

## Uma aplicação do compasso de proporção na educação básica para o estudo do teorema de proporcionalidade

An application of proportion compass in basic education education to study the proportionality theorem

Una aplicación del compás de proporciones en la educación básica para el estudio del teorema de la proporcionalidad

Recebido: 24/11/2022 | Revisado: 06/12/2022 | Aceitado: 08/12/2022 | Publicado: 16/12/2022

**Thalya Cristiny de Sousa Masseno**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4136-6351>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

E-mail: [thalya.masseno06@aluno.ifce.edu.br](mailto:thalya.masseno06@aluno.ifce.edu.br)

**Ana Carolina Costa Pereira**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>

Universidade Estadual do Ceará, Brasil

E-mail: [carolina.pereira@uece.br](mailto:carolina.pereira@uece.br)

### Resumo

As pesquisas voltadas a história e ensino de matemática que permitem diálogos a partir de suas interfaces, estão em expansão no Brasil, principalmente as desenvolvidas mediante os estudos de instrumentos históricos matemáticos. Seguindo a mesma perspectiva, este artigo apresenta uma aplicação de atividade desenvolvida ao estudar o instrumento, compasso de proporção, contido no tratado *L'usage du compas de proportion* publicado em 1631, por Didier Henrion. O objetivo é mostrar a aplicação da atividade advinda ao manusear e estudar o instrumento histórico, compasso de proporção, permitindo significar e ressignificar os processos de construção geométrica do teorema de proporcionalidade. Na qual, a metodologia está fundamentada na abordagem qualitativa, auxiliada pelo trabalho em grupo na aplicação da atividade. Em relação aos resultados, destacou-se a autonomia dos alunos por conseguir investigar e tentar solucionar o problema, em que possibilitou relembrar conceitos de paralelismo, perpendicularismo, segmentos de retas, retas, retas transversais, alguns até conseguiram identificar que estavam trabalhando com o teorema da proporcionalidade. Logo, conclui-se que a partir do uso das linhas de partes iguais do instrumento compasso de proporção foi possível evidenciar potencial didático ao estudar teorema de proporcionalidade mediante o processo de desenvolvimento do desenho geométrico.

**Palavras-chave:** Compasso de proporção; Teorema de proporcionalidade; Trabalho em grupo.

### Abstract

Research focused on the history and teaching of mathematics, which allow dialogues based on their interfaces, are expanding in Brazil, mainly those developed through the study of historical mathematical instruments. Following the same perspective, this article presents an application of activity developed when studying the instrument, compass of proportion, contained in the treatise *L'usage du compas de proportion* published in 1631, by Didier Henrion. The objective is to show the application of the activity arising from handling and studying the historical instrument, the proportion compass, allowing to signify and re-signify the processes of geometric construction of the proportionality theorem. In which, the methodology is based on the qualitative approach, aided by group work in the application of the activity. Regarding the results, the autonomy of the students was highlighted for being able to investigate and try to solve the problem, in which it made it possible to remember concepts of parallelism, perpendicularism, line segments, straight lines, transversal lines, some even managed to identify that they were working with the theorem of proportionality. Therefore, it is concluded that from the use of lines of equal parts of the instrument compass of proportion it was possible to evidence didactic potential when studying theorem of proportionality through the process of development of the geometric design.

**Keywords:** Proportion compass; Proportionality theorem; Group work.

### Resumen

Las investigaciones centradas en la historia y la enseñanza de las matemáticas, que permiten diálogos a partir de sus interfaces, se están expandiendo en Brasil, principalmente aquellas desarrolladas a través del estudio de instrumentos matemáticos históricos. Siguiendo la misma perspectiva, este artículo presenta una aplicación de la actividad desarrollada al estudiar el instrumento, el compás de proporción, contenido en el tratado *L'usage du compas de ratio*

publicado en 1631, por Didier Henrion. El objetivo es mostrar la aplicación de la actividad derivada del manejo y estudio del instrumento histórico, el compás de proporciones, que permite significar y resignificar los procesos de construcción geométrica del teorema de proporcionalidad. En el cual, la metodología se basa en el enfoque cualitativo, auxiliado por el trabajo en grupo en la aplicación de la actividad. En cuanto a los resultados, se destacó la autonomía de los estudiantes para poder investigar y tratar de resolver el problema, en el que permitió recordar conceptos de paralelismo, perpendicularismo, segmentos de recta, rectas, transversales, algunos incluso lograron identificar que estaban trabajando con el teorema de proporcionalidad. Por lo tanto, se concluye que a partir del uso de líneas de partes iguales del instrumento compás de proporción se pudo evidenciar potencial didáctico al estudiar el teorema de proporcionalidad a través del proceso de elaboración del diseño geométrico.

**Palabras clave:** Compás de proporciones; Teorema de proporcionalidad; Trabajo en grupo.

## 1. Introdução

A história da matemática está sendo evidenciada pelos pesquisadores da educação matemática, que acredita ser possível existir um diálogo entre essas duas áreas a partir de uma interface entre história e ensino de matemática. Na qual, é um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática (Saito & Dias, 2013).

Entre os vários recursos que a história da matemática proporciona para interface, há os instrumentos históricos matemáticos, que possibilita discursões sobre o processo da construção do conhecimento em diferentes níveis, iluminando as atuais discussões sobre o uso de diferentes recursos materiais no ensino de matemática (Saito, 2016). É nesta perspectiva que o instrumento compasso de proporção<sup>1</sup>, advindo do tratado *L'usage de compas de proportion* publicado 1631 por Didier Henrion, foi utilizado para elaboração de atividades voltadas a estudar o teorema de proporcionalidade mediante o manuseio do instrumento.

