

Área como grandeza geométrica: Um estudo no 6º ano do Ensino Fundamental por meio do software de geometria Apprenti Géomètre 2

Area as a geometric magnitude: A study in 6th grade Elementary Education using the geometry software Apprenti Géomètre 2

El área como magnitud geométrica: Un estudio en 6º grado de Educación Primaria mediante el software de geometría Apprenti Géomètre 2

Recebido: 07/11/2024 | Revisado: 11/11/2024 | Aceitado: 12/11/2024 | Publicado: 14/11/2024

Juan Francisco de Lima e Silva

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-2199-7886>

Universidade de Pernambuco, Brasil

E-mail: juanfsilva43@gmail.com

Vinicius Henrique da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2086-3244>

Universidade de Pernambuco, Brasil

E-mail: vinicius.hsilva@upe.br

Anderson Douglas Pereira Rodrigues da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-8950-3019>

Universidade de Pernambuco, Brasil

E-mail: anderson.rodriguessilva@upe.br

Resumo

Compreender o conceito de área possibilita aos cidadãos desenvolverem habilidades essenciais para aplicações práticas, facilitando o planejamento e a tomada de decisões informadas em situações cotidianas, como calcular a quantidade de cerâmica para revestir o piso de um banheiro ou a quantidade de tinta para pintar uma parede. Contudo, pesquisas em educação matemática e avaliações de desempenho apontam que estudantes do Ensino Fundamental e Médio enfrentam dificuldades na assimilação desse conceito. Frente a esse cenário, este estudo tem como objetivo analisar os procedimentos e as estratégias adotadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental ao resolverem uma tarefa de comparação de área entre figuras planas. Essa atividade foi conduzida com o suporte do software de geometria *Apprenti Géomètre 2* (AG2). Com base nos resultados, o estudo pretende diagnosticar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação ao conceito de área e avaliar o impacto desse recurso na resolução de problemas relacionados ao tema. Para alcançar esses objetivos, foi realizada uma pesquisa qualitativa com oito alunos do 6º ano de uma escola pública em Pernambuco. Os resultados indicaram que, embora o AG2 tenha facilitado a utilização de estratégias como decomposição, recomposição, sobreposição, rotação, translação e reflexão para comparar áreas, possibilitando em alguns casos a obtenção de respostas corretas, ainda persistem dificuldades no entendimento do conceito de área. Observou-se que os alunos têm dificuldade em compreender que duas figuras podem possuir áreas iguais independentemente da possibilidade de decomposição e recomposição para comparação por sobreposição.

Palavras-chave: Área; Apprenti Géomètre; Educação Matemática; Ensino de Matemática; Ensino.

Abstract

Understanding the concept of area enables citizens to develop essential skills for practical applications, facilitating planning and informed decision-making in everyday situations, such as calculating the amount of tile needed to cover a bathroom floor or the amount of paint to cover a wall. However, research in mathematics education and learning performance assessments indicate that elementary and high school students face difficulties in grasping this concept. In light of this, the objective of this study is to analyze the procedures and strategies used by 6th-grade elementary students when solving a task that involves comparing the area of flat shapes. This activity was conducted with the support of the geometry software *Apprenti Géomètre 2* (AG2). Based on the findings, the study aims to diagnose the main difficulties students encounter with the concept of area and evaluate the impact of this tool on problem-solving related to the topic. To achieve these objectives, a qualitative study was conducted with eight 6th-grade students from a public school in the state of Pernambuco. The results indicated that, although AG2 facilitated the use of strategies such as decomposition, recomposition, superposition, rotation, translation, and reflection to compare areas—allowing students, in some cases, to arrive at correct answers—difficulties in understanding the concept of area persist. It was

observed that students struggle to understand that two shapes can have the same area regardless of whether one can be decomposed and recomposed to be compared by superposition.

Keywords: Area; Apprenti Géomètre; Mathematics Education; Maths teaching; Teaching.

Resumen

Comprender el concepto de área permite a los ciudadanos desarrollar habilidades esenciales para aplicaciones prácticas, facilitando la planificación y la toma de decisiones informadas en situaciones cotidianas, como calcular la cantidad de cerámica para cubrir el piso de un baño o la cantidad de pintura para cubrir una pared. Sin embargo, investigaciones en educación matemática y evaluaciones de rendimiento de aprendizaje indican que estudiantes de primaria y secundaria enfrentan dificultades para asimilar este concepto. Ante este escenario, el objetivo de este estudio es analizar los procedimientos y estrategias utilizados por estudiantes de 6° grado de educación primaria al resolver una tarea que implica comparar el área de figuras planas. Esta actividad se llevó a cabo con el apoyo del software de geometría *Apprenti Géomètre 2* (AG2). Con base en los resultados, el estudio pretende diagnosticar las principales dificultades que enfrentan los estudiantes en relación con el concepto de área y evaluar el impacto de esta herramienta en la resolución de problemas relacionados con el tema. Para alcanzar estos objetivos, se realizó un estudio cualitativo con ocho estudiantes de 6° grado de una escuela pública en el estado de Pernambuco. Los resultados indicaron que, aunque el AG2 facilitó el uso de estrategias como la descomposición, recomposición, superposición, rotación, traslación y reflexión para comparar áreas—permitiendo a los estudiantes, en algunos casos, llegar a respuestas correctas—persisten dificultades en la comprensión del concepto de área. Se observó que los estudiantes tienen dificultad para entender que dos figuras pueden tener la misma área independientemente de la posibilidad de descomponer y recomponer una de ellas para compararla mediante superposición.

Palabras clave: Área; Apprenti Géomètre; Educación Matemática; Enseñanza Matemática; Enseñanza.

1. Introdução

A compreensão do conceito de área de figuras planas na Educação Básica é essencial para todo o cidadão, pois será utilizado em diversas situações cotidianas. Por exemplo, ao comprar pisos para revestir o chão de uma sala, é necessário calcular a área para determinar a quantidade de material a ser adquirido. Da mesma forma, ao pintar uma parede, é importante entender o conceito de área para calcular a quantidade de tinta necessária. Em jardinagem, ao planejar a disposição de canteiros ou a quantidade de grama a ser plantada, o cálculo de áreas ajuda a otimizar o uso dos recursos e evitar desperdícios. Esses conhecimentos são fundamentais para o planejamento eficiente e a tomada de decisões conscientes em atividades práticas, como na decoração de ambientes, onde é preciso calcular a área das janelas ou do piso ao escolher cortinas ou tapetes, garantindo que as peças tenham as dimensões adequadas. Na construção e reforma de casas, o cálculo da área é necessário para determinar a quantidade de materiais de acabamento, como azulejos, tinta ou papel de parede, que serão necessários para cobrir as superfícies de paredes, pisos e tetos. Além disso, no design gráfico e na impressão, compreender a área da superfície a ser coberta é essencial para calcular a quantidade de papel necessária para imprimir materiais como cartazes ou folhetos. No planejamento urbano e paisagismo, arquitetos e urbanistas aplicam o conceito de área ao projetar praças, ruas, jardins ou estacionamentos, garantindo que os espaços sejam proporcionais e eficientes. Em atividades esportivas, como futebol, tênis ou basquete, entender as áreas dos campos e das quadras é crucial para o planejamento e o desenvolvimento das regras de jogo. Por fim, ao organizar estantes ou prateleiras em casa ou no trabalho, o cálculo da área disponível permite otimizar o uso do espaço e acomodar os objetos de forma eficiente.

Esse conceito perpassa as etapas de ensino (Fundamental e Médio) nos currículos oficiais brasileiros (Brasil, 2017). De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), área de figuras planas é um dos objetos de aprendizagem que deve ser ensinado a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mais especificamente, seu estudo é iniciado na unidade temática Grandezas e Medidas no 3° ano, seguido pelo 4°, 5°, 6°, 7°, com ênfase no 8° ano (Brasil, 2017). No entanto, pesquisas realizadas com alunos da Educação Básica no Brasil indicam que eles frequentemente enfrentam dificuldades na compreensão do conceito de área (Silva, 2016; Ferreira, 2018; Silva, 2019; Santos, 2021; Silva et al., 2022; Silva, Silva e Gomes, 2023). Entre os principais desafios, observa-se que os alunos tendem a confundir área com perímetro (Ferreira, 2010, 2018), área com

figura, e não conseguem aceitar que figuras de formas diferentes podem ter a mesma área (Silva, 2016, 2019). Além disso, há confusão entre a área e sua unidade de medida (Silva et al., 2022), o que dificulta ainda mais a compreensão. Outra dificuldade comum é a troca incorreta de unidades de medida; em vez de expressar a área em unidades de medida, como m^2 ou cm^2 , que representam grandezas bidimensionais, os alunos acabam utilizando unidades lineares convencionais, como cm , m , entre outras (Onofre, 2018; Cunha e Ferreira, 2022).

Os resultados de uma avaliação do desempenho de 348 estudantes do 6º ano de escolas públicas da capital de Pernambuco, realizada pela Fundação Joaquim Nabuco (FUNDAJ, 2021), indicam dificuldades significativas na aprendizagem do conceito de área de figuras planas. Em um dos itens dessa avaliação, os alunos deveriam calcular a área de um muro de uma residência, levando em conta a quantidade de cerâmicas faltantes para completá-lo. Embora 67,77% dos estudantes tenham respondido corretamente, os pesquisadores responsáveis pela análise apontam que a taxa de acertos poderia ter sido maior. Isso se deve ao fato de que o processo de formalização do conceito de área de figuras planas começa nos anos iniciais e deve ser devidamente sistematizado no início do 6º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018). Dessa forma, apesar de mais da metade dos alunos ter respondido corretamente, os resultados ainda ficam aquém do esperado, evidenciando que os estudantes estão com o aprendizado do conceito de área abaixo do nível desejado para essa etapa da Educação Básica (FUNDAJ, 2021).

