

## **Cadeia de Markov: uma análise dos níveis de precipitação na Região Metropolitana do Recife-PE**

**Markov Chain: An analysis of the precipitation levels in the Metropolitan Region of Recife-PE**

**Cadena de Markov: un análisis de los niveles de precipitación en la Región Metropolitana de Recife-PE**

Recebido: 21/07/2023 | Revisado: 30/07/2023 | Aceitado: 03/08/2023 | Publicado: 05/08/2023

### **Sóstenes Jerônimo da Silva**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5981-4266>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [sjs.jeronimo99@gmail.com](mailto:sjs.jeronimo99@gmail.com)

### **Syntia Regina Rodrigues de Souza**

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-2266-1321>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [syntia.regina@gmail.com](mailto:syntia.regina@gmail.com)

### **Antônio Edson Brandão da Silva**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3982-0930>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [edson.matematica321@gmail.com](mailto:edson.matematica321@gmail.com)

### **José Ailton Alencar da Silva**

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-5992-6019>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [ayltonalencar@gmail.com](mailto:ayltonalencar@gmail.com)

### **Jader Silva Jale**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7414-1154>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [jader.silvasale@ufrpe.br](mailto:jader.silvasale@ufrpe.br)

### **Tatijana Stosic**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5691-945X>  
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil  
E-mail: [tastosic@gmail.com](mailto:tastosic@gmail.com)

### **Resumo**

Este trabalho apresenta uma análise do índice de precipitação em seis estações experimentais da Agência Pernambucana de Águas e Clima (APAC) com o objetivo de monitorar o comportamento desse índice em alguns municípios da região metropolitana do Recife - Pernambuco: Jaboatão dos Guararapes, Olinda, Várzea/Recife, Lamepe ITEP/Recife, Jaboatão dos Guararapes - TIP e Camaragibe). Foram coletados dados diários de precipitação entre 1960 e 2020. Identificou-se os seguintes estados a serem utilizados na cadeia de Markov: sem chuva, chuva fraca, chuva moderada, chuva moderada a forte e chuva forte. Além disso, aplicou-se o método de janelas móveis de 180 dias. Obteve-se a matriz de probabilidade de transição da cadeia de Markov para os estados supracitados. Essa informação é essencial para estimar a probabilidade de ocorrência de eventos adversos em que as fortes chuvas podem impactar a vida de milhares de habitantes da Região Metropolitana do Recife (RMR). Trabalhos futuros podem utilizar-se da matriz de probabilidade de transição estimada no presente trabalho para simular cenários de chuva e potenciais riscos de inundação e deslizamentos de encostas.

**Palavras-chave:** Precipitação; Cadeia de Markov; Matriz de transição; Janela móvel.

### **Abstract**

This study presents an analysis of the precipitation index at six experimental stations operated by the Pernambuco Water and Climate Agency (APAC) to monitor the behavior of this index in selected municipalities of the metropolitan region of Recife, Pernambuco: Jaboatão dos Guararapes, Olinda, Várzea/Recife, Lamepe ITEP/Recife, Jaboatão dos Guararapes - TIP, and Camaragibe. Daily precipitation data were collected between 1960 and 2020. The following states were identified for use in the Markov chain: no rain, light rain, light to moderate rain, moderate rain, moderate to heavy rain, and heavy rain. Additionally, the 180-day moving window method was applied. The transition probability matrix of the Markov chain for the states mentioned above was obtained. This information is essential for estimating the probability of adverse events in which heavy rains can impact the lives of thousands of inhabitants in the Metropolitan Region of Recife (RMR). Future

work can utilize this study's estimated transition probability matrix to simulate rainfall scenarios and assess potential risks of flooding and landslides.

**Keywords:** Precipitation; Markov chain; Transition matrix; Sliding window.

### Resumen

Este estudio presenta un análisis del índice de precipitación en seis estaciones experimentales de la Agencia Pernambucana de Aguas y Clima (APAC) con el objetivo de monitorear el comportamiento de este índice en algunos municipios de la región metropolitana de Recife - Pernambuco: Jaboatão dos Guararapes, Olinda, Várzea/Recife, Lamepe ITEP/Recife, Jaboatão dos Guararapes - TIP y Camaragibe). Se recopilaron datos diarios de precipitación entre 1960 y 2020. Se identificaron los siguientes estados a utilizar en la cadena de Markov: sin lluvia, lluvia ligera, lluvia ligera a moderada, lluvia moderada, lluvia moderada a intensa y lluvia intensa. Además, se aplicó el método de ventanas móviles de 180 días. Se obtuvo la matriz de probabilidad de transición de la cadena de Markov para los estados mencionados anteriormente. Esta información es esencial para estimar la probabilidad de eventos adversos en los que las fuertes lluvias pueden afectar la vida de miles de habitantes de la Región Metropolitana de Recife (RMR). Trabajos futuros pueden utilizar la matriz de probabilidad de transición estimada en este estudio para simular escenarios de lluvia y evaluar los potenciales riesgos de inundaciones y deslizamientos de tierra.

**Palabras clave:** Precipitation; Cadena de markov; Matriz de transición; Ventana deslizante.

## 1. Introdução

O fenômeno da precipitação vem sendo amplamente estudado com o objetivo de acompanhar eventos como grandes períodos de seca ou fortes chuvas, em que ambas atingem em grandes proporções a vida da população. As mudanças climáticas podem causar excesso ou escassez de chuvas em todo o planeta, e uma das consequências, em caso de excessos de chuvas são as inundações e possíveis deslizamentos de encostas (Silva, et. al. 2020). Esses eventos extremos geram situações impactantes no dia a dia da sociedade, sendo pela frequência de ocorrência, intensidade ou fragilidade socioambiental (Santos et. al. 2017).

As fortes chuvas nos últimos anos têm acarretado alguns desastres naturais, entretanto esse não é um fator isolado. Habitações mal construídas são uma característica frequente em áreas de risco de grande da parte da população mais vulnerável, sendo também esse fator parte essencial do problema (Assis Dias et al., 2020). Além disso, os deslizamentos provocados por fortes chuvas podem ter seu comportamento analisado com o objetivo de prever riscos por meio de métodos específicos para minimizar as incertezas de eventos climáticos (Silva et. al., 2022). Em Pernambuco, alertas sobre a precipitação podem ser acompanhados pelo site da APAC - Agência Pernambucana de Águas e Clima, onde destacam-se o estado de observação com chuvas acima de 30 mm por metro quadrado, estado de atenção por chuvas maior que 50 mm e estado de alerta com chuvas maiores que 100 mm.