O desenvolvimento da atividade foi pensado para que os alunos tivessem a oportunidade de relembrar conceitos esquecidos ou até mesmo não aprendidos do teorema de proporcionalidade a partir de construções geométricas com régua, compasso e compasso de proporção. Pois, segundo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Ministério da Educação, 2018) a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas. Este é um dos muitos problemas perceptíveis das salas de aulas, e essa atividade permitirá os alunos visualizarem a geometria pela geometria mediante os desenhos geométricos, e não através de fórmulas de área e volume.

Nesta perspectiva o Grupo de Pesquisa em Educação e Ensino de Matemática (GPEHM), vinculado a Universidade Estadual do Ceará (UECE) vem realizando pesquisas que envolvem o estudo de conceitos geométricos a partir da fabricação e uso de instrumentos históricos matemáticos, voltados a construção da interface entre história e ensino de matemática. E este artigo também é fruto da pesquisa realizada pelo GPEHM, especificamente foi uma atividade piloto de uma pesquisa de mestrado.

O objetivo deste artigo é mostrar a aplicação da atividade advinda ao manusear e estudar o instrumento histórico, compasso de proporção, permitindo significar e resignificar os processos de construção geométrica do teorema de proporcionalidade. Na qual, mediante uma abordagem qualitativa, que envolve a obtenção de dados descritivos procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo (Godoy, 1995), tendo o auxílio do trabalho em grupo para aplicação da atividade.

Este artigo está dividido em algumas seções, a primeira retrata sobre a metodologia, a segunda sobre Didier Henrion e sua obra que contém o instrumento, compasso de proporção. Em seguida, apresenta-se o instrumento e a função matemática de suas escalas, depois o lócus e sujeitos de aplicação da atividade histórica. E por fim, a apresentação e discursão da atividade e

---

<sup>1</sup> No tratado *L'usage du compas de proportion* de Didier Henrion, publicado 1631, nomeia o instrumento como compas de proportion, entretanto, no decorrer do foi traduzido o nome do instrumento para compasso de proporção.

finaliza com as considerações didáticas.

## 2. Metodologia

A metodologia desta pesquisa está amparada pela abordagem qualitativa, pois enquadra-se nas seguintes características destacadas por Ludke & André (2018): surgir um ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; os dados coletados são predominantemente descritivos; a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto; o significado que as pessoas dão às coisas; a análise de dados tende a seguir um processo indutivo.

A característica de surgir um ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, refere-se à ligação direta do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada. Identifica-se essa característica ao perceber que a sala de aula é o ambiente natural do pesquisador e a ação dos alunos é a situação que está sendo investigada, na qual relaciona-se diretamente com o professor que é o pesquisador.

A segunda característica também está presente pois obtiveram várias descrições dos passos realizados para desenvolver atividade, ou seja, das ações dos alunos. Há também fotos, desenhos e vídeos curtos que também descrevem o processo dos alunos ao realizar atividade. A terceira enquadra-se diretamente com a abordagem dessa pesquisa, pois no decorrer da leitura deste artigo é possível perceber que a preocupação da aplicação desta atividade não estava preocupada apenas com um produto, mas com o processo que fornecia a chegada das respostas, compreensões e ressignificações que os alunos realizavam no decorrer do processo.

O significado que os alunos dão as suas ações também foi relevante para essa pesquisa, entretanto, esta característica foi árdua pois o pesquisador tinha que instigar os alunos a deixarem evidentes suas perspectivas sobre as ações realizadas no decorrer do processo, isto gerou pontos de vistas diferentes que enriqueceu este artigo. E a quinta característica relacionada a análise de dados que aparentemente segue um processo indutivo, em que parte de uma questão particular para uma mais ampla.

## 3. Didier Henrion (~1580 - ~1632) e o tratado *L'usage du compas de proportion*

Informações sobre o nascimento e morte de Didier Henrion foram questionadas por Itard (1972) ao Michaud (1857), relatar que o nascimento ocorreu por volta do século XVI e sua morte em 1640. Segundo Itard (1972) estes elementos sobre Didier Henrion são imprecisos, acreditando na possibilidade de ter nascido a cerca de 1580 e sua morte não poderia ter ocorrido em 1640, pois a viúva de Didier Henrion, em 1632, vendia a edição francesa traduzida por seu falecido marido. Assim, Itard (1972) delimitou sua morte por volta de 1632 com a aparição desta tradução.

Didier Henrion pode ser considerado famoso pois, segundo Métin (2019), suas obras possui uma grande presença nas bibliotecas públicas podendo assim ser considerado popular mediante seus escritos, por sua vez, retratavam sobre diferentes assuntos desde aritmética á fortificação, cosmografia, álgebra e uso de instrumentos matemáticos.

Dentre as publicações, há *Memoires mathématiques recueillis et dressez em faueur de la noblesse française* publicadas em dois volumes, 1613 e 1627, em que seu público-alvo é a nobreza francesa, tendo no frontispício um resumo dos assuntos que serão explanados no decorrer do tratado, sendo eles: aritmética militar, construção de tabelas de senos, triângulos retilíneos, prática de vários problemas geométricos, dimensões de linhas retas, áreas, corpos, uso do compasso de proporção e construção de fortalezas (Henrion, 1613, tradução nossa).

Veja, no tratado apresentado havia relatos do uso compasso de proporção, sendo a partir deste tratado que Didier Henrion desenvolveu *L'usage du compas de proportion* a pedido de seus amigos e leitores, que segundo Masseno e Pereira (2021) queriam algo que relatasse mais sobre a fabricação e uso do compasso de proporção. Sendo assim, Didier Henrion atendeu aos pedidos publicando quatro edições deste tratado, e tendo novas edições publicadas e renovadas após sua morte.

Das quatro edições publicadas, a quarta edição foi a escolhida para ser estudada, por sua vez, é dívida em três partes: uma introdutória que retrata sobre a fabricação do compasso de proporção e explana sobre as quatro linhas presentes no instrumento; a segunda parte expõe 53 proposições que aborda exemplos de como usar as linhas explanadas na introdução; a terceira parte traz um apêndice composto por sete capítulos nas quais cinco retrata sobre as linhas Polygones, corps in scriptibles, d'egalité, Metalique e Tangentes, linhas extras que Henrion (1631) acrescenta no apêndice.