Estudos apontam que as dificuldades na compreensão do conceito de área estão frequentemente associadas à maneira como ele é abordado desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Em muitas abordagens, a ênfase recai sobre o ladrilhamento de figuras, seguido do uso de fórmulas e transformações de unidades de medida, com foco apenas em aspectos operatórios (Silva, 2016; 2019; Cunha, Ferreira e Consta, 2023). Essa abordagem, ao priorizar a execução mecânica de cálculos, pode dificultar a compreensão mais profunda do conceito (Silva, 2016). Outro fator que contribui para as dificuldades de aprendizagem do conceito de área está relacionado à forma como ele é apresentado nos livros didáticos de matemática. Muitos desses materiais definem a área como uma medida de superfície, o que pode gerar confusão, levando o estudante a associar a área a um número ligado a um objeto, em vez de compreender a área como uma grandeza bidimensional, ou como um atributo de uma figura, por exemplo. (Morais, Bellemain e Lima, 2014; Cunha e Ferreira, 2022).

Na década de 1980 as pesquisadoras Douady e Perrin-Glorian (1986) lançaram luz sobre a complexa jornada da aprendizagem do conceito de área por estudantes franceses. Elas trazem à tona em seus estudos que o modelo didático do ensino de área como grandeza pode contribuir para que eles dissociem a área e o objeto geométrico associado, mostrando que figuras diferentes podem ter a mesma área. Isso permite inferir que essa grandeza tem existência independentemente da forma da figura a que esteja associada e a distinção de área e sua medida, o que implica dizer que a um mesmo objeto geométrico pode ser atribuídas diferentes medidas, mas a área poderá permanecer inalterada (Douady e Perrin-Glorian, 1989; Bellemain e Lima, 2002; Lima e Bellemain, 2010).

No Brasil, com base na abordagem dos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989), diversas pesquisas exploraram o uso de recursos manipulativos e tecnológicos no ensino do conceito de área. Entre essas pesquisas, destacam-se os estudos de Silva (2016, 2019), Silva e Bellemain (2016, 2017) e Santana, Silva e Barros (2016), que investigaram o uso de malhas quadriculadas, papel de decalque e o software de geometria Apprenti Géomètre 2 (AG2) com estudantes do ensino fundamental. Esses estudos evidenciam que a utilização desses materiais proporcionou aos alunos uma experiência de aprendizagem mais rica e diversificada, possibilitando a exploração do conceito de área por meio de diferentes estratégias. Os autores destacam que a manipulação desses recursos gerou uma gama de procedimentos inovadores entre os alunos, os quais foram capazes de resolver as tarefas propostas corretamente em comparação aos alunos que se limitaram a utilizar apenas o tradicional papel e lápis. A utilização de malhas quadriculadas, por exemplo, facilitou a visualização das figuras e a contagem das unidades de área, enquanto o papel de decalque e o software AG2 proporcionaram uma interação mais dinâmica e visual com as figuras geométricas, favorecendo a compreensão e a aplicação dos conceitos de forma mais concreta e significativa.

Esse contexto evidencia como a mediação de recursos tecnológicos e manipulativos pode potencializar o aprendizado do conceito de área, promovendo a construção de estratégias mais autônomas e criativas por parte dos alunos.

Diante desse contexto, utilizando a abordagem de área como grandeza e compreendendo como relevante a utilização de recursos tecnológicos como forma de contribuir com a aprendizagem dos alunos do Ensino Fundamental, buscamos responder a seguinte questão de pesquisa: Quais procedimentos e estratégias são mobilizados por alunos do 6º ano na resolução de uma tarefa de comparação de área por meio do uso de um software de geometria?

Como hipótese para esse questionamento, compreendemos, baseados em Silva (2016, 2019), Silva e Bellemain (2017), Silva et al. (2022) e Lima e Farias (2024) que o uso de diferentes recursos tecnológicos pode possibilitar diferentes tipos de estratégias de resolução desse tipo de tarefa, oferecendo condições para que os alunos possam comparar as áreas das figuras, oferecendo condições para que percebam a distinção entre a figura e a área que ela possui e a área e sua medida.

Visando responder ao questionamento supracitado, elencamos como objetivo para este estudo analisar os procedimentos e as estratégias de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de uma tarefa de comparação de área de figuras planas por meio do software de geometria *Apprenti Géomètre 2* (*Aprendiz de Geometria*), diagnosticando, a partir disso, as dificuldades que eles apresentam com relação ao conceito de área e como esse recurso pode contribuir nessa resolução.

Optamos por escolher o software de geometria denominado de *Apprenti Géomètre 2* para que os alunos respondessem a referida tarefa pela possibilidade de permitir o processo de decomposição e recomposição de figuras de maneira lúdica e original em relação aos demais softwares consultados, tais como: o *Cabri Géomètre 1* e o *Geogebra 2*. Nesses softwares não há uma ferramenta específica que permita ao aluno realizar processos de decomposição e recomposição de figuras, como é o caso no *Apprenti Géomètre 2* (Silva, 2016). O uso dessas ferramentas de decomposição e recomposição de figuras pode ampliar, por exemplo, a possibilidade de resolução de algumas tarefas de comparação de área. Sendo S_1 e S_2 , figuras de mesma área, porém de formas diferentes, uma das maneiras de comparar suas áreas é decompor uma delas e recompor de modo a obter uma figura possível de comparar por sobreposição, ou seja, se duas figuras coincidem por sobreposição elas têm mesma área (Silva, 2016). Compreendemos que o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática representa uma mudança significativa nas metodologias de ensino, especialmente no contexto atual, em que a sociedade do conhecimento impõe desafios educacionais mais complexos. Esse cenário exige que a tecnologia deixe de ser apenas um recurso de apoio para se tornar um componente essencial no desenvolvimento de novas abordagens pedagógicas (Firme, 2020).

Este estudo tem como objetivo analisar os procedimentos e as estratégias adotadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental ao resolverem uma tarefa de comparação de área entre figuras planas. Nas seções seguintes, discutiremos a abordagem da área como uma grandeza, ressaltando a importância do uso de recursos tecnológicos no ensino de áreas de figuras planas. Em seguida, apresentaremos os menus e ferramentas do software *Apprenti Géomètre 2* relevantes para o estudo da área, a metodologia de pesquisa adotada, e a análise dos dados coletados. Por fim, serão expostas as considerações finais deste estudo.

¹ O *Cabri Géomètre 2* é um software de Geometria Dinâmica desenvolvido por Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain que permite construir objetos geométricos interativamente (Baldin e Villagra, 2002, p. 11).

² O *Geogebra* é um software de Geometria Dinâmica que busca integrar a geometria e a álgebra, foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwarter, da universidade de Salzburg para ser utilizado em um ambiente de sala de aula (Gobbi, 2012).

2. Referencial Teórico

A abordagem de área como uma grandeza

A presente pesquisa propõe abordar a área como uma grandeza geométrica, fundamentando-se nos estudos realizados por Douady e Perrin-Glorian (1989). As autoras identificaram diversos erros comuns entre estudantes franceses em diferentes níveis de escolaridade ao lidar com o conceito de área, tais como: a superfície unitária sendo uma superfície com certa forma faz com que a possibilidade de medida de uma superfície dependa de S ser efetivamente ladrilhável com elementos daquela forma. Assim, os alunos encontram dificuldade para exprimir a área de um triângulo em cm^2 (centímetros quadrados) dada a impossibilidade de cobri-lo com número finito de quadrados; a área é ligada à figura e não se dissocia de outras características dessa superfície; se o perímetro de uma figura se altera; sua área também (e reciprocamente); se duas figuras têm o mesmo perímetro, elas têm a mesma área; estende-se o uso de certas fórmulas a situações em que elas não são válidas: por exemplo, produto do comprimento dos lados não paralelos para obter a área de um paralelogramo ou o produto das três “dimensões”, no caso de um triângulo.

Essas dificuldades quanto ao conceito de área como grandeza geométrica, ocorrem segundo as pesquisadoras, no tratamento dado por alguns alunos na “concepção forma” ligados ao quadro geométrico, ou na “concepção número” vinculados ao quadro numérico, ou as duas simultaneamente, mas sem estabelecer relações entre elas. As concepções numéricas caracterizam-se como aquelas segundo as quais o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo de área, enquanto que as concepções geométricas são aquelas segundo as quais os alunos confundem área e figura, assim como figura e perímetro (Silva, 2016). Diante dessas dificuldades Douady e Perrin-Glorian (1989) entendem que a aprendizagem matemática deve ser tratada em diferentes quadros³. E consideram que a construção do conceito de área como grandeza geométrica deva partir da distinção e articulação entre três quadros, o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico.

O Quadro Geométrico composto por todas as superfícies planas, que são objetos matemáticos, considerando as inúmeras formas existentes: poligonais, circulares, figuras irregulares, etc, fazendo parte, também, desse quadro as eventuais relações que podem surgir entre esses objetos com respeito as suas formas. O Quadro Numérico constituído pelas medidas da área das superfícies, ou seja, nesse caso, o conjunto dos números reais não negativos: 5, $\frac{3}{4}$, ... E o Quadro das Grandezas: caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área. “Expressões compostas de um número e uma unidade de medida: 3m^2 ; 7cm^2 ; 1Km^2 ; são formas de representar grandezas” (Bellemain e Lima, 2002, p. 29).