Souza, et al. (2012), em sua análise, identificou que as ocorrências de fortes chuvas têm relação com o aumento de deslizamentos e alagamentos em diversas áreas. Na ocorrência de chuvas fortes, alguns destes efeitos foram observados. Assis Dias et. al. (2020) propôs avaliar o índice de vulnerabilidade da população brasileira para alertas de riscos e verificou a correlação de perdas humanas em áreas classificadas como de alto risco. Em estudo recente de Marengo et al. (2023) sobre inundações repentinas e deslizamentos de terra na cidade do Recife, identificaram que os eventos fortes de precipitação em 2022 demonstraram a vulnerabilidade da região metropolitana do Recife, concluindo que a probabilidade de ocorrer eventos extremos devidos as mudanças climáticas não podem ser ignoradas. Esse e outros estudos demonstram a importância de mapear o comportamento dos alertas meteorológicos no estado com o propósito de subsidiar com informações dando apoio na tomada de decisão ao poder público (Pedreira et. Al, 2022).

Com os dados adquiridos por meio do site da APAC entre 1960 e 2020, o objetivo deste trabalho é analisar o fenômeno de precipitação da RMR por meio de seus níveis, sendo definidos 6 estados de transição de uma cadeia de Markov: sem chuva, chuva

fraca, chuva fraca a moderada, chuva moderada, chuva moderada a forte e chuva forte. Considerando as séries temporais diárias de precipitação, um processo de estado discreto foi aplicado à cadeia de Markov, técnica amplamente utilizada para esses tipos de dados (Araújo, et. al., 2012), estimou-se a probabilidade de transição dos estados da cadeia, utilizando séries temporais ao longo do tempo e escolhendo um período de 180 dias para aplicar o método de janelas móveis.

## 2. Metodologia

### 2.1 Dados e área em estudo

Os dados foram obtidos pelo site do APAC - Agência Pernambucanas de Águas e Climas. Foram consideradas seis estações: Jaboatão dos Guararapes, Olinda, Várzea/Recife, Lamepe ITEP/Recife, Jaboatão dos Guararapes - TIP e Camaragibe, todas da mesorregião metropolitana do Recife. As informações coletadas foram o índice pluviométrico diário, ou seja, precipitação diária de chuva por metro quadrado num período de 1960 a 2020. A análise exploratória foi feita com o suporte literário dos livros Estatística básica para cursos de graduação (Mendonça, 2017) e Estatística básica (Morettin, 2017). Em algumas estações houve dados ausentes, descritas na Tabela 1. Para a matriz de probabilidade de transição entre os estados da cadeia de Markov, foram considerados os seguintes estados: sem chuva (< 2 mm), chuva fraca (2 a 10 mm), chuva fraca a moderada (10 a 30 mm), chuva moderada (30 a 50 mm), chuva moderada a forte (50 a 100 mm) e chuva forte (> 100 mm). Para a análise dos dados foi utilizado o *software* R (R-project, 2023), por meio do ambiente de desenvolvimento integrado RStudio (versão 4.2.3). As bibliotecas utilizadas para a obtenção dos resultados foram "*markovchain*", a qual viabilizou a aplicação dos métodos de Cadeias de Markov e "*zoo*" utilizada para a implementação do método de janelas móveis.

### 2.2 Métodos

#### 2.2.1 Estimativa das probabilidades de transição entre os estados via cadeia de Markov

Um processo estocástico é definido como uma coleção de variáveis aleatórias  $X_n$ , onde  $n$  é o conjunto de parâmetros temporais (contínuo ou discreto), descrito com uma família de variáveis aleatórias  $\{X_{t_n}\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , a qual descreve o estado do sistema em pontos distintos no tempo  $t$  (Taha, 2007). Atuncar (2011) afirma que um processo estocástico é definido como um modelo matemático que descreve a evolução de uma quantidade ao longo do tempo de forma probabilística, levando em conta a aleatoriedade inerente ao sistema em análise.

Cadeia de Markov é um caso particular de processo estocástico com estados discretos, a um tempo  $t$  discreto ou contínuo, e apresenta a propriedade Markoviana, em que os estados anteriores são irrelevantes para a predição dos estados seguintes, desde que o estado atual seja conhecido (Nogueira, 2023). Desta forma, os autores Taha (2007), Andersen, Nilsen e Reinhardt (2017) exibem a probabilidade condicional  $P$  na Equações (1) e (2) que seguem.

$$p_{ij} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\} \quad (1)$$

$$P_{ij}^n = P\{X_{t+n} = j \mid X_t = i\} \quad (2)$$

Neste trabalho, utilizou-se uma cadeia de Markov a tempo discreto, como aplicada em estudos dessa natureza (Jale et. al. 2019; Araújo, et. al., 2012). De acordo com Grigoletti (2023), uma cadeia de Markov é um processo estocástico em que a

probabilidade de transição de um estado atual para um estado futuro dependem apenas do estado presente, sem levar em consideração como o processo chegou a esse estado, como sugere Atuncar (2011).

É dito que o processo  $X = \{X_n : n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$  é uma cadeia de Markov, se para todo  $n$ ,

$$P(X_{n+1} = j | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_n = i) = P(X_{n+1} = j | X_n = i). \quad (3)$$

Pode-se observar que a equação (3), estabelece a distribuição condicional de  $X_{n+1}$  dada o histórico do processo, dependente apenas do estado atual.  $P(X_{n+1} = j | X_n = i)$  define a probabilidade de transição, de passo um, do estado  $i$  para o estado  $j$  no instante de tempo  $n$ . Em geral essa probabilidade depende de  $i, j$  e  $n$ .

Quando essa probabilidade não depender de  $n$ , diremos que a cadeia é homogênea no tempo ou que possui probabilidades de transição estacionárias. Neste caso, define-se

$$P_{ij}(X_{n+1} = j | X_n = i) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

As probabilidades de transição podem ser dispostas em uma matriz quadrada de ordem  $M + 1$  e será chamada matriz de probabilidades de transição e denotada por  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0M} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N0} & p_{N1} & \dots & p_{NM} \end{pmatrix}$$

Pode-se observar que para cada  $i, \{P_{ij}, j = 0, 1, \dots, M\}$ , define-se uma função de probabilidade. Isto é, para cada  $i$ , temos que

$$p_{ij} \geq 0 \quad \text{para } j = 0, 1, \dots, M$$

$$\sum_{j=0}^M p_{ij} = 1.$$

Atuncar (2011) afirma que um processo estocástico é definido como um modelo matemático que descreve a evolução de uma quantidade ao longo do tempo de forma probabilística, levando em conta a aleatoriedade inerente ao sistema em análise.

### 2.2.2 Matriz de probabilidade de transição

O modelo de cadeias de Markov baseia-se na matriz de probabilidade de transição em vários passos de tempo. É possível encontrar as probabilidades de transição,  $p_{ij}$  de um estado no tempo  $t$  para outro estado em tempo  $t + 1$ .