Ao decorrer do estudo deste tratado, escolheu-se entre as quatro linhas (de partes iguais, dos planos, das superfícies e das cordas) estudar as linhas de partes iguais do instrumento, por ser possível trabalhar com proporção e regra de três com os alunos.

### 3.1 O instrumento: Compasso de proporção

O instrumento compasso de proporção teve bastante repercussão entre os séculos XVI e XVIII nas caixas matemáticas daqueles chamados de engenheiros. Estas caixas possuem instrumentos considerados luxuosos voltados a desenhos e medições úteis, por isso são mais conservados do que as ferramentas utilizadas pelos desenhistas, ocupando em alguns museus os melhores locais de exposição (Dupraz, 1991).

O compasso de proporção é conhecido em várias localidades por nomes diferentes, por exemplo, na França chama compas de proportion, na Espanha pantometra e na Inglaterra de the sector. Vale ressaltar que este instrumento poderia ser moldado de acordo com a necessidade do praticante, por ser útil na agrimensura, na astronomia, navegação e até no ensino de disciplinas da época (Masseno & Pereira, 2021). Dupraz (1991) expõe ser possível resolver problemas aritméticos, mas também medir ângulos e inclinações no terreno, graças às suas ramificações de ângulo variável, equipadas com pínulas, se necessário, e montadas em uma haste. Ele ainda descreve um clássico instrumento

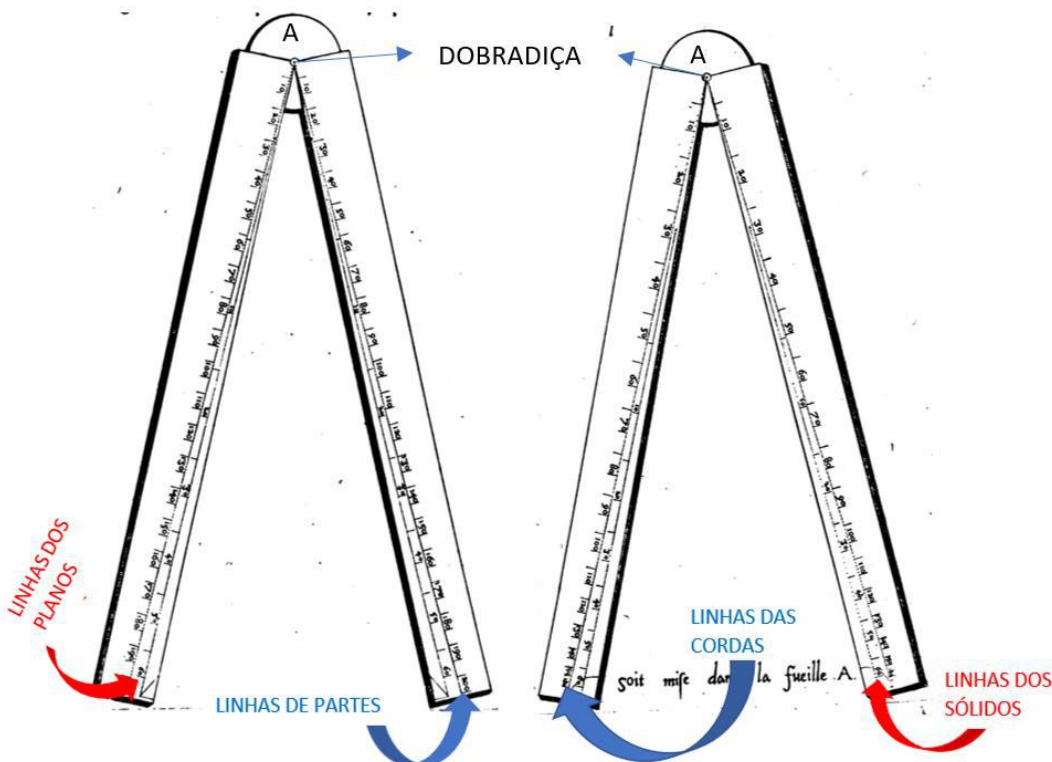
O compasso de proporção é composto por 2 réguas planas do mesmo tamanho, unidas por uma dobradiça, e que podem formar todos os ângulos até 180°, ou seja, constituem uma régua contínua. As réguas têm 4 a 8 polegadas (10 a 20 cm) de comprimento para desenho e cálculo, 12 a 15 polegadas (30 a 40 cm) para uso, mais raramente, como instrumento de topográfico. Eles são feitos de madeira ou cobre, às vezes marfim. O eixo de rotação, ou dobradiça, constitui um ponto fundamental para o qual convergem todas as escalas do compasso. O compasso “clássico” tem seis linhas: a de partes iguais, planos, cordas, sólidos, polígonos e metais (TRADUÇÃO NOSSA)<sup>2</sup>.

Veja, o tamanho do instrumento depende da necessidade da sua utilização, as réguas voltadas para desenhos e cálculos eram menores que a utilizadas para uso, e ainda relata que poderia ser utilizado na topografia. O autor evidencia a matéria prima utilizada na construção do instrumento, madeira, cobre e as vezes marfim, entretanto, no tratado de Henrion (1631) acrescenta o latão, outra matéria prima. Em relação as partes do instrumento, o compasso de proporção que foi estudado possui uma pequena diferença do clássico apresentado pelo autor, note na Figura 1.