Considerando os quadros mencionados, Douady e Perrin-Glorian (1989) afirmam que a construção do conceito de área como grandeza trata-se de distinguir área e figura (pois figuras distintas podem ter a mesma área) e também área e número (pois se medirmos a área de uma figura com diferentes unidades, obteremos números diferentes para expressar a medida de área que obviamente não se altera).

O uso de recursos tecnológicos no ensino de área de figuras planas

Compreendemos que o uso de recursos tecnológicos quando inseridos no planejamento do professor pode possibilitar a construção de forma significativa de conceitos matemático como o de área de figuras planas. No que diz respeito ao uso de tecnologias Ramos (2003) coloca que a utilização da Informática na Educação pode potencializar e auxiliar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas e que a informática vem impregnando-se cada vez mais nos ambientes escolares, então se faz necessário a concepção de um padrão de desenvolvimento de software educacional, para que os mesmos possam contemplar as reais necessidades dos docentes em uma determinada perspectiva pedagógica. De acordo com Kenski (2007) o

³Como quadro as pesquisadoras francesas entendem que é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações.

uso das tecnologias, quando bem utilizadas, provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. A mesma autora afirma ainda que, os usos de softwares diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor. Os documentos oficiais colocam que o uso da tecnologia é uma importante fonte de aprendizagem para estudantes.

No que concerne especificamente ao uso de software para explorar o conceito de área de figuras planas, o estudo de Baldini (2004) traz à tona a elaboração e aplicação de uma sequência didática com alunos do ensino médio para trabalhar os conceitos de área e perímetro, utilizando o software Cabri Géomètre II. A autora constatou que o uso do software, com a possibilidade de movimentação dos vértices das figuras sem alterar suas propriedades geométricas, foi fundamental para a compreensão dos alunos sobre a relação entre área e perímetro. Os alunos perceberam que a área e o perímetro de uma figura não variam necessariamente de forma proporcional: figuras com a mesma área podem apresentar perímetros diferentes e, reciprocamente, figuras com o mesmo perímetro podem ter áreas distintas. Esse recurso visual e interativo proporcionado pelo software facilitou a compreensão de conceitos geométricos que são, muitas vezes, abstratos.

De maneira semelhante, Gobbi (2012) desenvolveu uma sequência didática com o objetivo de investigar como os alunos do 7º ano do ensino fundamental constroem conhecimentos sobre área e perímetro de figuras planas, utilizando o software GeoGebra como recurso pedagógico. Além de explorar esses conceitos, a autora buscou avaliar as contribuições que o software poderia oferecer ao ensino de geometria. Entre as atividades aplicadas, destacaram-se aquelas que envolviam o ladrilhamento de figuras e a produção de novas figuras a partir de um número específico de ladrilhos para criar pavimentações. Gobbi observou que os alunos conseguiram resolver as atividades de forma satisfatória, aproveitando a possibilidade de mover e girar as figuras dinamicamente, o que reforçou a compreensão dos conceitos de área e perímetro de maneira visual e interativa.

Já o CREM (2007), grupo de pesquisa da Bélgica, realizou um estudo com alunos do 5ème premier da comunidade francófona na Bélgica (equivalente ao 5º ano do ensino fundamental no Brasil), utilizando o software Apprenti Géomètre 2 para investigar o impacto do seu uso no processo de ensino e aprendizagem de área e perímetro de figuras planas. O grupo desenvolveu uma sequência de atividades que incluía ferramentas do software, como decomposição, fusão, duplicação, movimentação, rotação e reflexão de figuras geométricas. Essas ferramentas permitiram aos alunos avançar na resolução de problemas e na compreensão do conceito de área de forma dinâmica e prática, facilitando o aprendizado ao permitir a manipulação direta das figuras.

Por fim, Silva (2015), inspirado nos estudos do CREM (2007), utilizou o Apprenti Géomètre 2 em uma oficina com professores e pesquisadores em Educação Matemática, com o objetivo de investigar o potencial desse software no ensino e aprendizagem da área como grandeza. Silva aplicou uma sequência com onze atividades de comparação de área, permitindo que os professores experimentassem o software de forma prática. Em sua análise, ele destacou que o dinamismo do software, especialmente a possibilidade de decompor e recompor figuras, foi essencial para que os professores respondessem às atividades de maneira apropriada e refletissem sobre as potencialidades do uso de recursos digitais no ensino de geometria.

Essa série de estudos destaca a relevância de softwares de geometria dinâmica no ensino de conceitos geométricos, como área e perímetro, ao promover uma compreensão mais profunda e visual desses conceitos e facilitar a construção de conhecimentos de forma interativa e contextualizada. A seção a seguir, apresentamos o Apprenti Géomètre 2, software escolhido pelos autores deste texto para o estudo de área como grandeza geométrica.

Conhecendo o Apprenti Géomètre 2

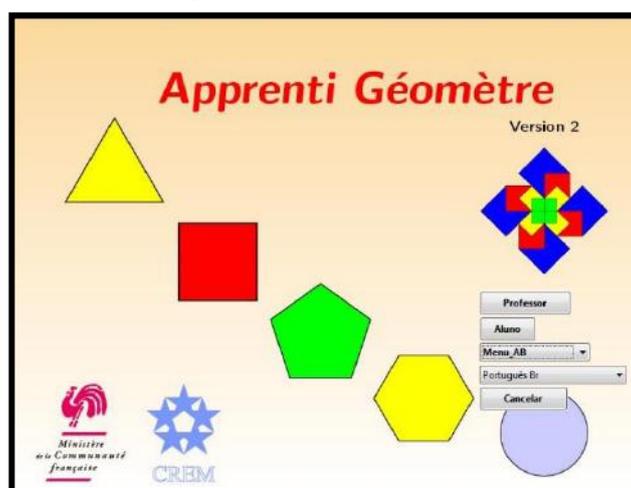
De acordo com Silva (2016), o Apprenti Géomètre é um software de geometria desenvolvido pelo Centre de

Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM), com o objetivo de atender à proposta do Ministério da Educação Básica da comunidade francófona na Bélgica, que visava disponibilizar um software de matemática para crianças de 8 a 12 anos, permitindo-lhes realizar atividades de geometria pouco acessíveis em um contexto escolar tradicional. Ao abrir o software, a janela inicial do *Apprenti Géomètre 2* oferece ao usuário cinco opções de menu: A, B, C, AB e AC. Nessa janela, é necessário que o usuário se identifique como professor ou aluno. Na opção "Aluno", o usuário deve inserir seu nome, para que o professor possa, posteriormente, acessar o histórico de atividades realizadas pelo aluno no software, identificando-o. A opção "Professor" permite ao docente personalizar um novo menu de acesso ao aluno por meio da ferramenta "Personalizar" (Silva, 2016).

Com essa opção de menu o professor pode traçar atividades iniciais, definir menus para deixar acessível ao aluno e decidir as ferramentas que estarão disponíveis à atividade que será proposta, ou seja, um menu de controle no qual os alunos, só poderão utilizar as ferramentas que serão compatíveis com o planejamento do professor. Esse software encontra-se disponível em <http://www.crem.be> é livre e pode ser instalado em computadores com o sistema operacional Windows, Mac OSX, Mac OS9 e Linux. No referido site encontramos ainda tarefas predefinidas⁴ com o uso do *Apprenti Géomètre 2* e utilizadas nas pesquisas desenvolvidas pelo CREM. Há também um manual de utilização e publicações referente ao uso do *Apprenti Géomètre 2* como um importante recurso no processo de ensino e aprendizagem de áreas de figuras planas (SILVA, 2016, p. 264).

A Figura 1 a seguir apresenta a tela inicial do *Apprenti Géomètre 2* em sua segunda versão, foco deste nosso estudo.

Figura 1 - Tela de abertura do AG2.



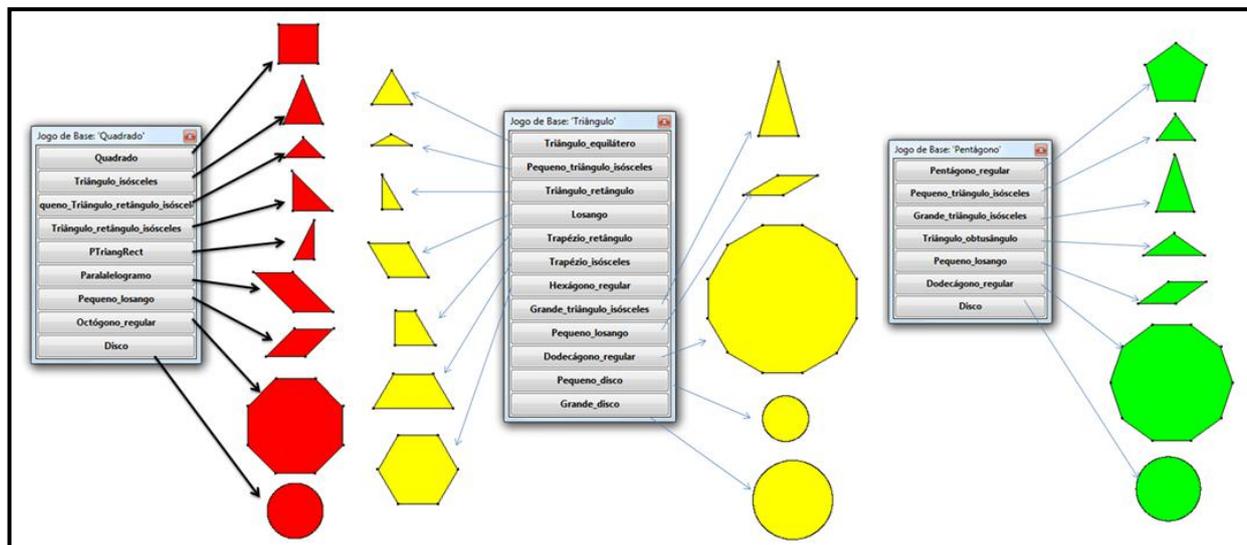
Fonte: Elaborada pelos autores.