A matriz tem as seguintes propriedades:  $0 < p_{ij} < 1$  (qualquer probabilidade dos estados varia entre zero e 1) e  $\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1$  (a soma da linha é igual a 1). Andersen, Nilsen e Reinhardt (2017) descrevem a matriz de probabilidade de transição como na Equação (4).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{n_1} & p_{n_2} & p_{n_3} & \dots & p_{n_m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A matriz de probabilidade de transição é uma matriz quadrada, onde cada elemento representa uma probabilidade de transição de um estado para outro estado em um instante de tempo  $t$ . De acordo com Magela (2015) os elementos da matriz são valores entre 0 e 1. Além disso, as somas das probabilidades em cada linha devem ser iguais a 1, garantindo uma transição de um estado para outro estado.

É interessante enfatizar que a matriz de transição em uma cadeia de Markov é uma representação das probabilidades de transição entre os estados possíveis do sistema e é usada para analisar e prever o comportamento da cadeia ao longo do tempo.

### 2.2.3 Cadeias de Markov estacionárias

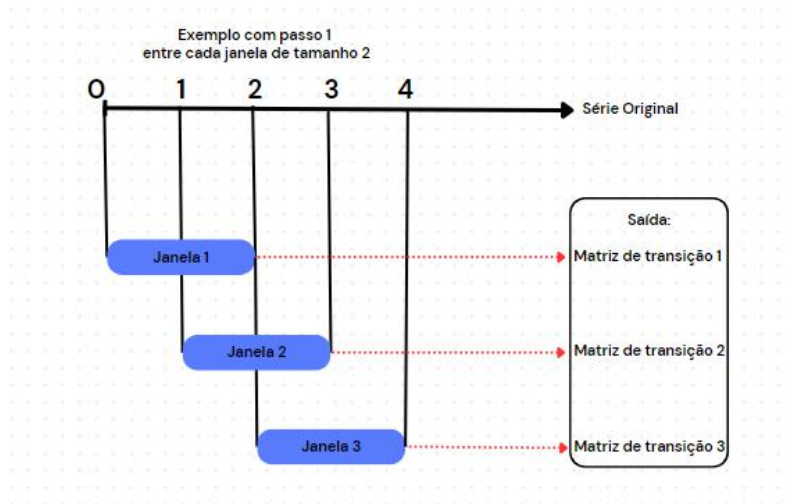
A distribuição estacionária de uma cadeia de Markov é a distribuição de probabilidade de ocorrência dos estados da Cadeia, na qual as probabilidades tendem à estabilidade a longo prazo. Uma consequência dessa propriedade é que, uma vez que uma cadeia atinge sua distribuição estacionária, esta permanece constante ao longo do tempo (Zebetti, 2023).

### 2.2.4 Janelas móveis (*sliding window*)

O método de janelas móveis (*sliding window*) permite definir diversos intervalos de tempo sequenciais que podem ser utilizados para realizar uma ou mais operações a cada nova janela. Neste trabalho, o método foi empregado da seguinte maneira: utiliza-se uma série temporal finita, em que cada janela móvel é associada a cada um dos níveis de precipitação (estados da cadeia de Markov):  $A, B, C, D, E$  e  $F$ . Além disso, é necessário definir o tamanho da janela móvel. Portanto, o processo se inicia quando verifica-se que a quantidade dos primeiros dados a serem testados são válidos, após encontrar uma janela válida, realiza-se uma operação desejada para aquele intervalo escolhido. Após isso, há uma nova seleção de dados para o novo intervalo movido para frente (Braverman et al., 2009), de maneira que novamente é verifica-se a quantidade correta de dados válidos. O deslocamento ocorre na série temporal a cada passo, ou seja, se a janela iniciar em  $i$ , a próxima janela de tempo terá início em  $i + passo$ . Essa repetição irá se estender até não ser possível formar uma janela válida.

Cormode (2011) utilizou janelas móveis para monitorar pacotes ao longo do tempo. Neste trabalho, utilizou-se uma abordagem semelhante, usando matrizes de probabilidade de transição markoviana para cada janela móvel. Isso permite calcular as probabilidades de transição entre eventos, identificar tendências, padrões sazonais e detectar valores atípicos ao longo do tempo (Yu Yufeng, 2014). Essa técnica é eficiente para lidar com modelos de fluxo de rede e será aplicada ao fluxo de precipitação neste trabalho, com janelas móveis de tamanho fixo  $n$ . A Figura 1 a seguir ilustra essa técnica.

**Figura 1** – Diagrama do método *Slinding Window*.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 1, é possível visualizar o procedimento utilizado neste trabalho. Cada janela móvel contém um número fixo de dados, representando os dias na série temporal de precipitação. Além disso, o resultado do procedimento retorna as matrizes de probabilidade de transição estimadas a cada janela móvel.

### 2.2.5 Algoritmo de janelas móveis

O algoritmo a seguir ilustra o cálculo da matriz de probabilidade de transição entre os estados da cadeia de Markov a cada janela móvel.

**Figura 2** – Algoritmo de janelas móveis.

```
SlindingWindow ← function(Data_original, lenght_Window, step) {  
  start ← 1 ; end ← lenght_Window; new_data ← list(NA)  
  while (end ≤ length(Data_original)){  
    janela ← Data_original[start:end]  
    result_current ← as.vector(Operation(janela))  
    new_data[i] ← result_current  
    start ← start + step  
    end ← end + step}  
  return(new_data)  
}
```

Fonte: Elaborado pelos autores.

O algoritmo apresentado na Figura 2, foi feito de acordo com a linguagem *R*, em que a função *Operation* realiza o cálculo da matriz de transição para cada intervalo de janelas móveis.

### 3. Resultados e Discussão

#### 3.1 Análise exploratória

A Tabela 1 mostra as principais medidas descritivas das séries diárias de precipitação das estações meteorológicas.

**Tabela 1** – Medidas descritivas para a precipitação (mm) das estações meteorológicas.

Estações	Válidos	Ausentes	Mín.	Máx.	1° Q.	Mediana	3° Q.	Média	D. Padrão
Várzea/Recife	10773	640	0,00	185,90	0,00	0,50	5,20	5,91	13,99
Jaboatão dos G. - TIP	20558	0	0,00	335,80	0,00	0,60	5,60	6,26	14,57
Olinda	8916	679	0,00	205,60	0,00	0,00	3,80	5,16	13,60
Camaragibe	8947	28	0,00	259,10	0,00	0,20	5,30	5,73	13,39
Lamepe/Recife	2616	72	0,00	150,00	0,00	0,20	4,70	6,03	14,45
Jaboatão dos G.	3844	362	0,00	252,40	0,00	0,80	5,95	6,26	14,63

Fonte: Autores.