---

<sup>2</sup> *Le compas de proportion est constitué de 2 règles plates de même dimension, réunies par une charnière, et pouvant former tous les angles jusqu'à 180°, c'est-à-dire constituer une règle continue. Les règles ont une longueur de 4 à 8 pouces (10 à 20 cm) pour le dessin et le calcul, 12 à 15 pouces (30 à 40 cm) pour un emploi, plus rare, comme instrument de lever topographique. Elle sont en bois ou en cuivre, parfois en ivoire. L'axe de rotation, ou charnière, constitue un point fondamental vers lequel convergent toutes les échelles du compas. Le compas «classique» en comporte six: celle des parties égales, des plans, des cordes, des solides, des polygones et des métaux (Dupraz, 1991, p. 628).*

Figura 1 – Compasso de proporção.



Fonte: Adaptada de Henrion (1631)

No compasso de proporção clássico apresentado pelo autor, o instrumento possui seis linhas: a de partes iguais, planos, cordas, sólidos, polígonos e metais. Porém, o primeiro instrumento apresentado por Henrion (1631), possui apenas as quatro primeiras linhas na qual pode-se visualizar na Figura 1, entretanto, no apêndice de Henrion (1631) mostra outras linhas que podem complementar o instrumento, entre elas estão a de polígonos e metais. Além das quatro linhas, observe a dobradiça de centro A, segundo Dupraz (1991) é um ponto fundamental na qual convergem todas as escalas.

Cada escala contida no instrumento possui sua função, a de partes iguais é dividida em 200 partes iguais podendo resolver problemas simples de proporção, multiplicações, divisão, regras de três e semelhança de triângulos (teorema de proporcionalidade) (Dupraz, 1991; Fraile, 2019).

A dos planos (ou superfície) são as escalas proporcionais a distâncias dos quadrados. Essas são divididas em 8 partes iguais que vai de 0 a 64, na qual sua graduação é dada por  $(x/25)^2$ , isto é 50, 100, 150, 200 correspondem a respectivamente 4, 16, 36, 64, sendo útil para calcular problemas de superfícies proporcionais e obter a média proporcional de dois segmentos, ou seja, é escala das raízes quadradas (Dupraz, 1991; Fraile, 2019).

A das cordas oferece o comprimento da corda de uma circunferência ao ângulo central variando 0 a 180 graus, em que tem a função de uma escala trigonométrica não padrão, possibilitando resolver problemas de triângulos (Fraile, 2019). E finalmente, a dos sólidos conhecida como a escala dos cubos, ela mostra a proporção de dois sólidos semelhantes e permite resolver o problema de dobrar os cubos, além de extrair raízes cúbicas (Fraile, 2019).

Dentre todas as quatro escalas apresentadas a escolhida para estudar juntamente com os alunos do Ensino Médio foi a linha de partes iguais, pois permitirá relembrar alguns conceitos do teorema de proporcionalidade de uma forma diferente. A atividade e aplicação da mesma será apresentada nos tópicos subsequentes.

#### 4. Lócus e Sujeitos de Aplicação da Atividade Histórica

A aplicação da atividade ocorreu mediante a história da matemática, não como metodologia de ensino, mas provedora de recurso que permite a reflexão sobre o processo de desenvolvimento do conhecimento matemático (Dias & Saito, 2009; Saito & Dias, 2013; Ribeiro & Pereira, 2021). Em que, a ideia da atividade surgiu ao estudar o tratado *L'usage du compas de proportion* (1631), numa pesquisa de mestrado acadêmico.

Este artigo é um dos produtos advindos da aplicação de atividades pilotos sucedidos numa escola profissionalizante localizada no município de Itaitinga, cidade da região metropolitana do Ceará. Na qual foram aplicadas a alunos do segundo ano do ensino médio, cada sala foi dividida em equipes variando entre três e cinco participantes.

Essa atividade foi baseada no trabalho em grupo, que são

alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas. Além disso, é esperado que os alunos desempenhem suas tarefas sem supervisão direta e imediata do professor. Trabalho em grupo não é a mesma coisa que agrupamento por habilidade, no qual o professor divide a sala por critérios acadêmicos para que possa ensinar para grupos mais homogêneos (Cohen & Lotan, 2017, p. 1 e 2).

Partindo dessa concepção de trabalho em grupo foi aplicado a atividade, em que os alunos necessitavam trabalhar juntos tendo cada um seu papel na equipe, e assim conseguirem entregar o produto final. Este método exigiu dos alunos compromisso com suas funções, autonomia ao necessitar o estudo sobre a construção de figuras geométricas utilizando régua, compasso e conceitos básicos de geometria. Estas necessidades instigou os alunos a fazerem discursões e pesquisas sobre o assunto.

##### 4.1 Atividade: Uso das linhas de partes iguais do instrumento compasso de proporção

A atividade piloto foi aplicada com os alunos do ensino médio sendo dívida em duas atividades diferentes. A primeira atividade nomeada “estudo da fabricação da linha de partes iguais do instrumento compasso de proporção” antecede a atividade que será apresentada, retratando sobre os conhecimentos prévios que os alunos investigaram, o processo de construção geométrica do teorema de proporcionalidade.

Após a primeira atividade foi entregue aos alunos, a segunda atividade que se constituía de um problema contextualizado com um dos fatos do século XVII, período no qual o tratado *L'usage du compas de proportion* de Didier Henrion foi elaborado. Este, por sua vez, era um problema prático na qual os participantes da equipe poderiam solucioná-lo utilizando os conhecimentos anteriores sobre a fabricação das linhas de partes iguais do compasso de proporção, tendo a oportunidade de manipular o instrumento e solucionar o problema.

A segunda atividade foi exposta aos alunos da seguinte forma:

- 1) No século XVII havia muitas oficinas que trabalhavam construindo e vendendo instrumentos matemáticos e armas para guerras. Em uma dessas oficinas, um artesão de espadas estava vendendo 20 espadas por 60 libras. Então, o chefe das tropas de Luís XIII queria comprar 40 espadas. Quanto ele pagará por 40 espada?

Instruções: O chefe das tropas de Luís XIII pegou o compasso de proporção e verificou quanto iria pagar pelas espadas. Agora é a sua vez, faça como o chefe e encontre quantas libras ele irá pagar pela espada. (Utilize o verso da folha para desenhar e verificar quanto ele iria pagar aproximadamente, utilizando o compasso de proporção.)