As opções de menu na Figura 1 oferecem diferentes ferramentas ao usuário. O menu "A" foi desenvolvido para estudantes de 8 a 12 anos, possibilitando o acesso a um conjunto de figuras geométricas predefinidas. O aluno precisa apenas selecionar a figura desejada, clicando em uma das opções agrupadas em submenus, denominados "Jogos de Base", e, em seguida, reproduzi-la na interface do software. Dessa forma, ele poderá gerar quantas figuras forem necessárias para o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor (Silva, 2016). As figuras que compõem os "Jogos de Base" incluem o quadrado, o triângulo e o pentágono, permitindo a exploração de combinações interessantes que surgem da decomposição,

⁴ Essas atividades foram desenvolvidas pela CREM com o objetivo de fazer um estudo com alunos da comunidade francófona na Bélgica por meio do *Apprenti Géomètre 2*.

recomposição, fusão, inscrição ou circunscrição desses polígonos regulares. A Figura 2 ilustra a composição desse menu:

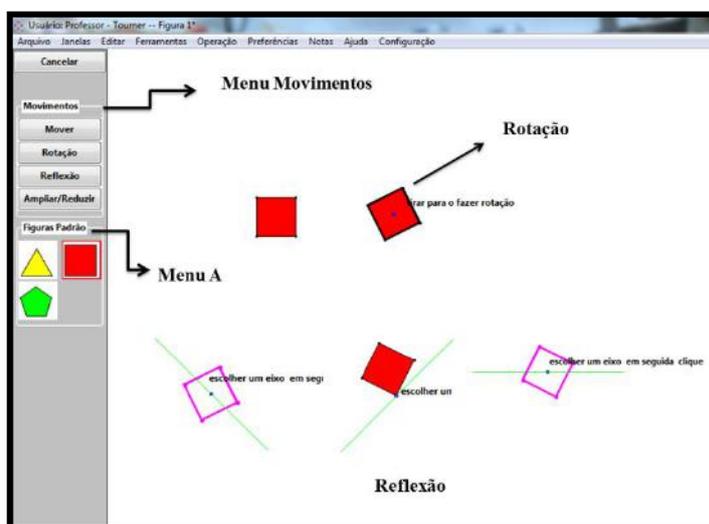
Figura 2 - Menu “Jogo de Base”.



Fonte: Elaborada pelos autores.

O AG2 também oferece ao usuário a opção “Movimentos” com as ferramentas desse menu há possibilidade de mover, realizar uma rotação ou fazer uma reflexão nas figuras criadas na interface do software por meio do menu “Figuras Padrão”. A ilustração abaixo, Figura 3, apresenta a interface do Apprenti Géomètre 2, após ser selecionada a opção de menu A e, em seguida, termos desenhados a representação de três quadrados do menu Figuras Padrão, mostrando assim as opções do menu “Movimentos”.

Figura 3 - Aplicação do menu “Movimentos”.

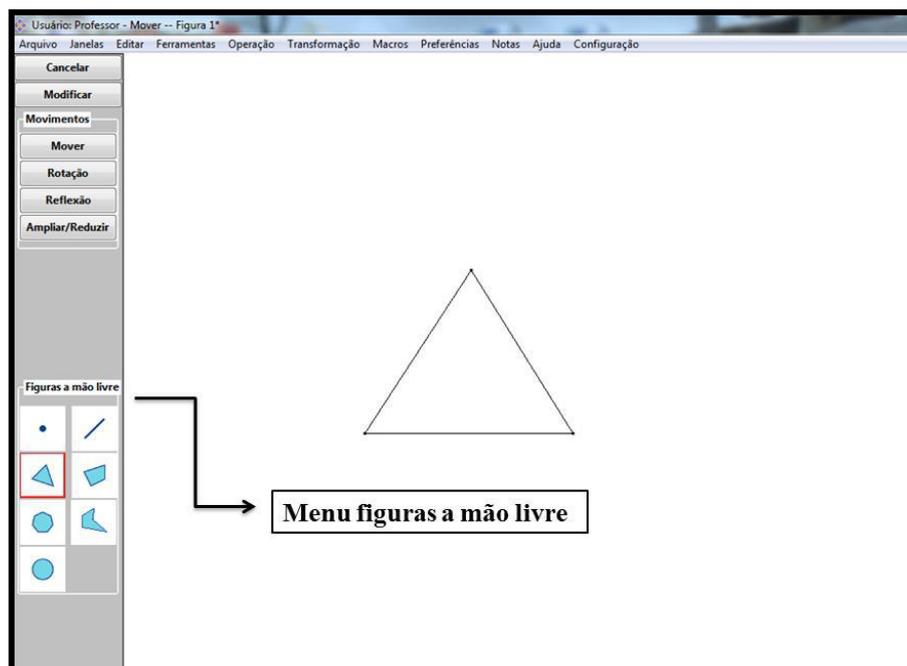


Fonte: Elaborada pelos autores.

O menu B está totalmente incluído no menu C; ambos contêm um conjunto de figuras que precisam ser construídas com alguns cliques do mouse. Essas figuras, por sua vez, estão organizadas em famílias, assim como no menu anterior, mas são definidas pelo número de lados, ângulos, entre outros atributos. O menu que agrupa essas famílias de figuras é denominado "Figuras à Mão Livre". Diferente do menu "Figura Padrão", que disponibiliza um conjunto de figuras geométricas predefinidas — permitindo que sejam criadas com apenas um clique sobre a figura e, em seguida, na interface do software — o menu

"Figuras à Mão Livre" possibilita a construção de figuras por meio de múltiplos cliques, exigindo do usuário um conhecimento mais elaborado para desenhar formas variadas. Para desenhar, por exemplo, um triângulo qualquer, é necessário selecionar a opção "Triângulo" no menu "Figuras à Mão Livre" e, em seguida, determinar três pontos não colineares, clicando com o botão direito do mouse. Os dois primeiros pontos definem a base do triângulo, enquanto o terceiro ponto determina a altura. Assim, é possível construir um triângulo qualquer utilizando esse procedimento. A Figura 4 a seguir apresenta a interface do Apprenti Géomètre 2 após a seleção do menu B na tela inicial do software e a construção de um triângulo qualquer.

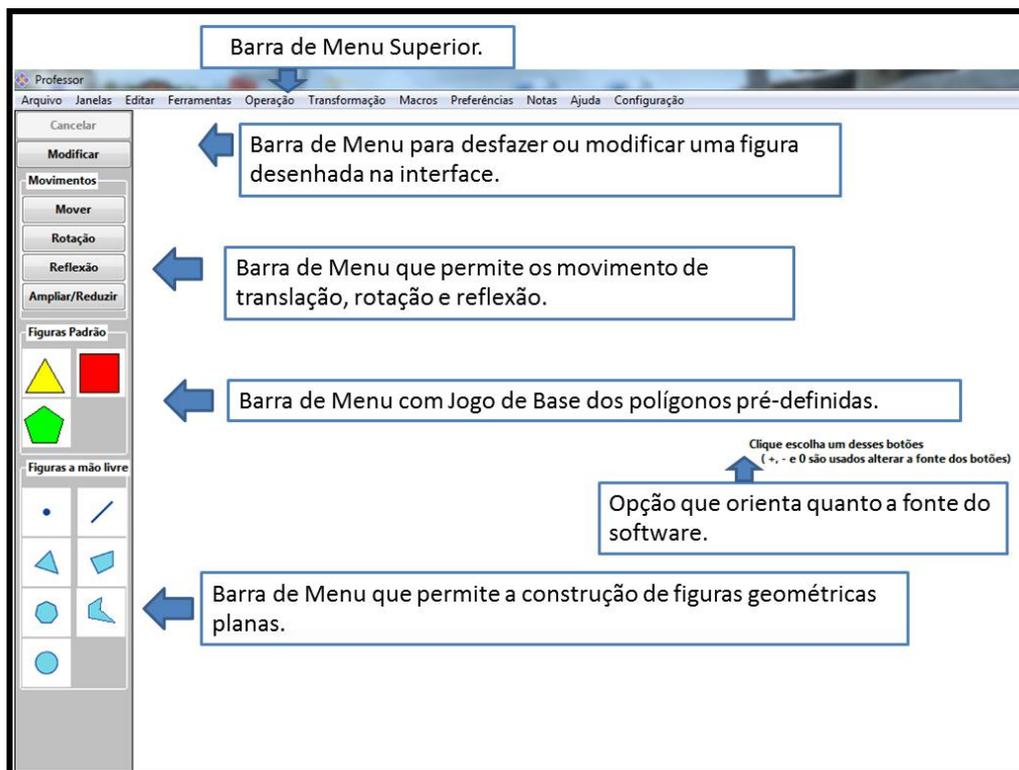
Figura 4 - Construção de um triângulo.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Os menus AB e AC são combinações dos menus A + B e A + C, respectivamente. Os menus "Cancelar" (desfazer), "Modificar" (modificar uma figura desenhada na interface do software), e o menu "Movimentos", que inclui as ferramentas Mover (deslizar), Rotação, Reflexão e Ampliar/Reduzir (redimensionar uma figura), além dos menus "Figuras Padrão" e "Figuras à Mão Livre", integram-se para formar os menus AB e AC. A seguir, na Figura 5, apresentamos a interface do Apprenti Géomètre 2, após a seleção das opções de menu AB ou AC:

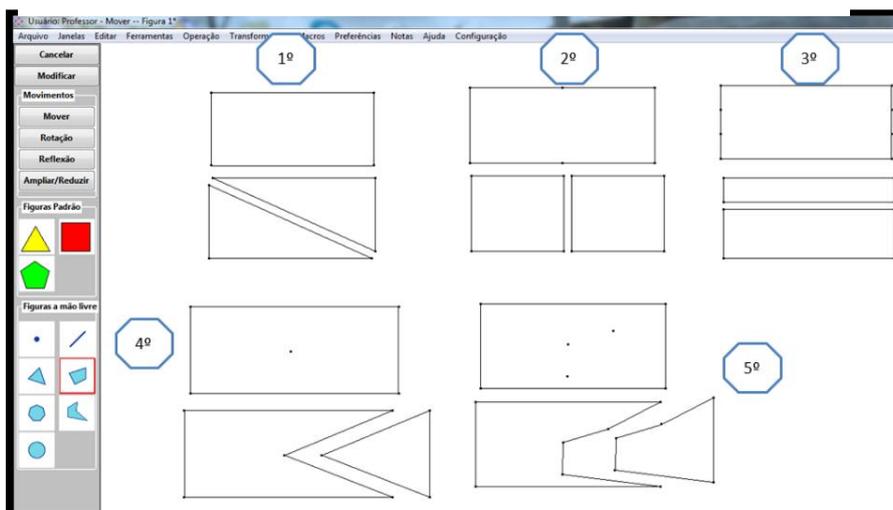
Figura 5 - Apresentação das barras de menus do AG2.



Fonte: Elaborada pelos autores.

O Apprenți Géomètre 2 possui uma barra superior, onde são encontrados os menus com ferramentas que permitem a decomposição, fusão, duplicação, divisão de figuras geométricas, entre outras. É possível ainda explorar o tangram e os poliminós que estão inseridos no menu "Preferências". Um grande diferencial que o Apprenți Géomètre 2 traz em relação aos demais softwares de geometria e que é importante para o trabalho com as situações de comparação de área e produção de superfície, uma vez que, ao compararmos duas superfícies de forma diferentes, uma das maneiras de saber se elas possuem ou não a mesma área, um dos procedimentos que pode ser utilizado é decompor uma dessas figuras e recompor uma nova possível de comparar por sobreposição e assim, se essas duas figuras coincidirem por sobreposição, terão as mesmas áreas. Há algumas possibilidades de decompor uma figura no AG2 2, pela diagonal, pela vertical ou horizontal, ou de diferentes formas por meio da criação e ligação de pontos sobre a figura, entretanto para que essa decomposição aconteça é preciso conectar esses pontos criados na figura com dois dos vértices da mesma. Ilustramos a seguir, na Figura 6, alguns procedimentos de decomposição de figuras utilizando o AG2 2:

Figura 6 - Decomposição no AG2.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Um dos procedimentos para decompor uma figura no Apprenti Géomètre 2 é utilizando a diagonal. Para realizar esse tipo de decomposição, basta criar uma figura na interface do software, através dos menus “Figuras Padrão” ou “Figuras à Mão Livre”, e selecionar a ferramenta “Decompor” no menu Operação. Em seguida, clique na figura para selecioná-la e, com o botão direito do mouse, arraste de um vértice até o vértice oposto, traçando a diagonal. Esse processo de decomposição pela diagonal será concluído automaticamente. O item 1º da Figura 6 ilustra a decomposição de um retângulo em dois triângulos retângulos.

Para decomposições verticais e horizontais, como mostrado nos itens 2º e 3º, é necessário, primeiro, selecionar a ferramenta “Dividir” no menu Operação e escolher em quantas partes se deseja dividir os segmentos da figura (retângulo). Após selecionar um dos segmentos, ele será dividido em partes proporcionais. Em seguida, selecione a ferramenta “Decompor”, clique na figura e conecte os pontos de divisão verticalmente (Figura 2) ou horizontalmente (Figura 3º), conforme desejado.

No retângulo 4º, uma alternativa para decompor a figura é selecionar a opção “Construir um ponto no centro” no menu “Operação”. Esta opção insere um ponto central na figura, tornando-o parte dela. Após criar o ponto central, basta selecionar a ferramenta “Decompor”, clicar na figura, escolher um dos vértices e conectar esse vértice ao ponto central, finalizando a conexão até outro vértice da figura. Esse procedimento permite uma decomposição diferente da realizada pela diagonal. Outra forma de decomposição pode ser feita por meio da criação de pontos livres na figura, como demonstrado no retângulo 5º. Diversos pontos de corte são criados na figura, através do menu “Figuras à Mão Livre”. Depois, ao selecionar a ferramenta “Decompor” e clicar na figura, basta escolher um vértice e, com o botão direito do mouse, conectá-lo aos demais pontos criados. A decomposição se completará apenas se a conexão entre os pontos terminar em outro vértice da figura.

O Apprenti Géomètre 2 foi escolhido como ferramenta central para esta pesquisa por sua capacidade de facilitar a compreensão do conceito de área de forma visual e interativa. Ao explorar figuras geométricas e suas decomposições, o software oferece uma abordagem prática que permite aos alunos manipular diretamente as figuras, construindo e decompondo de maneira intuitiva. Essa interatividade pode possibilitar a compreensão significativa do conceito.

3. Procedimentos Metodológicos

Para analisar os procedimentos e estratégias adotados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando o software AG2, buscamos identificar as dificuldades dos alunos em relação ao conceito de área e como esse recurso pode auxiliá-los na compreensão e resolução da atividade. Para isso, realizamos uma pesquisa qualitativa em uma escola pública municipal localizada na zona da Mata Norte, em Pernambuco. Optamos por essa instituição pela disponibilidade de um laboratório de informática, necessário para a realização do experimento. A escolha pelo tipo de pesquisa qualitativa se deu pelo fato de ser uma abordagem metodológica que visa compreender fenômenos em profundidade, focando nas percepções, significados e interpretações dos sujeitos envolvidos, em vez de se basear apenas em dados numéricos. Diferente da pesquisa quantitativa, que busca mensurar e estabelecer relações estatísticas, a pesquisa qualitativa enfatiza a subjetividade e complexidade dos contextos investigados, oferecendo uma visão mais detalhada dos processos, atitudes e experiências das pessoas (Gil, 2008).

A pesquisa qualitativa é caracterizada pela coleta de dados descritivos e pela ênfase na interpretação dos significados atribuídos pelos participantes, o que permite ao pesquisador captar as nuances e singularidades do fenômeno estudado. Essa abordagem é amplamente utilizada em áreas como educação, psicologia, sociologia e outras ciências humanas, pois permite que o pesquisador explore questões complexas e compreenda melhor o contexto e as motivações dos participantes envolvidos no estudo (Minayo, 2001). A escolha de uma abordagem qualitativa neste texto se justifica pelo objetivo de explorar as interações e reações dos alunos diante do recurso tecnológico, permitindo uma análise detalhada de como cada um deles compreende o conceito de área de figuras planas. Esse tipo de pesquisa possibilita identificar nuances e particularidades nas dificuldades que surgem, bem como a contribuição do software como ferramenta facilitadora na construção do conhecimento matemático. Assim, a abordagem qualitativa mostrou-se adequada para alcançar o objetivo proposto, pois valoriza a subjetividade das experiências dos alunos e permite ao pesquisador captar, interpretar e documentar as particularidades do processo de aprendizado matemático em um contexto de ensino mediado por tecnologia.

Participaram deste nosso estudo quatro alunos do 6º ano da referida escola, escolhidos pelo fato de terem disponibilidade de participar da pesquisa no contra turno das aulas regulares. Foi enviado para os pais desses estudantes um termo de esclarecimento e autorização para a participação deles nesta pesquisa. Após o recebimento da autorização dos pais, iniciamos nosso experimento que foi realizado em três dias. No primeiro dia, organizamos os estudantes em 2 duplas com objetivo de conhecerem os recursos que seriam utilizados para a resolução da tarefa. Então, realizamos atividades com o uso da malha quadriculada, de tesouras, colas, fitas adesivas, papel de decalque e malha milimetrada. No segundo dia, foi o momento de familiarização das duplas com o software AG2. Os pesquisadores apresentaram os menus e ferramentas do software e entregaram um tutorial a cada dupla de como decompor, recompor as figuras, dividir em partes iguais, utilizar as malhas pontilhadas, entre outras. O foco não estava voltado para área de figuras planas, mas para reprodução, decomposição e recomposição de figuras geométricas planas, procedimentos esses que poderiam ser reinvestidos para a resolução da tarefa de comparação de área. No terceiro dia aconteceu a aplicação da referida tarefa no laboratório da escola supracitada. Esses momentos foram vídeo gravados, como também as telas do ambiente de trabalho do software com o objetivo de compreender as resoluções dos alunos de forma mais clara. Entregamos também a tarefa impressa para que as duplas explicassem suas respostas.

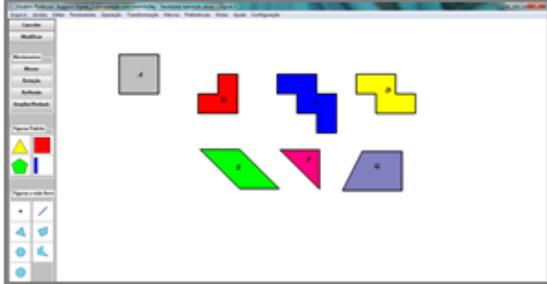
Apresentamos na Figura 7 a seguir a referida tarefa que se trata de uma situação de comparação de áreas de figuras, na qual pode haver a articulação entre os quadros geométricos e das grandezas sem a intervenção do quadro numérico, ou entre o quadro das grandezas e o quadro numérico. Assim, os estudantes tinham a possibilidade de recorrer à medida para comparar as áreas de algumas das figuras representadas nesta tarefa.