Com base nos dados apresentados na Tabela 1, destacam-se alguns valores importantes relacionados as estações Jaboatão e Jaboatão dos Guararapes - TIP. Ambos exibem médias idênticas de 6,26 mm. No entanto, chama a atenção a diferença nos valores máximos, com precipitações de chuva de 335 mm e 252 mm, respectivamente. Em contraste, a estação de Olinda registrou a menor média, com 5,16 mm. Nota-se uma proximidade entre as médias para todas as estações. Além disso, é interessante observar que, pelo primeiro quartil (1° Q.), em todas as estações os valores são iguais a 0 mm, o que indica que 25% das séries não registraram precipitação, ou seja, não houve chuva. A tabela a seguir apresenta os resultados para os níveis de precipitação.

**Tabela 2** – Tabela de frequências absolutas e percentuais para as estações meteorológicas.

Estações	Níveis	n	%	% válida	Estações	Níveis	n	%	% válida
Várzea/Recife	A	6303	58,5	62,2	Camaragibe	A	5610	62,7	62,9
	B	2186	20,3	21,6		B	1832	20,5	20,5
	C	1141	10,6	11,3		C	1033	11,5	11,6
	D	277	2,6	2,7		D	263	2,9	2,9
	E	184	1,7	1,8		E	162	1,8	1,8
	F	41	0,4	0,4		F	19	0,2	0,2
	Ausentes	641	6			Ausentes	28	0,3	
Total		10773	100	100	Total		8947	100	100
Jaboatão dos G. - TIP	A	12583	61,2	61,2	Lamepe/Recife	A	1621	62	63,7
	B	4457	21,7	21,7		B	505	19,3	19,9
	C	2388	11,6	11,6		C	282	10,8	11,1
	D	637	3,1	3,1		D	71	2,7	2,8
	E	417	2	2		E	57	2,2	2,2
	F	75	0,4	0,4		F	8	0,3	0,3
	Ausentes	1	0			Ausentes	72	2,8	
Total		20558	100	100	Total		2616	100	100
Olinda	A	5559	62,3	67,5	Jaboatão dos G.	A	2091	54,4	60,1
	B	1515	17	18,4		B	776	20,2	22,3
	C	797	8,9	9,7		C	439	11,4	12,6
	D	217	2,4	2,6		D	97	2,5	2,8
	E	121	1,4	1,5		E	67	1,7	1,9
	F	28	0,3	0,3		F	12	0,3	0,3
	Ausentes	679	7,6			Ausentes	362	9,4	
Total		8916	100	100	Total		3844	100	100

Fonte: Elaborado pelos autores.

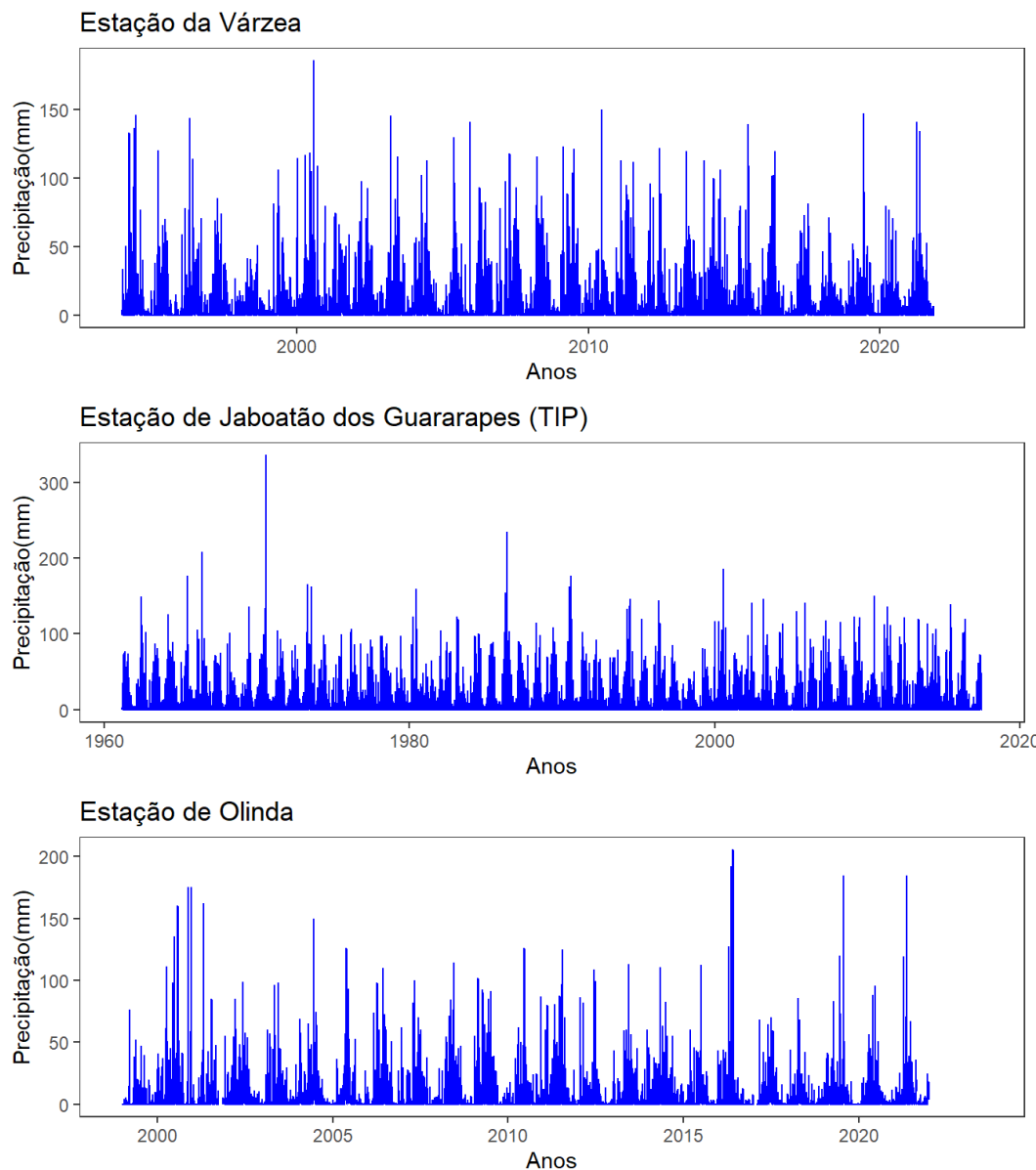
Na



Tabela 2, pode-se observar que as proporções mais significativas em todas as estações se concentram no Nível A, indicando uma precipitação inferior a 2 mm. No entanto, à medida que o nível aumenta, as proporções tendem a diminuir. Por outro lado, o Nível F, que representa precipitações superiores a 100 mm, apresentou proporções inferiores a 1%.

As Figuras 3 e 4 apresentadas a seguir, apresentam as séries de estudos nos seus respectivos intervalos, em que a presença de valores ausentes pode ser observada pelos espaços em branco.