- a) Descreva os passos utilizados para encontrar o possível resultado.
- b) O valor encontrado foi exato? Segundo os seus conhecimentos, justifique utilizando os seus conhecimentos atuais. Se a resposta for não, qual foi a variação do erro encontrada? Justifique sua resposta utilizando seus conhecimentos



atuais.

O problema apresentado precedentemente traz uma adaptação do contexto encontrado em Henrion (1631) que retrata sobre o comércio e a relação do instrumento com a arte da guerra do século XVII. Tendo como intuito impulsionar o participante para o contexto de elaboração do tratado e por consequência manipular o instrumento, descrevendo os passos utilizados no item a. Em que, o intuito do item b era fazer o aluno validar o conhecimento aprendido com instrumento, fazendo-o mostrar com seus conhecimentos se a resolução realizada com instrumento funcionou ou não, justificando ambos os casos.

## 5. Discussão dos Dados Coletados

A segunda atividade nomeada, uso das linhas de partes iguais do instrumento compasso de proporção, tem o intuito de incentivar o manuseio do compasso de proporção utilizando os conhecimentos geométricos lembrados ao realizar a primeira atividade sobre a fabricação das linhas de partes iguais. Pois, ao realizar atividades que emprega a interface entre história e ensino de matemática juntamente com o uso de instrumento matemático podem emergir potencialidades didáticas voltadas a estudar, por exemplo, geometria (Pereira, & Saito, 2018, 2019; Cesana & Saito, 2020).

Essa atividade, por sua vez, foi dividida em três partes: o enunciado, o item A e o item B. O enunciado há uma hipótese de um problema desenvolvido a partir de ideias advindas do contexto de elaboração do tratado e de alguns exemplos identificados nas proposições. A introdução do enunciado tem o intuito de fazer o aluno conectar-se a uma parte do contexto de elaboração do tratado, pois a partir do contexto histórico é possível apontar indícios da matemática que era produzida e ensinada na época de sua elaboração (Albuquerque & Pereira, 2018).

A leitura do enunciado possibilita os participantes inteirar-se sobre a existência de oficinas que construíam e vendiam instrumentos matemáticos e armas para guerra. Isso, permitiu a curiosidade dos alunos sobre a função destes instrumentos na qual questionaram ao professor, que lhe respondeu dando o exemplo do compasso de proporção, informando a possibilidade de resolver o problema proposto por meio do instrumento.

A partir deste momento os alunos começaram a tentar manusear o instrumento, e assim descreveram os passos aplicados para resolução do problema no item a. Veja, as descrições realizadas pelas equipes no Quadro 1.

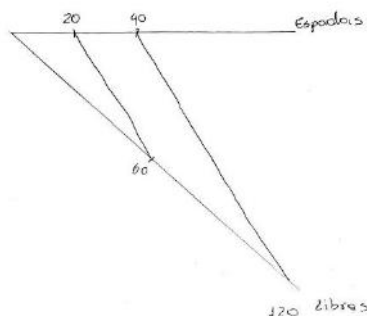
**Quadro 1** – Descrição dos passos (item a).

EQUIPES	DESCRIÇÃO DOS PASSOS (ITEM A)
Equipe 1	<i>Primeiro traçamos uma linha horizontal para representar o total de espadas, depois traçamos uma paralela com o esquadro para representar as libras, utilizando um compasso para medir, juntamente com o compasso de proporção, depois voltamos com o esquadro e uma régua para garantir o ângulo de 90°. Por fim, concluímos que as 60 espadas equivalem a 120 libras.</i>
Equipe 2/5	<i>Traçamos uma linha na horizontal e uma na transversal, tiramos as medidas de 20, 60 e 40 no compasso de proporção, em seguida traçamos um linha de 20 pra 60 e de 40 pra 120 e medimos no compasso de proporção.</i>
Equipe 3	<i>Foi feita 1 linha reta e uma linha transversal. Na linha reta utilizando o compasso foi marcada as 20 espadas e marcada as 40 espadas. Na linha transversal marcada 60 libras e foi traçado uma linha reta.</i>
Equipe 4	<i>Pegamos o compasso de proporção, juntamente com o compasso e tivemos o auxílio da régua de 90°.</i>
Equipe 7	<i>Fizemos uma linha na transversal para encontrar o valor que ele pagaria em libras por 40 espadas.</i>
Equipe 8	<i>1° passo: Desenhamos uma reta, e em seguida outra ligada em seu ponto A. Onde escrevemos as informações dadas no texto; 2° passo: Essa segunda reta terá marcações de ponto B e C. Onde B = 20 e C = 40; 3° passo: O ponto B é ligado ao ponto D da primeira linha e com essa informação chegamos ao resultado do ponto F que é ligado ao C. F = 185.</i>
Equipe 8/6	<i>1° passo: Primeira linha horizontal feita a chamaremos de reto F (espadas), com pontos A e B; 2° passo: Faremos outra linha paralela ligada ao ponto A e B; 3° passo: Com o auxílio do compasso e das medições fizemos a marcação 60 na reta L; 4° passo: Para descobrir o valor, faremos uma marcação 40 na reta E; 5° passo: Posicionado as régua de forma correto no ângulo, descobrimos o valor que é 120.</i>
Equipe 10	<i>Para traçar as duas retas trabalhamos com régua e compassos, a professora nos explicou o processo detalhadamente, o que facilitou a resolução.</i>
Equipe 11	<i>Traçamos a reta e a paralela, depois colocamos os valores e medimos no compasso.</i>
Equipe 13	<i>Traçamos as retas de acordo com as informações da questão, com o compasso; fizemos a marcação dos pontos utilizando o compasso de proporção e ligamos eles; concluímos que as paralelas são proporcionais; os valores deram certo.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na descrição realizada pelos participantes das equipes no Quadro 1, é visível identificar em alguns casos se conseguiram ou não solucionar o problema. Observe a descrição da equipe 1, eles construíram dois segmentos de retas, um representando o total de espadas e outro o total de libras. Perceba que o compasso de proporção foi utilizado para medir o tamanho que equivaleria as 20 espadas, 60 libras e 40 espadas. Assim, com uma régua traçaram um segmento que ligava 20 espadas a 60 libras, e por fim utilizando o esquadro e uma régua, garantiram o ângulo de 90° que possibilitou o traçar da paralela ao segmento que liga 20 a 60, veja a Figura 2.

