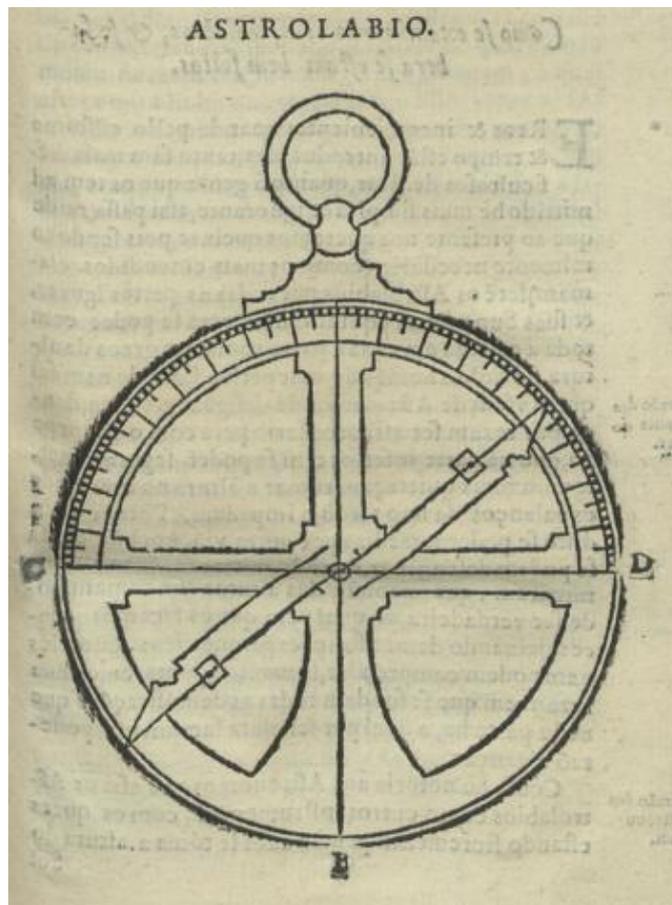
Após realizado todo o processo de graduação do instrumento, seguindo as orientações de Oliveira (1606, p. 55), o astrolábio náutico será, inicialmente, desenhado em um papel e, logo após, passado para o latão, “[...] assim os círculos como as linhas em a mesma distância, divisão e número que tiveram em papel, descrevendo os círculos com um compasso de pontas de aço e as linhas com uma ponta do mesmo, para que corte o latão divisando os graus com umas riscas pequenas, assim como em papel se usa fazer um em branco e outro em preto”. Destarte, em linhas gerais, o instrumento astrolábio possui o formato de uma circunferência, que é dividida em quatro quadrantes e cada quadrante possui sua graduação em graus, conforme explicitado anteriormente.

Fundir-se-á assim mais uma régua do mesmo latão do comprimento do Diâmetro do Astrolábio e de largura quase de dois dedos, sobre a qual depois de limada, se lançará pelo meio uma linha muito direita, que é a que chamamos de confiança, a qual dividida em duas partes descrevesse do ponto da divisão num pequeno Círculo, a Circunferência do qual toque nas extremidades da régua, cujas partes contrárias que sobraram se cortarão por tal arte, que fique a linha da confiança e Circunferência do Círculo inteira, e lavradas as pontas da régua com as galanterias que a vontade de cada um pode acrescentar ficará acabada a Díotra, ou como os nossos navegantes lhe chamam a Declina. Fundirão além disto duas laminas quadradas, chamadas pínulas, ambas de igual largura e comprimento, os quais não passarão da grandeza do Diâmetro do Círculo pequeno da Díotra, pelo meio de cada uma destas se lançará uma linha direita e nela se farão 2 buraquinhos, um maior que o outro (poste que os Astrolábios ordinários não tenha mais que em cada pínula um) igualmente distantes das raízes das sobreditas laminas, as quais assim acabadas se pegaram na Díotra, ou soldando-as,

ou fundindo-os com elas juntamente, mas de modo que diftem igualmente de seu Centro, caindo os buraquinhos ou linhas em eles estão perpendicular e diretamente sobre a linha da confiança. Esta Díotra se porá no Astrolábio por tal arte, que o Centro do Círculo pequeno dessa fique justamente sobre o Astrolábio, furando para os ditos Centros e metendo-lhe um prego de latão, cuja cabeça foi torneada e maior que o buraco, para que não faça fora e na ponta terá uma fenda, na qual se meta uma cunha do mesmo latão, chamada dos navegantes chaueta ou senão parafuso, para que um ou outro modo fique a Díotra apertada e ande ao redor. Ultimamente se fundirá um anel roliço e da grossura que o peso do Astrolábio o pedir, com dois engonfos, cujos Eixos se cruzem, o qual limado e preparado se porá no Astrolábio com um prego do mesmo material que atravesse os 2 buracos do engonfo inferior e do dente do Astrolábio, com o que ficara acabado o sobredito instrumento, cuja figura a que si representa e nela se vê tudo claramente (Oliveira, 1606, p. 55-56).

Isso posto, realizadas todas essas etapas, teremos o instrumento construído, como a Figura 2 ilustra abaixo:

Figura 2 - Astrolábio náutico contido no tratado Arte de Navegar (1606).



Fonte: Oliveira (1606, p. 57).

Na Figura 2, podemos observar algumas características do astrolábio náutico descrito por Oliveira (1606), o mesmo deveria ser fundido em latão: tipo circular dividido em dois quadrantes superiores e dois inferiores, possuindo uma graduação de 0° (no limbo do aparato) a 90° (letras C e D ilustradas na imagem acima) de 10 em 10 graus, com cada grau sendo marcado, alternadamente, com a cor preta ou branca, tendo, ainda, a alidade com suas pínulas fixadas no corpo, especialmente, no centro do instrumento.

6. Considerações Finais

No presente estudo, apresentamos apenas algumas possíveis potencialidades didáticas que podem emergir por meio da leitura do processo de construção do astrolábio náutico, descrito no tratado Arte de Navegar (1606). No entanto, é necessário

que essas potencialidades sejam devidamente exploradas, tendo-se em vista a realização de uma organização de ensino que busque realizar uma articulação dos conhecimentos geométricos incorporados no instrumento astrolábio náutico “[...] com o contexto histórico, o currículo escolar e o público-alvo, considerando a intencionalidade do professor de modo a gerar uma profícua atividade matemática aos estudantes” (Dias & Saito, 2014, p. 1250).

Levantamos a hipótese de que, com o uso de uma adequada abordagem de ensino que utilize as orientações contidas no tratado acerca do processo de construção do astrolábio náutico, pode-se levar o discente ao desenvolvimento de uma articulação entre a teoria e a prática de uma maneira mais acessível e lúdica durante o processo de análise e síntese, tão necessário à construção conceitual. Ainda, acreditamos que haja, segundo Dias e Saito (2014, p. 1250), “[...] o potencial de desenvolvimento, quando o estudante vivencia situações próximas às praticadas por seus antepassados ao longo da história”. Torna-se importante ressaltar que, com essa abordagem, há a possibilidade de superação de um processo de ensino que se inicia com uma síntese conceitual, uma definição ou uma situação em si, como, por exemplo, a exploração de conhecimentos geométricos usando apenas desenhos geométricos para um outro em que “[...] a construção de significado do conhecimento matemático pelo indivíduo dialogue com sua construção histórica” (Dias & Saito, 2014, p. 1250).

É essencial salientar que se deve estar atento à tal abordagem, de maneira a evitar que o processo de construção do astrolábio náutico finde-se nas malhas da formalidade de uma Matemática moderna, pois, consoante Dias e Saito (2014, p. 1250), “Os aspectos formais do conhecimento matemático não devem prefigurar a atividade, mas apenas norteá-la. Assim, num primeiro momento o instrumento e o tratado devem ser considerados historicamente [...]”. O que irá possibilitar aos docentes, como também aos discentes, perceberem as distintas relações entre as concepções e as noções já bem estabelecidas matematicamente. Assim, “as amarras conceituais, dessa maneira, são ressignificadas, dando acesso a conhecimentos não só matemáticos, mas também ‘extramatemáticos’” (Dias & Saito, 2014, p. 1250).

Em relação à utilização de documentos históricos originais, acreditamos que um adequado tratamento didático de tais documentos deve preservar as expressões não comumente utilizadas nos atuais livros didáticos. À vista disso, pode haver o levantamento de questionamentos por parte dos discentes. Portanto, será possível ao estudante “[...] desenvolver um diálogo com a história dos seus antepassados e, por outro, mostrar que nem todas as respostas estão no próprio documento e, com isso, colocar em evidência, no ambiente escolar, discussões sobre o movimento da produção de conhecimento” (Dias & Saito, 2014, p. 1251).

Os questionamentos e as formulações de hipóteses são partes integrantes do movimento do pensamento durante o processo de formulação dos conceitos pelo indivíduo, tornando possível, dessa forma, um cenário ideal para a apropriação dos significados dos conceitos. Para Dias e Saito (2014, p. 1251), “nesse processo, nem todos os aspectos envolvidos são de caráter somente matemático, como concebemos hoje, mesmo que o documento apresente o uso da matemática para algum fim”. Ademais, o levantamento desses questionamentos pode levar a uma busca em outros documentos, o que pode favorecer a continuidade das investigações em História da Matemática.

Como perspectivas futuras para o presente estudo, tem-se a intenção de aplicar as potencialidades didáticas identificadas nesta pesquisa, por meio da leitura do processo de construção do astrolábio náutico, descrito no tratado de Oliveira (1606), em sala de aula. Mais especificamente, com alunos do ensino básico, objetivando a promoção de reflexões acerca dos conhecimentos geométricos presentes na construção do instrumento náutico aqui abordado; ou, ainda, durante o processo de formação inicial de licenciandos em Matemática, na intenção de apresentar, a esse futuro professor de Matemática, formas de inserir a história no ensino de Matemática.

Referências

Albuquerque, L. D. (1970). Duas Obras Inéditas do Padre Francisco da Costa. (Códice NVT/7 do National Maritime Museum). *Revista de Ciências do Homem da Universidade de Lourenço Marques, Lourenço Marques, 1*, 169-402.

- Albuquerque, S. M. (2019). *Um estudo sobre a articulação entre a multiplicação contida no Traité de Gerbert (1843) e o ensino na formação de professores de matemática*. Dissertação de Mestrado, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Ceará.
- Alves, V. B. (2019). *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred*. Dissertação de Mestrado, Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará.
- Alves, V. B., de Albuquerque, S. M., Oliveira, F. W. S., Feitosa, R. A., & Pereira, A. C. C. (2021). Propostas metodológicas para desenvolvimento de práticas envolvendo a interface entre história e o ensino de matemática. *Research, Society and Development*, 10(1), e21910111650-e21910111650.
- Amarante, R. O., & Pereira, A. C. C. (2021). Aspectos Históricos e contextuais do tratado Arte de Navegar (1606) do português Simão D'Oliveira. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática*, 10(1/2), 136-152.
- Batista, A. N. de S. (2018). *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhustilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores*. Dissertação de Mestrado, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Ceará.
- Batista, A. N. de S., & Pereira, A. C. C. (2021). A balhustilha (1603) como um instrumento matemático para o estudo de medidas na formação de professores de matemática. *Acta Scientiarum. Education*, 43(1), 4.
- Bennett, J. A. (1991). The challenge of practical mathematics. *Science, culture and popular belief in Renaissance Europe*, 176-90.
- Bennett, J. A. (1998). Practical Geometry and Operative Knowledge. *Configurations*, 6(2), 195-222.
- Bennett, J. (2003). Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? *The British Journal for the History of Science*, 36(2), 129-150.
- Correia, C. A. C. (2010). *A arte de navegar de Manoel Pimentel: as edições de 1699 e 1712*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, Faculdade de Letras, Lisboa, Portugal.
- Gesteira, H. M. (2014) O astrolábio, o mar e o Império. *História, Ciências, Saúde-Manguinhos*, 21, 1011-1027.
- Leitão, H. (2007). *A ciência na " Aula da Esfera" no Colégio de Santo Antão: 1590* 1759*. Comissariado Geral das Comemorações do V Centenário do Nascimento de São Francisco Xavier.
- Oliveira, S. (1606). *Arte de Navegar*. Lisboa: Oficina de Pedro Crasbeeck.
- Oliveira, D. A. U. (2017). *As Grandes Navegações: aspectos matemáticos de alguns instrumentos náuticos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.
- Oliveira, F. W. S. (2019). *Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática*. Dissertação de Mestrado, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Ceará.
- Pimentel, M. (1681). *Arte prática de navegar e regimento de pilotos repartido em duas partes a primeira propositiva em que se propõem alguns princípios para melhor inteligência das regras de navegação: a segunda operativa em que se ensinam as mesmas regras para a prática: juntamente os roteiros das navegações das conquistas de Portugal, e Castela*. Lisboa: Antonio Craesbeeck de Melo.
- Pereira, J. M. M. (2000). *Experiências com Instrumentos e Métodos Antigos de Navegação*. Academia de Marinha.
- Pereira, A. C. C., & Saito, F. (2018). Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 5(14), 109-122.
- Pereira, A. C. C., Alves, V. B., Batista, A. N. de S., & Oliveira, F. W. S. (2020). Saberes docentes em estudos acadêmicos relacionados à história da matemática nos últimos cinco anos. *Research, Society and Development*, 9(3), e104932429-e104932429.
- Saito, F., & Dias, M. da S. (2011). Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. *Sociedade Brasileira de História da Matemática*, 45-58.
- Saito, F. (2012). Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos "matemáticos" do século XVI. *Anais do*, 13, 1099-1110.
- Saito, F., & Dias, M. S. (2013). Interface entre História da Matemática e Ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, 19(1), 89-111.
- Saito, F. (2014). Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. *Rematec*, 9(16), 25-47.
- Santos, A. G., Freire, D. F., & Pereira, A. C. C. (2021). Explorando as operações aritméticas no antigo Egito por meio da história da Matemática. *Research, Society and Development*, 10(3), e4310312944-e4310312944.
- Seed, P. (1999). *Cerimônias de posse na conquista da europeia do Novo Mundo (1492-1640)*. UNESP.
- Silva, M., & Saito, F. (2014). Algumas potencialidades didáticas do "setor trigonal" na interface entre história e ensino de matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(4), 1227-1253.
- Silva, I. C. (2018). *Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática: buscando critérios na articulação entre história e ensino*. Dissertação de Mestrado, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Ceará.
- Silva, I. C., & Pereira, A. C. C. (2021). Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 35, 223-241.
- Willmoth, F. (2009). 'Reconstruction' and interpreting written instructions: what making a seventeenth-century plane table revealed about the independence of readers. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 40(4), 352-359.