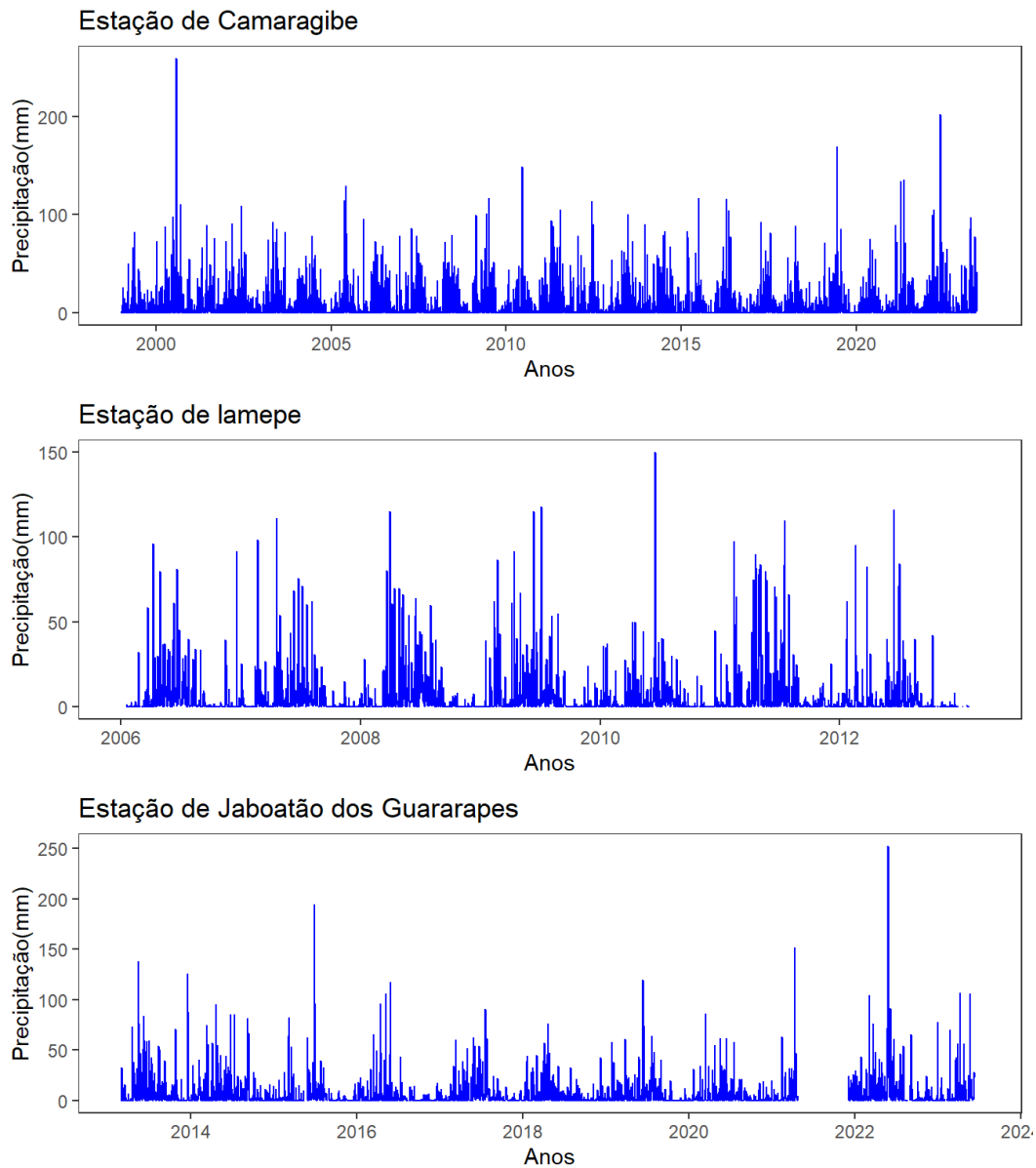
**Figura 3** – Séries temporais referente as estações Várzea/Recife, Jaboatão dos Guararapes – TIP e Olinda.



Fonte: Elaborado pelos autores.

A Figura 3 apresenta as séries temporais diárias de precipitação (em mm) para as estações da Várzea, Jaboatão dos Guararapes (TIP) e Olinda. É visto que, para a estação de Jaboatão dos G. (TIP) um valor atípico pode ser observado entre os anos de 1960 e 1980, com uma precipitação em torno de 300mm.

**Figura 4** – Séries temporais referentes as estações de Camaragibe, Lamepe ITEP/Recife e Jaboatão dos Guararapes.



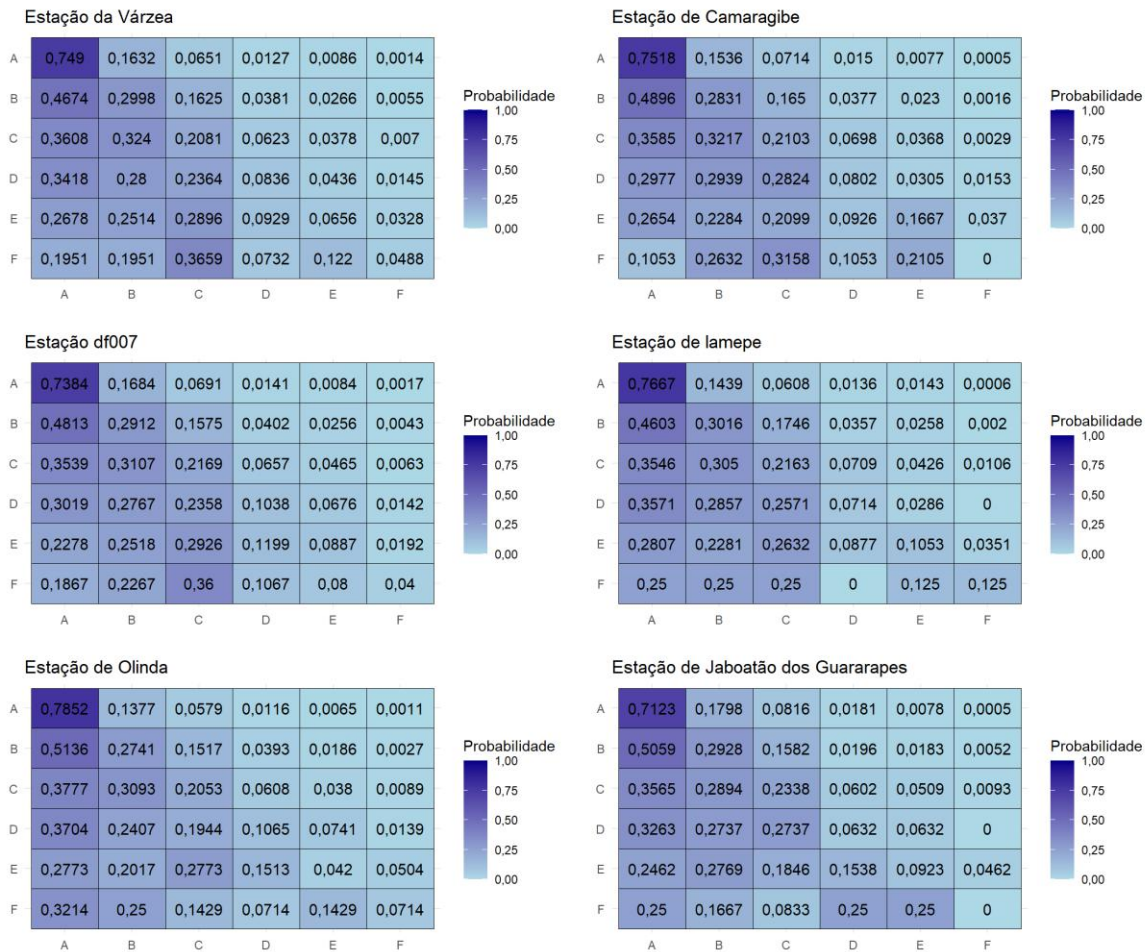
Fonte: Elaborado pelos autores.