Figura 7 - Tarefa da pesquisa.

Tarefa de Comparação de Área

Abra o arquivo "*Tarefa Figure_2. fag*" que está na área de trabalho do seu computador, em seguida clique na opção aluno, escreva seus nomes, após esses procedimentos, você deve escolher o menu AB ou AC que contém todas as ferramentas do *Apprenti Géomètre 2* necessárias à realização desta tarefa, o idioma Português Br e clicar em OK.

2- Observe o conjunto de figuras abaixo:



Agora, responda cada uma das perguntas.

a) Entre as figuras, quais possuem área maior que A? _____
Explique como você fez:

b) Entre as figuras, quais possuem área menor que A? _____
Explique como você fez:

c) Entre as figuras, quais possuem a mesma área que A? _____
Explique como você fez:

Fonte: Elaborada pelos autores, com base em Silva (2016).

Essa tarefa, por sua vez, é composta por três itens: no item (a), solicita-se que o aluno compare as áreas das figuras para identificar qual ou quais têm área maior que a de uma figura dada; no item (b), qual ou quais das figuras têm área menor que a de uma figura dada; e no item (c), qual ou quais têm área igual à do quadrado A.

O objetivo dessa tarefa é identificar como os alunos compreendem as noções de áreas maiores, menores ou iguais em um contexto em que é possível medir diretamente as áreas das figuras com unidades de medida. Formulamos essa tarefa de maneira que os estudantes possam utilizar procedimentos de inclusão, sobreposição, composição, decomposição e recomposição (não numéricos) para comparar as áreas das figuras, além de poderem comparar as medidas de área usando uma unidade fornecida. Isso permitirá que eles determinem quais figuras têm a mesma área que A, quais têm uma área maior e quais têm uma área menor que a de A.

4. Análise de Dados e Discussão de Resultados

Nessa tarefa, conforme explicitado anteriormente, tínhamos um conjunto de seis figuras B, C, D, E, F e G que deveriam ser comparadas ao quadrado A. Embora ela privilegie a articulação entre o quadro geométrico e o da grandeza (Douady e Perrin-Glorian, 1989), o aspecto numérico também estava em jogo, uma vez que a comparação das figuras B, C e D podia ser realizada facilmente com base na contagem de quadradinhos (unidade de medida de área), diferentemente das figuras E e G que precisariam mobilizar processos de decomposição e recomposição e F sobreposição. Assim, havia também uma articulação entre o quadro das grandezas e o quadro numérico. Essa tarefa era composta por três itens, o primeiro solicitava que os estudantes colocassem quais figuras teriam área maior que a do quadrado A, assim tínhamos C e G. As áreas menores

eram B e F e as áreas iguais E e D. Os procedimentos previstos para comparação das figuras eram: contagem dos quadradinhos, decomposição e recomposição, inclusão e sobreposição.

As duplas mobilizaram diferentes estratégias de resolução desta tarefa o que nos permitiu identificar a partir das comparações das áreas as potencialidades do software AG2, bem como as dificuldades que as duplas apresentam em compreender o que é possuir uma área maior, menor e igual a de uma figura dada. No Quadro 1 a seguir resumimos as respostas dadas pelas duplas a esta tarefa e apresentamos um código para realizarmos as análises dos procedimentos empregados por cada uma delas.

Quadro 1 - Resumo das respostas das duplas.

Código da dupla	Respostas					
	Figuras de área maior que A	Critérios	Figuras de área menor que A	Critérios	Figuras de mesma área que A.	Critérios
Dupla 1 Apprenti Géomètre 2-Dp. n°1AAG2	C e G	RC	F	RPC	D	RPC
Dupla 2 Apprenti Géomètre 2-Dp. n°2AAG2	C e G	RC	F	RPC	B e D	RE

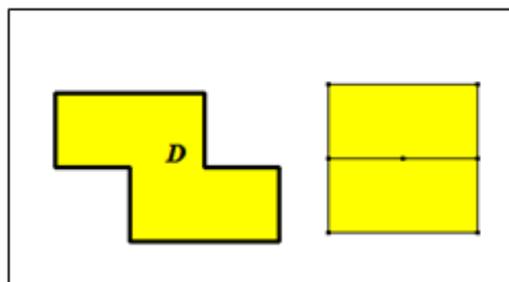
Fonte: Elaborado pelos autores.

Consideramos as respostas dos alunos de acordo com os seguintes critérios: RC - resposta correta, RPC - resposta parcialmente correta, RE - resposta errada, NR - não respondeu. Os resultados mostram que a maioria das duplas consegue identificar uma figura com área maior, menor ou igual à área do quadrado A, sendo estas classificadas como respostas parcialmente corretas (RPC). No entanto, observamos uma quantidade significativa de respostas erradas, principalmente na identificação de figuras com a mesma área do quadrado A.

A dupla Dpn°1AAG2 iniciou a tarefa utilizando o menu “Movimentos”, selecionando as opções de rotação e movimentação para sobrepor e comparar as figuras, a fim de determinar quais tinham áreas maiores e menores que A. Eles aplicaram o mesmo procedimento para cada uma das figuras B, C, D, E e F, buscando identificar quais tinham a mesma área que A. Apenas com os protocolos escritos, não conseguimos identificar os procedimentos exatos que esses estudantes usaram para responder à tarefa, sendo necessário recorrer às gravações de vídeo da tela do computador para analisar os processos realizados. No protocolo escrito, observamos que a dupla concluiu que as figuras C e G tinham áreas maiores que A. Eles chegaram a essa conclusão ao sobrepor a figura A ao pentaminó C e visualmente identificar que sobrava uma parte em C. O mesmo ocorreu na comparação de A com G; porém, agora, em vez de mover o quadrado A para sobrepor a G, fizeram o procedimento inverso. A dupla acertou completamente esse item.

Para as figuras com menor área, indicaram apenas a figura F. Eles moveram essa figura, sobrepondo-a ao quadrado A, e chegaram a essa conclusão. Não conseguiram identificar que a área de B também é menor que A. Passaram para o próximo item, onde deveriam identificar quais figuras tinham a mesma área que a de A. Visualmente, concluíram que D tinha a mesma área, após decompor e recompor um quadrado com as peças decompostas, conforme apresentamos no protocolo a seguir (Figura 8).

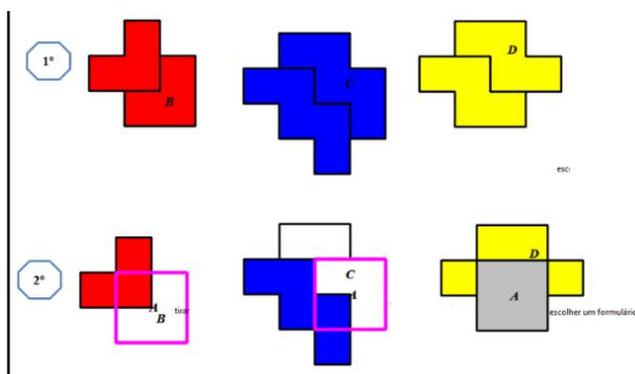
Figura 8 - Decomposição da figura D.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Esses estudantes, após a decomposição, não sobrepuseram as peças, mas concluíram que A e D têm a mesma área. Esse procedimento destaca que a área é invariante por isometria e o corte e colagem, sem perda ou sobreposição, conserva a área. Eles tentaram aplicar o mesmo processo ao paralelogramo E, mas não conseguiram decompor a figura de forma a produzir uma figura congruente a A, para então verificar se teriam ou não a mesma área. Realizaram decomposições sucessivas em várias partes da figura, mas não obtiveram sucesso. Portanto, não deixaram claro se as figuras A e E têm a mesma área. A dupla Dpn^o2AAG2 utilizou um procedimento diferente do grupo anterior para comparar as áreas das figuras. Eles duplicaram algumas das figuras e tentaram completá-las para, então, identificar suas áreas por sobreposição. A imagem a seguir, Figura 9, apresenta o processo de comparação realizado por essa dupla.

Figura 9 - Procedimento utilizado pela dupla Dpn^o2AAG2.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

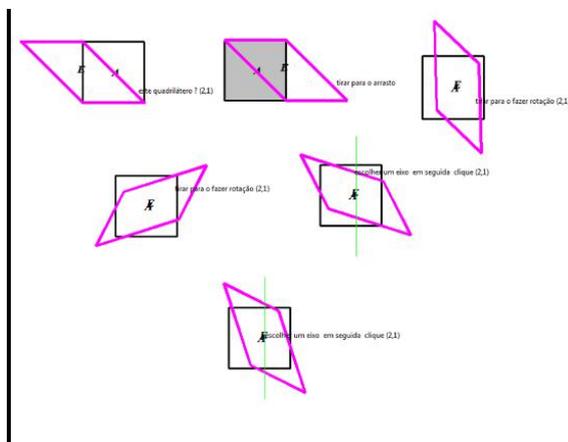
Entendemos que esse processo utilizado por essa dupla remete à ideia de compor uma superfície que, ao sobrepor ou incluir uma determinada figura, permitisse comparar suas áreas por justaposição. Assim, eles concluíram que C tem uma área maior que A, e que B e D têm a mesma área. Acertaram ao identificar que a figura D tem a mesma área que A, mas erraram ao não perceber que, no caso da figura B, faltava uma parte para que ela tivesse a mesma área que o quadrado A.