**Figura 2** – Construção geométrica (equipe 1).



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Os membros da equipe 1 conseguiram resolver o problema geometricamente percebendo a relação de proporcionalidade, antes da construção da figura 2. Para eles resolverem este problema algebricamente era bem mais simples, pois bastava realizar a seguinte regra de três (Figura 3):

**Figura 3** – cálculo algébrico (equipe 1).

$$\begin{array}{r} 20 \text{ — } 60 \\ 40 \text{ — } x \end{array}$$

$$x = 120 .$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Com isso, para eles não fazia sentido realizar construção geométricas para solucioná-la, entretanto, um dos alunos da equipe ficou curioso para tentar utilizar os mesmos passos da primeira atividade, voltada a construção das linhas de partes iguais. Então, fizeram a primeira tentativa que falhou, e assim surgiu um questionamento, por que não funcionou? E a equipe observando a construção visualizaram que não tinham conseguido desenhar uma paralela a linha que ligava 20 a 60. Logo, tentaram novamente e dessa vez conseguiram chegar no valor 120 libras.

A equipe 1 sabia resolver o problema de forma algébrica, mas teve dificuldade para construir os desenhos por não ser acostumados a utilizar compasso, régua e esquadro. Conhecimento estes que deveriam ter sido desenvolvidos no ensino fundamental. Essa atividade propiciou a identificação de paralelas, e como construí-las além de desenvolver pensamentos crítico entre os membros da equipe.

No item B, a equipe 1 respondeu com a figura 1 e com a seguinte frase:

*Sim, a medição dos instrumentos foi precisa.*

Observe, que a partir dos conhecimentos atuais deles sobre proporcionalidade e regra de três verificaram se o desenho



desenvolvido estava correto, proporcionando autonomia na resolução da problemática proposta.

Em relação a equipe 2/5, sua descrição apresentada no Quadro 1 está muito sucinta, com poucos detalhes de como foi realizado a construção, entretanto, eles gravaram um vídeo mostrando todo o processo de desenvolvimento do desenho geométrico. Isto, proporcionou os destaques dos principais passos da equipe na Figura 4.

**Figura 4** – passos da construção geométrica (equipe 2/5).

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A figura 4 permite visualizar o processo de construção geométrica da equipe 2/5. Como descrito no Quadro 1, eles traçaram dois segmentos de retas que se encontram em um ponto formando um ângulo qualquer. Depois, na Figura 4 (I) com um compasso comum identifica a medida de 20 no compasso de proporção e depois transfere para um dos segmentos de retas construído (II). Em III e IV realiza o mesmo processo dessa vez medindo 40 e transferindo para o segmento. Novamente repete o mesmo, V e VI, medindo 60 e transferindo. E por fim, na VII traça um segmento de reta de 20 para 60 e depois parte de 40 traçando um outro segmento até tocar o segmento que contém 60, e identificam o valor tocado utilizando o compasso de proporção, encontrando assim o valor 120.

Toda construção geométrica proporcionou um desenho bem parecido com a equipe 1, apresentado da Figura 2. Com isso, esta equipe demonstrou um grande potencial nesta atividade, pois com autonomia conseguiram verificar se sua construção estava certa ou não, respondendo o item b da seguinte forma:

*Sim,*

$$\begin{array}{l} 20 - 40 \\ 60 - x \\ x = \frac{60 \cdot 40}{20} = 120 \end{array}$$

A equipe 2/5 utilizou de seus conhecimentos atuais na verificação da sua resolução, por sua vez, foi positiva. Já, a

9

equipe 3 tentou construir o desenho geométrico utilizando o mesmo processo que as duas equipes anteriores, entretanto, no item B respondeu:

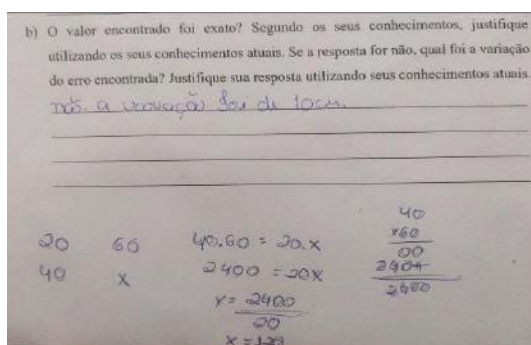
*Não, o valor encontrado foi 110, ocorreu uma variação de 10. Na segunda tentativa encontramos o resultado 120.*

$$\begin{aligned}20 - 40 \\ 60 - x \\ 20x = 2400 \\ x = 120\end{aligned}$$

Veja, essa equipe não conseguiu resolver o problema a partir da construção geométrica na primeira tentativa, apenas na segunda tiveram êxito. Mas, diferente da primeira equipe eles não conseguiram identificar qual foi o processo de construção da anterior que não funcionou, ele corrigiu o processo, entretanto, não identificaram. Provavelmente isso ocorreu por estar mecanizados nos passos que deveriam realizar.

O caso da equipe 4 praticamente não se distingue da equipe 3, eles também não chegaram a resposta de 120 libras mediante a construção do desenho geométrico, veja o relato do item B na Figura 5.

**Figura 5** – resposta do item B (equipe 4).



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Mediante a Figura 5, confirma-se que eles não conseguiram chegar no resultado geometricamente, entretanto, com uma simples regra de três perceberam que sua resolução geométrica obteve uma variação de 10, mas não explica quais os motivos que levaram a essa variação.