Nas Figuras 4, é possível observar o comportamento de cada estação ao longo do tempo. Ao examinar as séries, referente a Figura 3 e 4, é possível identificar alguns valores atípicos, os quais representam chuvas intensas nos municípios em questão. Na estação de Camaragibe um valor de precipitação acima de 200mm foi registrado próximo ao ano de 2000. Entretanto, observa-se aproximadamente no ano de 2015, na estação de Jaboatão dos Guararapes, um valor registrado de precipitação de aproximadamente 200mm, além disso outro foi registrado no ano de 2022, visto que o valor se aproximou de 250mm. Os resultados subsequentes envolvem a aplicação do método da cadeia de Markov.

### 3.2 Cadeias de Markov

As matrizes de transição são apresentadas a seguir, como um gráfico do tipo mapa de calor. Os valores com tonalidades mais escuras indicam uma probabilidade de transição próxima a 1.

**Figura 5** – Mapa de calor para as matrizes de transição das estações.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 5, apresentam-se as matrizes de probabilidade transição para as estações do presente estudo. Quanto mais claras/escuras as tonalidades menores/maiores são as probabilidades de transição. Em destaque, observa-se que a probabilidade de recorrência do estado A é de pelo menos ~71% em todas as estações.

**Tabela 3** – Probabilidade das cadeias de Markov estacionárias.

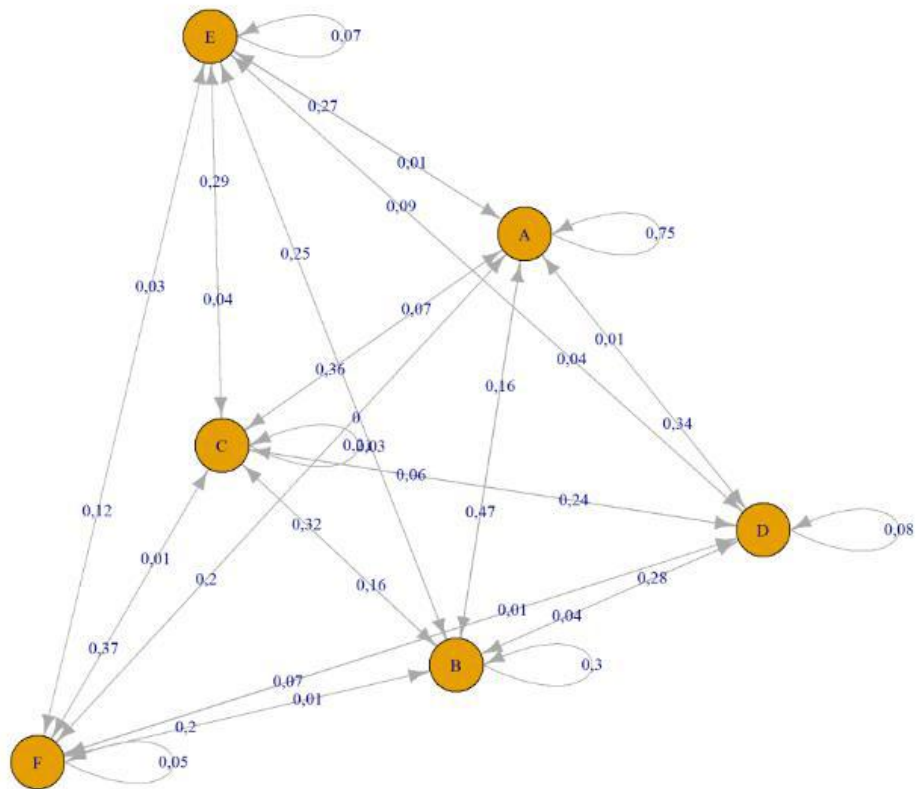
Estações	A	B	C	D	E	F
Várzea/Recife	0,6226	0,2156	0,1122	0,0274	0,0182	0,0041
Jaboatão dos G. - TIP	0,6120	0,2168	0,1162	0,0310	0,0203	0,0036
Olinda	0,6764	0,1832	0,0963	0,0261	0,0145	0,0034
Camaragibe	0,6287	0,2054	0,1160	0,0295	0,0182	0,0021
Lamepe/Recife	0,6358	0,1995	0,1114	0,0277	0,0225	0,0032
Jaboatão dos G.	0,5999	0,2233	0,1252	0,0285	0,0196	0,0035
Média	0,6292	0,2073	0,1129	0,0284	0,0189	0,0033
Desvio Padrão	0,0179	0,0113	0,0063	0,0013	0,0019	0,0004

A (2 < mm), B (2 a 10 mm), C (10 a 30 mm), D (30 a 50 mm), E (50 a 100 mm) e F (> 100 mm). Fonte: Elaborado pelos autores.

A Tabela 3, apresenta as probabilidades de estado estáveis de cada uma das estações em cada um dos níveis a longo prazo, ou seja, a probabilidade de encontrar um determinado estado em cada uma das estações observando o sistema a um longo período. Dessa forma, se destacam as probabilidades estacionárias a longo prazo para os estados da cadeia (níveis de precipitação) A, B e C, com médias de 0,6292, 0,2073 e 0,1129, respectivamente. Segundo Silva et. al (2020), a frequência de eventos de chuva em Recife mostra que precipitações maiores ou superiores a 30 mm ocorrem entre junho e julho. Além disso, entre outubro e dezembro ocorrem os menores registros de chuva diárias fortes (30 a 50 mm), muito fortes (50 a 100 mm) ou extremamente fortes (>100 mm).