Como duplicaram B e completaram-na, encaixando a parte duplicada na parte que faltava, e depois sobrepuseram o quadrado A, a comparação foi feita incorretamente, levando ao erro. Em relação ao item (b), indicaram que apenas F tem uma área menor, movendo essa figura e sobrepondo-a ao quadrado A.

Na fala de um dos estudantes da Dpn^o2AAG2, observamos a expressão: “duas de F dá uma de A”, indicando que, para esses alunos, a área da figura F era menor por ser metade da área da figura A. A comparação da figura G com o quadrado A ocorreu por sobreposição de A em G, na qual identificaram que a figura G é composta por uma parte a mais que a figura A. Para a figura E, inicialmente a sobrepuseram ao quadrado A e, em seguida, aplicaram várias rotações e reflexões, procurando uma maneira de verificar se o paralelogramo E coincidiria de alguma forma por sobreposição, a fim de determinar se tinham as

mesmas áreas. Os procedimentos ilustrados na Figura 10 a seguir apresentam as tentativas de verificar uma possibilidade de sobreposição perfeita de E em A.

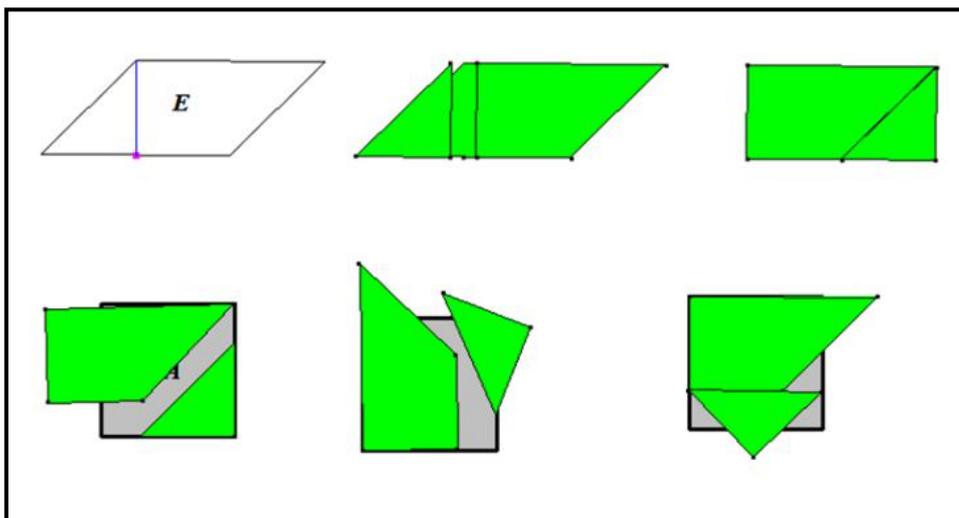
Figura 10 - Comparação da área da figura A com a da figura G.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Identificamos após esses passos que os alunos desfazem a sobreposição, movendo o paralelogramo E para a área vazia (neste processo, a área é a região-concepção geométrica da área), verificando uma possibilidade de decompor essa figura. Eles desejavam formar um retângulo, conforme relatado por um dos estudantes da dupla Dpn°2AAG2, que não estava usando o software, mas estava interagindo com os comandos necessários para que o outro membro da dupla respondesse à tarefa mencionando: “*essa figura tem muitos ângulos, então precisamos decompor*”, a partir dessa conclusão exploram uma oportunidade de dividir essa figura. Com base nessa explicação entendemos que para esses alunos a ideia de ter mesma área estaria relacionada a formar uma figura que coincidissem por sobreposição, verificando que figuras equidecompostas têm a mesma área. Então se perguntaram como fazer para remover uma das partes do paralelogramo E que lhes permitissem formar um retângulo, ao selecionarem a ferramenta decompor, tentam conectar um dos vértices a outro segmento, porém o software AG2 não responde a essa ação. Pedem ajuda ao um dos professores pesquisadores como eles poderiam dividir a figura, apontando as partes onde desejavam aplicar esse procedimento. Um dos professores pesquisadores orienta que é necessário criar um ponto para dividir, a partir dessa instrução, selecionam a ferramenta dividir em dois e dividem um dos segmentos do paralelogramo. Apresentaremos a seguir os procedimentos utilizados por essa dupla para formar o retângulo (Figura 11):

Figura 11 - Decomposição e recomposição da figura E.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Após optarem pela função de dividir e efetuarem a divisão de um dos lados do paralelogramo E, utilizaram em seguida a ferramenta de decompor, dividiram a figura e formaram um retângulo movendo e justapondo as partes decompostas. Em seguida, tentaram sobrepor cada uma dessas partes à figura A, com o objetivo de alinhar as partes decompostas sobre A. Não obtendo sucesso, concluíram que a área da figura E é maior que A. Para esses estudantes, a concepção de mesma área estava ligada à coincidência das figuras por sobreposição, assim como à capacidade de decompor e recompor para alcançar uma figura idêntica.

5. Consideração Geral sobre a Tarefa

Como podemos observar várias são as combinações de procedimentos que foram utilizadas pelos estudantes com o objetivo de comparar as áreas das figuras desta tarefa, os procedimentos de decomposição, recomposição e sobreposição estiveram presentes nas comparações das figuras B, C, D, E, F e G ao quadrado A como forma de identificarem quais das figuras possuíam área maior, menor ou mesma área que a do quadrado A. Ferreira (2018) coloca que esses procedimentos subsidiam o raciocínio dos estudantes para identificação da existência de figuras de mesma forma, mas de áreas diferentes. Para consolidar os procedimentos e avaliar se as duplas utilizaram critérios adequados para comparar as áreas das figuras, e se chegaram a respostas corretas ou incorretas com base nesses critérios, elaboramos um quadro seguindo a ordem das comparações mencionadas nesta análise posterior da tarefa. Cada um dos critérios apresentados no quadro a seguir foi derivado dos métodos utilizados pelos alunos em diferentes ambientes para comparar as áreas das figuras. Algumas duplas não realizaram comparações figura a figura, o que impediu a análise explícita dos critérios estabelecidos conforme Quadro 2:

Quadro 2 - Respostas consideradas corretas ou não na comparação das áreas pelas duplas.

Critérios estabelecidos	Dupla (as)	C- Correto, I- Incorreto
D e A possuem as mesmas áreas, uma vez que, deslizando uma das partes de D, consegue-se compor uma figura que coincide por sobreposição em A.	Dpn°2AMM	Correto
C e G têm área maior que a de A porque sobra uma parte ao compor com A.	Dpn°1AAG2	Correto
F tem área menor que a da figura A porque ao mover e sobrepor F ocupa apenas uma parte de A.	Dpn°1AAG2	Correto
D tem mesma área que A porque ao decompor D e com as partes decompostas compor um quadrado e por sobreposição coincide em A.	Dpn°1AAG2	Correto
C tem mesma área que A pelo processo de completar quadrados, a partir da duplicação de C e encaixe da figura duplicada em uma de suas partes, sobrepondo A para conferir.	Dpn°2AAG2	Correto
D tem mesma área que A pelo processo de completar quadrados, a partir da duplicação de D e encaixe da figura duplicada em uma de suas partes, sobrepondo A para conferir.	Dpn°2AAG2	Correto
B tem mesma área que A ao duplicar B e encaixar em uma de suas partes para sobrepor A e conferir.	Dpn°2AAG2	Incorreto
E têm área maior que A por não conseguirem compor com as partes decompostas de E, uma figura que por sobreposição coincida em A.	Dpn°2AAG2	Incorreto

Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise das respostas dos alunos mostra que, apesar das diferentes abordagens e métodos de comparação de áreas, a maioria deles conseguiu desenvolver uma compreensão inicial do conceito de área de figuras planas. No entanto, também ficaram evidentes algumas limitações e desafios. Primeiramente, os alunos demonstraram compreensão da invariância da área por meio de isometrias, como rotação e translação, especialmente quando usaram sobreposição e movimentação para comparar figuras. Essa habilidade foi evidenciada nas respostas corretas quando identificaram figuras com áreas maiores, menores ou iguais ao quadrado A. O uso do software permitiu que visualizassem rapidamente essas relações de forma dinâmica, favorecendo o entendimento conceitual. Contudo, as respostas revelaram que alguns estudantes ainda apresentaram dificuldades em aplicar procedimentos mais complexos, como decomposição e recomposição para figuras mais complexas, como o paralelogramo E. Ao tentarem transformar o paralelogramo em uma figura congruente ao quadrado A, por exemplo, alguns alunos não conseguiram concluir corretamente a equivalência de área, indicando uma compreensão parcial das relações entre as figuras.

Outro ponto observado foi que alguns estudantes não conseguiram identificar corretamente figuras com áreas menores ou iguais a A. Esse aspecto sugere que, embora o software ofereça recursos visuais e interativos, a compreensão completa dos conceitos de área exige um trabalho adicional de interpretação e análise, especialmente em figuras menos intuitivas.

Com relação a potencialidade do AG2

O software AG2 ofereceu um ambiente digital que ampliou as possibilidades de exploração dos estudantes na resolução da tarefa. Eles puderam usar ferramentas como mover, sobrepor e decompor para investigar as propriedades das figuras de forma interativa. Por exemplo, ao mover partes das figuras e sobrepor uma sobre a outra no ambiente digital, puderam verificar visualmente como as áreas se relacionavam, mesmo quando não podiam realizar manipulações físicas. Isso facilitou uma compreensão mais abstrata e formal das relações de área, apoiando o uso de critérios como inclusão e decomposição para determinar se as figuras tinham a mesma área ou não. Portanto, o software AG2 proporcionou aos estudantes ferramentas complementares que estimularam diferentes formas de pensar e de resolver problemas relacionados às áreas das figuras geométricas. Essa combinação de abordagens práticas e digitais não só enriqueceu a experiência de

aprendizado, mas também promoveu uma compreensão mais profunda e variada dos conceitos matemáticos abordados na tarefa.