A equipe 7 foi tão sucinta em sua descrição que o único conhecimento que é possível destacar em sua descrição, é a linha transversal. E em sua resposta para item B foi apenas *sim*, e a mesma regra de três construídas pelos colegas das outras equipes. A equipe 8 como a equipe 3 e 4 também não conseguiu alcançar geometricamente o resultado do problema, podendo ser visualizado em sua descrição do Quadro 1, entretanto, atente a resposta dada por eles no item B:

*Não, usando a lógica do texto, diríamos que o resultado é 120, pois seria o dobro do número de libras, mas utilizando o Teorema de Tales o resultado é 185.*

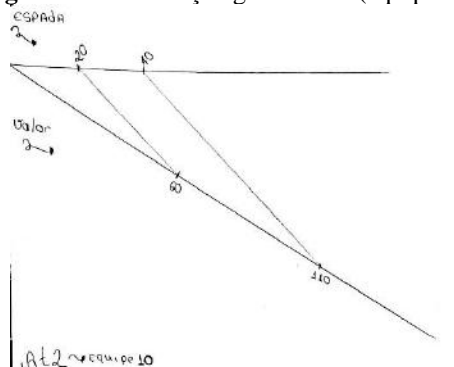
Note, que a equipe 8 conseguiu identificar o processo que estavam realizando ao relatar “Teorema de Tales”, tudo bem que este termo está em desuso. Em quanto algumas equipes estava realizando uma construção mecanicamente, sem conseguir identificar o que estava fazendo ou apenas observaram paralelismo e perpendicularismo, a equipe 8 observou em seu processo algo a mais o teorema de proporcionalidade. Com isso, o resultado não é o que importa nesta atividade, mas o processo realizado e compreendido para chegar a ter ele ou não.

Veja, agora, a descrição (Quadro 1) da equipe 8/6. Eles conseguiram chegar ao resultado final, mas isso não é o mais

importante. Observe os detalhes do processo, ao visualizar a descrição é perceptível a organização da equipe ao separar em passos, além disso conhecimentos básicos da geometria é possível detectar na sua descrição, por exemplo, pontos, retas, paralelas, linha horizontal e ângulo.

Tem-se ainda, a equipe 10 que também não conseguiu chegar no resultado utilizando os conhecimentos de desenho geométricos. Pela descrição os participantes não conseguiram trabalhar a autonomia nessa atividade pois estavam sempre esperando as instruções da professora, por consequência pouco foi aproveitado de sua descrição para estudar. Desenvolvendo assim, o desenho geometria da Figura 6.

**Figura 6** – Construção geométrica (equipe 10).



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Perceba na Figura 6, que está bem-organizada na qual a reta que possui 20 e 40 representa a quantidade de espadas, e a reta que contém 60 e 110 é representado pelo valor que será pago em libras. Mesmo essa equipe não conseguindo alcançar o resultado final, eles destacaram que gostaram de aprender a utilizar um compasso e um esquadro, experiência essa que não tinham tido em séries anteriores, além de conhecer um instrumento novo, o compasso de proporção.

Em relação ao item B, eles responderam que não conseguiram chegar em 120 geometricamente, mas apresentaram a resolução pela regra de três. Além disso, relataram que não sabia informar os motivos que ocasionaram a diferença de 10 no resultado.

E por fim, tanto a equipe 11 quanto a 13 conseguiram chegar a partir do desenho geométrico na resposta de 120 libras. Entretanto, a equipe 13 após fazer a construção geométrica, logo após utilizando seu conhecimento sobre o teorema da proporcionalidade, justificou da forma a seguir:

$$\frac{20}{40} = \frac{60}{120} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Esta relação validada pela equipe 13, da mesma construção realizada pela equipe 1 (figura 2). Sendo assim, a equipe 13 conseguiu ver o mesmo conhecimento que a equipe 8, entretanto, conseguiu finalizar a atividade com sucesso evidenciando o conhecimento fundamental que estava contido no processo.

## 6. Considerações Didáticas sobre o Instrumento e o Teorema de Proporcionalidade

A atividade realizada pelos alunos estava diretamente relacionada ao teorema de proporcionalidade, em que os alunos significavam ou ressignificavam o teorema a partir da construção geométrica, por sua vez, permitia construir retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas e esquadros, um dos objetos de conhecimentos da geometria descrito na BNCC (Ministério da Educação, 2018).

O problema resolvido pelos alunos sobre a quantidade de libras que iriam pagar ao comprar 60 espadas, sabendo que 20 espadas custam 40 libras, fundamenta-se na habilidade, “Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade

direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar”, da BNCC (Ministério da Educação, 2018, p. 295).

A construção geométrica realizada pelas equipes para solucionar o problema também se fundamenta no objeto de conhecimento advindo da geometria, “retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais” (Ministério da Educação, 2018, p. 318). O desenho geométrico desenvolvido permitiu realizar verificações experimentais, nas quais os alunos teriam que refletir como poderiam garantir uma paralela, o que seriam retas transversais, o significado de perpendicularismo.

Tudo isso, segundo Masseno (2022a) devem estar presentes nas aulas, pois um recurso advindo da história da Matemática, especificamente de uso de um documento histórico, aguça a compreensão e a reflexão sobre o processo de desenvolvimento do conhecimento matemático. Permitindo, os alunos visualizarem a geometria como o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (Ministério da educação, 2018).

Assim, esta atividade foi voltada para o estudo do teorema de proporcionalidade, dando ênfase na construção de retas transversais que foram cortadas por eixos de paralelas construídas a partir da perpendicularidade. Na qual, o intuito era mostrar a aplicação da atividade advinda ao manusear e estudar o instrumento histórico compasso de proporção, permitindo significar e ressignificar os processos de construção geométrica do teorema de proporcionalidade.

Após aplicação da atividade notou-se que nem todos os alunos conseguiram visualizar o teorema de proporcionalidade chamado por algum deles de teorema de Tales, entretanto, mesmo a maioria deles não conseguindo relacionar todo o processo com o teorema, eles conseguiram ressignificar ou significar um paralelismo e/ou perpendicularismo ao buscar evidências que validassem suas paralelas mediante um ângulo reto. Na qual, toda a atividade fundamentava-se na BNCC.

Portanto, a partir do uso das linhas de partes iguais do instrumento compasso de proporção foi possível evidenciar potencial didático ao estudar teorema de proporcionalidade mediante o processo de desenvolvimento do desenho geométrico, evidenciando os conhecimentos geométricos contidos em seu processo, como ângulo reto, perpendicularismo, paralelismo, transversalidade, proporcionalidade entre grandezas, segmentos de retas e vários outros.

## 7. Notas Finais

Com decorrer da aplicação da atividade e na descrição dos dados advindo da aplicação, nota-se que os alunos possuem potencial para realizara atividade mais autônomas, foram poucas as equipes que ficaram esperando o professor dar instruções para conseguir resolver a problemática mediante o desenho geométrico. Com isso, conseguiram buscar seu próprio conhecimento por meio da investigação e discursões na equipe, na qual questionavam se os passos estavam sendo realizados de maneira correta, e até realizando a identificação e correção dos erros.

Mesmo com todos os desafios na qual nem todos os grupos conseguiram visualizar que eles estavam utilizando o teorema de proporcionalidade, eles conseguiram entender o processo que valida o teorema a partir de conhecimentos como retas transversais, paralelismo, perpendicularismo, segmento de retas, horizontalidade e vários outros que podem ser identificados ao realizar a leitura das descrições de seus processos de construção geométrica.

Assim, este artigo apresentou os dados da pesquisa ao aplicar uma atividade piloto advinda do estudo do uso do instrumento, compasso de proporção, contido em Henrion (1631). Finalizando assim apresentação da atividade 2, e dando início ao próximo passo que é aplicação de um curso de extensão universitária voltados a reflexões e identificações de novas potencialidades didáticas emergidas da fabricação e do uso do instrumento.

## Referências

- Albuquerque, S. M., & Pereira, A. C. C. (2018). Uma análise preliminar do documento histórico regula de abaco computi de autoria do matemático Gerbert de Aurillac (976 d.C). *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 5(14), 16-26.
- Cesana, A., Saito, F. (2020). Mapeando alguns conhecimentos matemáticos incorporados no “esquadro móvel” de Ottavio Fabri (1544-1612). *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 16(35), 89-104.
- Cohen, E. G., & Lotan, R. A. (2017). *Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas* (3a ed., Tradução: Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia Schmaltz Ferreira Rozin). Porto Alegre, RS: Penso.
- Dias, M. S., & Saito, F. (2009). Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In *Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Brasília, BR: SBEM.
- Dupraz, H. (1991). Le compas de proportion. *Diagonal Verlags Ag*, 89, 627-634.
- Fraile, A. R. (2019). Instrumentos de cálculo y geometría en la colección Rico y Sinobas del Museo Arqueológico Nacional. *Boletín del Museo Arqueológico Nacional*, Madrid, 38(8), 133-148.
- Godoy, A. S. (1995). Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*, 2(35), 57-63.
- Henrion, D. (1631). *L'usage du compas de proportion*. (4a ed.). L'Avthevr.
- Itard, J. (1972). Henrion, Denis or Didier. In Hachette, J. Hyrtl, J. *Dictionary of Scientific Biography* (pp. 271-272). Charles Scribner'S Sons.
- Ludke, M., & André M. E. D. A. (2018). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. (2a ed.). E. P. U.
- Masseno, T. C. S. (2022a). Uma proposta de atividade advinda do tratado L'usage du Compas de proportion de Didier Henrion, um professor francês do século XVII. In Pereira, A. C. C (Org.), *Ensino de Matemática: Conversas didáticas a partir de tratados históricos* (pp. 42-51). Fortaleza, CE: Editora da Uece.
- Masseno, T. C. S., & Pereira, A. C. C. (2022b). *Compreendendo a escala das linhas de partes iguais contida no compasso de proporção (1631) que estuda o teorema de proporcionalidade* (Artigo não publicado).
- Masseno, T. C. S., & Pereira, A. C. C. (2021). Um estudo preliminar do tratado L'usage du compas de proportion (1631) do francês Didier Henrion. *Revista História da Ciências e Ensino: Construindo interfaces*, 24, 52-64.
- Métin, F. (2019). Didier Henrion, Compileur de récréations mathématiques des années 1620. In Tournès, D., Chevalarias, N., Gandit, M., & Morales, M. *Mathématiques récréatives* (pp. 65-83). Les Ulis, FR: Edp Sciences.
- Michaud, L. G. (1857). *Biographie universelle ancienne et moderne: ou histoire, par ordre alphabétique, de la vie publique et privée de tous les hommes qui se sont fait remarquer par leurs écrits, leurs talents, leurs vertus ou leurs crimes* (Vol.19). Paris, FR: C.D. Chez Madame C. Desplaces.
- Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília (Brasil).
- Pereira, A. C. C., & Saito, F. (2018). Os instrumentos matemáticos na interface entre história e Ensino de matemática. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 5(14), 109-122.
- Pereira, A. C. C., & Saito, F. (2019). Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(1), 405-432.
- Saito, F. (2016). Construindo interfaces entre história e ensino de matemática. *Ensino de Matemática em Debate*, 3(1), 3-19.
- Saito, F., & Dias, M. S. (2013). Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação (Bauru)*, 19(1), 89-111.
- Ribeiro, P. H. S., & Pereira, A. C. C. (2021). O processo de graduação e uma utilização do promptuario para multiplicação. *Revista História da Matemática Para Professores*, 7(2), 1-11.