Em uma cadeia de Markov, as probabilidades de estado estável são aquelas que se estabilizam depois de um número suficientemente grande de etapas da cadeia, isso significa que depois de um certo tempo as probabilidades de transição entre os estados se tornam constantes. Os estados com maior probabilidade de transição estacionária são A, B e C (sem chuva, chuva fraca e chuva fraca e moderada). Na próxima seção apresenta-se, a técnica *Sliding window* para a estação da Várzea/Recife. Além disso, a Figura 5 apresenta as probabilidades de transição para a estação em questão, se tratando de uma forma alternativa para melhorar a visualização da matriz de transição.

**Figura 6** – Grafo para estação da Várzea/Recife.



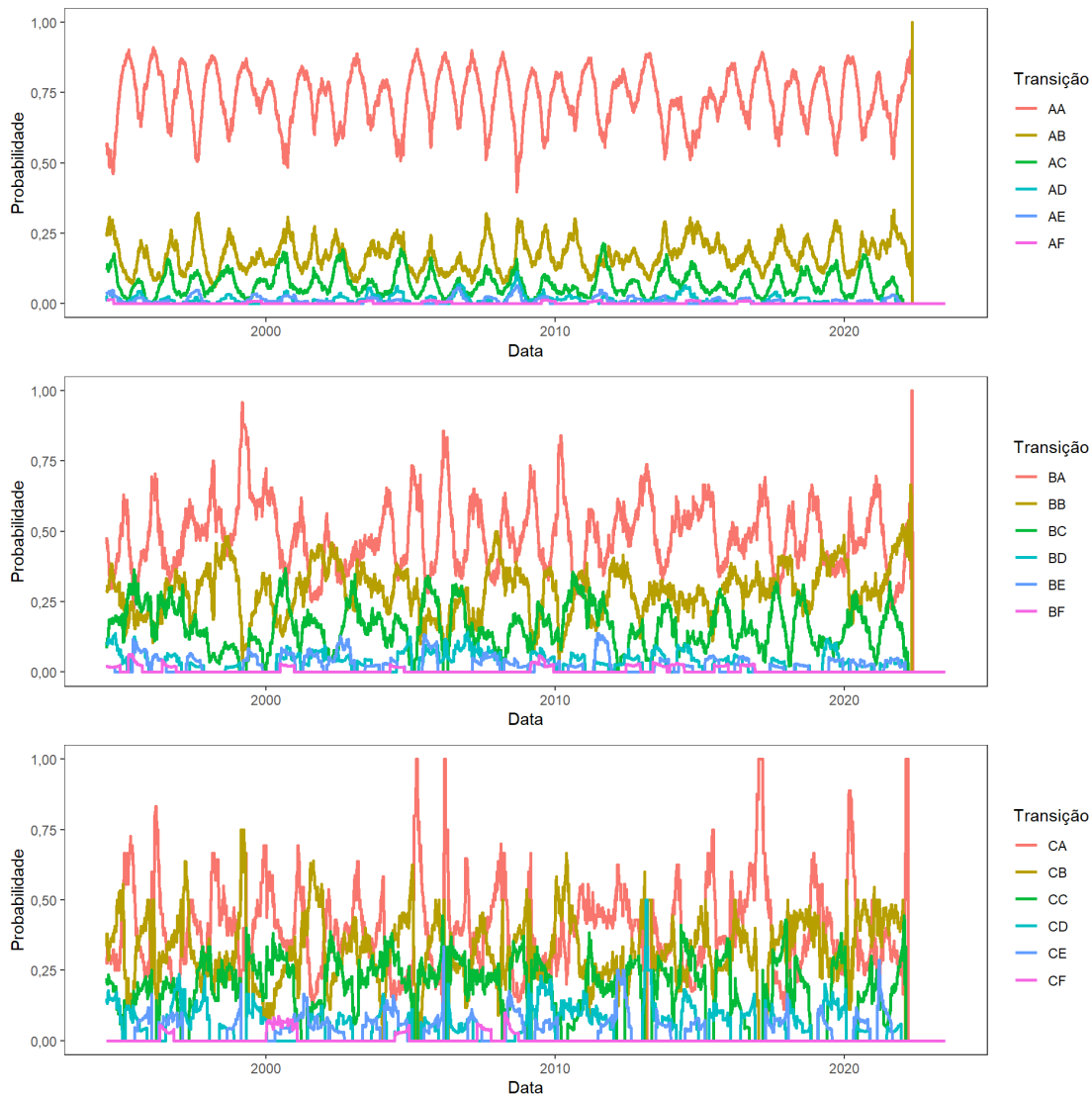
Fonte: Elaborado pelos autores.

O grafo da cadeia de Markov para a estação da Várzea/Recife está ilustrado na Figura 5. Nota-se que partindo do estado A, a probabilidade de permanecer nele é de 0,75, e assumir o estado B com probabilidade 0,47. Da mesma forma, se o estado atual é B, a probabilidade de permanecer neste estado é de 0,3, e assumir o estado A com probabilidade de 0,16 e segue deste modo para os outros estados.

### 3.3 Sliding window

Nesta secção utilizou-se uma estação para representar a probabilidade de transição ao longo do tempo, por meio da técnica *sliding window*. Para aplicação do estudo a seguir utilizou-se os dados da estação da Várzea/Recife. A utilização dos níveis A, B e C (sem chuva, chuva fraca, chuva fraca a moderada) se justifica pelo fato destas categorias terem as maiores frequência ao longo do período de estudo.

**Figura 7** – Slindow window para probabilidades de transições do nível A, B e C.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Observa-se na Figura 7, pode-se observar que as curvas de transição sempre apresentam probabilidades maiores quando a transição envolve a mudança para o estado A. Além disso essa probabilidade tende a diminuir para as transições dos estados B, C, D, E e F. Este comportamento sugere que a probabilidade de transição do estado A para si mesmo é superior em relação às demais probabilidades de transição.

#### 4. Considerações Finais

De acordo com os resultados obtidos, tais como média, mediana e 3º quartil, observa-se que as estações se mantêm no nível A de pouca chuva a maior parte do tempo. Além disso, a Tabela 3 sugere que a frequência dos níveis de precipitação em todas as estações tendem a decrescer em relação ao aumento do índice. Isso sugere que os episódios de fortes chuvas, que podem causar

deslizamentos e situações de risco, são eventos não frequentes, portanto mais difíceis de prever, indicando à importância de mapear tais informações.

Ao avaliar os gráficos das séries temporais, conseguimos identificar melhor os períodos de destaques com chuvas intensas. O mapa de calor sugere que a probabilidade de se manter no estado sem chuva é maior em todas as estações. O mesmo ocorre ao considerar a probabilidade estacionária a longo prazo. Entretanto, foi possível detectar nesses mapas de calor, os eventos de chuvas fortes em determinados momentos.

Considerando a importância do conhecimento sobre inundações que pode ser usado como auxílio na tomada de decisão dos órgãos públicos a respeito da situação de risco em áreas críticas da região metropolitana do Recife-PE, o presente estudo analisou o comportamento da precipitação de seis estações de chuva na RMR. Dessa forma, o presente trabalho pode ser utilizado como ponto de partida para simular possíveis cenários de chuva e monitorar riscos de inundação e deslizamentos.

## Agradecimentos

Este trabalho é um projeto da disciplina de métodos quantitativos aplicados a ciências agrárias, pelo Programa de Pós-graduação em Biometria e Estatística aplicada - PPGBEA. A agência brasileira Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e, através das críticas construtivas e sugestões, aos revisores anônimos agradecemos toda contribuição no aprimoramento deste trabalho.

## Referências

- Silva D. S., Lima M. J. S., Pedro Neto, P. F. S., Gomes, H. F. B. G., Silva, F. D. S., Almeida, H. R. R. C., Costa, R. L. & Pereira, M. P. S. (2020). Caracterização de eventos extremos e de suas causas climáticas com base no Índice Padronizado de Precipitação Para o Leste do Nordeste. *Revista brasileira de Geografia Física*. 13(2), 449-64. <https://doi.org/10.26848/rbgf.v13.2.p449-464>.
- Santos, S. R. Q., Braga, C. C., Sansigolo, C. A. & Santos, A. P. P. S. (2017) Determinação de Regiões Homogêneas do Índice de Precipitação Normalizada (SPI) na Amazônia Oriental. *Revista Brasileira de Meteorologia*. 32(1), 111-22. [10.1590/0102-778632120160013](https://doi.org/10.1590/0102-778632120160013).
- Assis Dias M., Saito S. M., Alvalá R. C. S., Seluchi M. E., Bernardes T., Camarinha P. I. M., Stenne C., & Nobre, C. A. (2020). Índice de vulnerabilidade relacionado a populações em risco de deslizamentos no Sistema Brasileiro de Alerta Prévio (BEWS). *Int. J. Redução do Risco de Desastres*, 49
- da Silva, A. P., Barroso, E. V., & Polivanov, H. (2022). Índices pluviométricos críticos para prevenção de desastres por deslizamentos na cidade de Niterói, RJ. *Geologia USP. Série Científica*, 22(3), 47-60.
- Souza, W. M., Azevedo, P. V., & Araújo, L. E. (2012). Classificação da Precipitação Diária e Impactos Decorrentes dos Desastres Associados às Chuvas na Cidade do Recife-PE. *Revista Brasileira de Geografia Física*. v. 5, n. 2 (2012). <https://doi.org/10.26848/rbgf.v5i2.232788>.
- Marengo J. A. A. B, Alcantara E. B, Cunha A. P. A. B; Seluchi M., Nobre, C. A., Dolif, G, Goncalves, D., Assis, Dias M.; Cuartas L. A., Bender, F., Ramos A. M., Mantovani, J. R., Alvalá, R. C., & Moraes, O. L., Flash floods and landslides in the city of Recife, Northeast Brazil after heavy rain on May 25–28, 2022: Causes, impacts, and disaster preparedness. *Weather and Climate Extremes*. Volume 39, March 2023, 100545.
- Pedreira, L. S., São Mateus, M. D. S., & Calumby, R. T. (2022, May). Integração de sistemas para predição de deslizamentos de terra baseada em aprendizado de máquina. *In Anais Estendidos do XVIII Simpósio Brasileiro de Sistemas de Informação* (pp. 358-365). SBC.
- dos Santos Araújo, W., Souza, F. D. A. S., de Brito, J. I. B., & Lima, L. M. (2012). Aplicação do modelo estocástico Cadeia de Markov a dados diários de precipitação dos estados da Bahia e Sergipe. *Revista Brasileira de Geografia Física*, 3, 509-523.
- Morettin, P. A. (2017). *Estatística básica*. Saraiva Educação SA.
- Mendonça, E. B. (2017). *Estatística descritiva para cursos de graduação*. Appris.
- R-project. (2023, 06 21). Retrieved from *The R Project for Statistical Computing*: <https://www.r-project.org/>
- Taha, H. A. (2007). *Operations research: an introduction*. (8a ed.), Pearson.
- Atuncar, G. S. (2011). Conceitos Básicos de Processos Estocásticos. Departamento de Estatística - *Universidade Federal de Minas Gerais*. 83 p.
- Nogueira, F. *Modelagem e Simulação - Cadeias de Markov*. Notas de aula. <http://leg.ufpr.br/lib/exe/fetch.php/projetos:microarray:cadeiamarkov.pdf>.



- Andersen, A. R., Nielsen, B. F., & Reinhardt, L. B. (2017). Optimization of hospital ward resources with patient relocation using Markov chain modeling. *European Journal of Operational Research*, 260(3), 1152-1163.
- Jale, J. S., Júnior, S. F. A. X., Xavier, É. F. M.; Stošić, T., Stošić, B., & Ferreira, T. A. E. (2019). Application of Markov chain on daily rainfall data in Paraíba-Brazil from 1995-2015. *Acta Scientiarum. Tecnologia vol. 41*, 2019.
- Grigoletti, P. S. (2015). Cadeias de Markov. Pelotas - Rs: *Escola de Informática – Universidade Católica de Pelotas (Ucpel)*. 9p. [https://www.researchgate.net/publication/228747669\\_Cadeias\\_de\\_Markov](https://www.researchgate.net/publication/228747669_Cadeias_de_Markov).
- Magela, M. M. Teoria básica das cadeias de markov. Espírito Santo: *Universidade Federal do Espírito Santo - Ufes*, 2015. 112 p.
- Zebetti, A. *Probabilidade - Cadeias de Markov*. Notas de aula. <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/cadeias-de-markov.html>.
- Braverman, V., Ostrovsky, R., & Zaniolo, C. (2009). Optimal sampling from sliding windows. *Journal of Computer and System Sciences* 78, pp. 260-272.
- Cormode, G., & Yi, K. (2011). Tracking distributed aggregates over time-based sliding windows. *Proceedings of the 30th annual ACM SIGACT-SIGOPS symposium on Principles of distributed computing*, pp. 213-21.
- Yu Yufeng, Z. Y. (2014). Time Series Outlier Detection Based on Sliding Window Prediction. *Journal of Computer Applications*, 34(8), 2217-2220.
- da Silva Junior, M. A. B., Cabral, J. J. D. S. P., da Fonseca Neto, G. C., da Silva, P. O., Guerra, C. M. F., & da Silva, S. R. (2020). Desafios para a adaptação da infraestrutura de drenagem urbana em cenário de mudança do clima no Recife-PE. *Journal of Environmental Analysis and Progress*, 5(3), 302-318.