Concluimos, portanto, que o *Apprenti Géomètre 2* ofereceu uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio geométrico e da compreensão de área. No entanto, a orientação contínua é essencial para ajudar os alunos a superarem dificuldades específicas e aplicarem critérios consistentes em comparações de áreas, principalmente ao trabalhar com figuras mais complexas e processos de decomposição e recomposição.

6. Considerações Finais

A pesquisa teve como objetivo analisar os procedimentos e estratégias utilizados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de uma tarefa que envolvia a comparação de áreas de figuras planas. Para isso, foi empregado o software AG2, visando diagnosticar as dificuldades dos estudantes com relação ao conceito de área.

O uso do software AG2 proporcionou uma abordagem imersiva e interativa as duplas de alunos. Eles exploraram as figuras planas através de ferramentas virtuais que permitiam mover, sobrepor e decompor as figuras com precisão. Isso possibilitou uma análise mais detalhada das propriedades geométricas, incentivando uma compreensão mais formal das relações de área, como inclusão e decomposição.

A partir da análise dos procedimentos adotados pelos estudantes, foi possível identificar algumas dificuldades recorrentes. Muitos deles apresentaram dificuldades em aplicar corretamente os critérios de comparação de áreas, como determinar quando uma figura tem área maior, menor ou mesma área que outra. Além disso, houve desafios na transição do raciocínio prático para uma abordagem mais abstrata e simbólica com o uso do software.

Os resultados da pesquisa destacam a importância de integrar a tecnologia educacional no ensino e aprendizagem da grandeza área. Essas ferramentas não apenas enriquecem o aprendizado ao oferecer diferentes modalidades de exploração, mas também permitem um diagnóstico mais preciso das dificuldades dos alunos, orientando estratégias pedagógicas para fortalecer o entendimento dos conceitos matemáticos fundamentais, como o de área de figuras planas.

A partir dos resultados e das conclusões obtidas nesta pesquisa sobre o uso do AG2, estudos futuros podem ser realizados para ampliar o conhecimento e explorar novas dimensões educacionais. Como exemplo, a realização de uma pesquisa longitudinal para investigar como o uso contínuo de outros softwares de geometria dinâmica podem influenciar a aprendizagem dos conceitos de área de figuras planas ao longo do tempo, incluindo o impacto nas habilidades de resolução de problemas e na construção do conhecimento. Poderia ser também realizada pesquisas com a modalidade da Educação de Jovens e Adultos (EJA) para compreender se esse software poderia contribuir com a aprendizagem de área por esse público.

Outra pesquisa poderia ser realizada para comparar o uso do software AG2 com outros softwares de geometria disponíveis no âmbito educacional, analisando suas vantagens e desafios específicos no ensino de áreas de figuras planas ou ainda analisar como o uso de materiais manipulativos e tecnológicos contribui com a compreensão de áreas de figuras planas em diferentes etapas da educação básica.

E por fim, investigar como meios tecnológicos podem ser adaptados para atender às necessidades de alunos com diferentes habilidades e necessidades educacionais, promovendo a inclusão e a acessibilidade no ensino de matemática. Esses estudos poderiam contribuir significativamente para o avanço do conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de área de figuras planas, oferecendo resultados valiosos para educadores, pesquisadores e formuladores de políticas educacionais. Além disso, poderiam ajudar a desenvolver práticas pedagógicas mais eficazes e inclusivas, promovendo um melhor desempenho escolar e interesse dos alunos pela matemática.

Referências

- Araújo, J. C. de, Silva, A. D. P. R. da, & Bellemain, P. M. B. (2020). Situações que envolvem paralelogramos e suas áreas: um estudo com licenciandos em matemática. *Revista de Educação Matemática*, 9(19), 796–820. <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.796-820>
- Ávila, A., & García, S. (2020). Relaciones entre área y perímetro: de la intuición inicial a la deducción operatoria. Estudio en niños de alto desempeño académico. *Perfiles Educativos*, 42(167), 31–52. <https://doi.org/10.14482/INDES.30.1.303.661>.
- Baldin, Y. Y., & Villagra, G. A. A. L. (2002). *Atividades com Cabri Géomètre*. São Carlos: EDUFSCar.
- Bauer, M. W., & Gaskell, G. (2008). *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: Um manual prático*. (7ed.). Vozes.
- Bellemain, P. M. B., & Lima, P. F. (2002). *Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental e médio*. SBHMat.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação (MEC). <https://www.bncc.mec.gov.br/>.
- Cunha, D. M. da, & Ferreira, J. L. (2022). Tarefas matemáticas para ensinar objetos de conhecimento da unidade temática grandezas e medidas. *VIDYA*, 42(1), 75–95. <https://doi.org/10.37781/vidya.v42i1.3924>.
- Cunha, D. M. da, Ferreira, J. L., & Costa, A. P. da. (2023). A abordagem das grandezas e medidas em uma coleção de livros didáticos de matemática no ensino fundamental. *ACTIO: Docência em Ciências*, 8(2). <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/16456>.
- Douady, R., & Perrin-Glorian, M.-J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387–424.
- Ferreira, L. F. (2010). *A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais* (Mestrado em Educação). UFPE.
- Ferreira, L. D. (2018). *Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro* (Tese de doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). UFPE.
- Firme, I. C. (2020). *A produção de conhecimento ao ensinar Matemática com as tecnologias* (Tese de doutorado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas). Universidade Estadual Paulista. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/215431>.
- Fundação João Pessoa (FUNDAJ). (2021). *Relatório 4: APÊNDICES_DipesFundaj1*. FUNDAJ. https://www.gov.br/fundaj/pt-br/composicao/dipes-1/publicacoes/relatorios-de-pesquisas/Relatorio4_APNDICES_DipesFundaj1.pdf.
- Gil, A. C. (2008). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (4ed.). Atlas.
- Gobbi, J. A. A. (2012). *Do livro didático ao software GeoGebra: A didática no didática de figuras planas na série 6ª série/7º ano do ensino fundamental* (Dissertação de mestrado). Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Santa Maria, Rio Grande do Sul.
- Kiefer, J. G., & Mariani, R. de C. P. (2022). Área como grandeza geométrica: direcionamentos dos PCN e da BNCC com ênfase nas representações semióticas. *Ciência & Educação (Bauru)*, 28, 22.
- Kenski, V. M. (2007). *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Papirus.
- Lima, P., & Bellemain, P. (2010). Grandezas e Medidas. In J. B. P. F. CARVALHO (Ed.), *Coleção Explorando o Ensino: Matemática*, 17, 167–200. MEC.
- Lima, R. S. de S., & Farias, M. R. N. (2024). Ensino de áreas e perímetros de figuras planas com uso de tecnologias: uma revisão sistemática da literatura no período de 2000 a 2020. *Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro*, 1(1). <https://revista.unipacto.com.br/index.php/multidisciplinar/article/view/2088>
- Minayo, M. C. S. (2001). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. (22ed.). Vozes.
- Morais, L. B., Bellemain, P. M. B., & Lima, P. F. (2014). Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(1), 25–46. <https://bit.ly/3tRCpp2>.
- Onofre, E. J. de O. (2018). *Medidas de comprimento e de área: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas* (Monografia de Graduação, Universidade Federal da Paraíba). <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/4193>
- Ramos, E. M. F. (Org.). (2003). *Informática na escola: um olhar multidisciplinar*. Fortaleza, CE: Editora UFC.
- Santana, W. M. G. de., Silva, A. D. P. R. da., & Barros, A. L. (2016). Área como grandeza geométrica: um estudo por meio do Appreniti Géomètre 2. In *ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática* (São Paulo). http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7637_3323_ID.pdf.
- Santos, J. C. (2021). *A resolução de problemas sobre perímetro e área: um experimento de ensino, utilizando problemas propostos em avaliações de larga escala* (Tese de doutorado, Universidade Anhangüera).
- Santos, M. R. (2015). *A transposição didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica da Didática* (Tese de doutorado, UFRPE).
- Silva, A. D. (2015). Área de figuras planas com o Appreniti Géomètre 2: análise de uma atividade. In *Anais da XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 105-125). Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
- Silva, A. D. P. R. da. (2019). *Prototipação, desenvolvimento e validação de um micromundo com suportes para o ensino de área e perímetro* (Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco).

Silva, A. D. P. R. da., & Bellemain, P. M. B. (2017). A comparação de áreas de figuras planas em diferentes ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 8(3).

Silva, A. D. P. R. da., Silva, J. F., & Gomes, K. R. F. P. (2023). Área de figuras planas: um estudo por meio de diferentes atividades no Apprenti Géomètre 2. In A. D. P. R. da Silva (Ed.), *Produção Acadêmica de Estudantes dos Cursos de Licenciatura e Bacharelado da FADIMAB* (pp. 44–63). Editora Real Conhecer.

Silva, A. D. P. R. da. (2016). *Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental* (Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco).

Silva, J. V. da., Silva, A. D. P. R. da., Oliveira, D. M. de., & Oliveira, I. R. de. (2022). O ensino de matemática: uma experiência com alunos do 5º ano do ensino fundamental de forma remota em tempos de pandemia. In: A. D. P. R. da Silva., I. R. de Oliveira., & J. V. da Silva (Eds.), *Produção acadêmica dos estudantes do curso de licenciatura em matemática da FADIMAB* (pp. 9–23). Editora Real Conhecer. <https://editora.realconhecer.com.br/2022/02/producao-academica-dos-estudantes-do.html>.

Teixeira, R. de C. (2018). *Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas* (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro).