

**Prática como componente curricular na licenciatura em matemática: uma experiência
de ensino-aprendizagem exploratória**

**Practice as a curricular component in the mathematics degree: an exploratory teaching-
learning experience**

**La práctica como componente curricular en la carrera de matemáticas: una experiencia
exploratoria de enseñanza-aprendizaje**

Recebido: 26/08/2020 | Revisado: 03/09/2020 | Aceito: 07/09/2020 | Publicado: 08/09/2020

Flávia Sueli Fabiani Marcatto

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9998-5705>

Universidade Federal de Itajubá, Brasil

E-mail: flaviamarcatto@unifei.edu.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo contribuir para a discussão sobre a prática como componente curricular, na formação de futuros professores de matemática, por meio de atividades exploratórias desenvolvidas na disciplina de Prática de Ensino em Matemática, na Licenciatura em Matemática. Com o intuito de evidenciar o respeito e a valorização dos conceitos matemáticos informais construídos por diferentes grupos sociais, as atividades foram elaboradas envolvendo um jogo, de origem indígena. Este estudo é qualitativo, com a metodologia de Investigação Baseada em Design. Partindo do pressuposto que a matemática é uma produção social, gerada por necessidades práticas, espera-se que essa área de conhecimento possa auxiliar na tentativa de mudança de postura do educador enquanto responsável em propiciar uma aprendizagem significativa para seus futuros alunos. Além disso, acredita-se que as reflexões produzidas neste texto poderão contribuir para a formação de futuros professores de matemática, em especial no que diz respeito às formas de saber matemática que diferem de grupo para grupo, favorecendo a construção e reconstrução do conhecimento, a manutenção, a substituição e a modificação das formas de organizar o conhecimento, formando uma trajetória evolutiva do sujeito indagativo.

Palavras-chave: Educação matemática; Gestão curricular; Jogo; Etnomatemática.

Abstract

This article aims to contribute to the discussion about the practice as a curricular component, in the formation of future mathematics teachers, through exploratory activities developed in the discipline of Teaching Practice in Mathematics, in the Mathematics Degree. To show respect and appreciation for the informal mathematical concepts constructed by different social groups, the activities were developed involving a game, of indigenous origin. This study is qualitative, with the Design Based Research methodology. Based on the assumption that mathematics is a social production, generated by practical needs, it is expected that this area of knowledge can assist in the attempt to change the educator's posture while being responsible for providing meaningful learning for his future students. Furthermore, it is believed that the reflections produced in this text may contribute to the formation of future mathematics teachers, especially with regard to the forms of mathematical knowledge that differ from group to group, favoring the construction and reconstruction of knowledge, maintenance, substitution and modification of the ways of organizing knowledge, forming an evolutionary trajectory of the inquiring subject.

Keywords: Mathematical education; Curricular management; Game; Ethnomathematics.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo contribuir a la discusión sobre la práctica como componente curricular, en la formación de futuros profesores de matemáticas, a través de actividades exploratorias desarrolladas en la disciplina de Práctica Docente en Matemáticas, en la Licenciatura en Matemáticas. Con el fin de mostrar respeto y aprecio por los conceptos matemáticos informales construidos por diferentes grupos sociales, las actividades se desarrollaron involucrando un juego, de origen indígena. Este estudio es cualitativo, con la metodología Design Based Research. Partiendo del supuesto de que la matemática es una producción social, generada por necesidades prácticas, se espera que esta área de conocimiento pueda ayudar en el intento de cambiar la postura del educador siendo responsable de brindar un aprendizaje significativo a sus futuros alumnos. Además, se cree que las reflexiones producidas en este texto pueden contribuir a la formación de los futuros profesores de matemáticas, especialmente en lo que respecta a las formas de conocimiento matemático que difieren de un grupo a otro, favoreciendo la construcción y reconstrucción del conocimiento, mantenimiento, sustitución y modificación de las formas de organización del conocimiento, conformando una trayectoria evolutiva del sujeto indagador.

Palabras clave: Educación matemática; Gestión curricular; Juego; Etnomatemáticas.

1. Introdução

Este artigo, pretende contribuir para a discussão sobre o Programa Etnomatemática na formação de futuros professores de matemática, nas horas de Prática de como Componente Curricular (PCC), através da Investigação Baseada em Design (IBD) com um ciclo de intervenção educacional, utilizando-se de um jogo de dados (Bozó) de uma tribo indígena, que neste estudo foi proposto como um problema de investigação tendo como finalidade desenvolver teorias locais, aprendizagens e mudanças nos processos de compreensão que lhes estão subjacentes, com foco na formação de professores (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer & Shauble 2003); (Gravemeijer & Cobb, 2013); (Ponte, 2016), objetivando ainda evidenciar e valorizar conceitos matemáticos informais construídos por diferentes grupos sociais. O objetivo complementar, não menos importante da proposta não é testar se o design funciona, mas explorar a sua implementação nas horas de PCC, para permitir uma reflexão de como foi realizado, os meios projetados para apoiá-lo para aqueles que queiram adaptá-los em seus contextos.

Partindo do pressuposto que a matemática é uma produção social, gerada por necessidades práticas, espera-se que essa área de conhecimento possa auxiliar na mudança de postura do professor enquanto responsável em propiciar uma aprendizagem significativa para seus futuros alunos.

Para Gatti (2017) é preciso formar professores preparados para a ação docente com consciência, conhecimentos e instrumentos, sendo necessário ainda dar a prática dignidade e sensibilidade, ou seja, uma capacidade de visão ampliada dos conhecimentos em seus sentidos lógicos, sociais e contextuais. O futuro professor necessita ter repertório para fazer escolhas didáticas e criar relacionamentos didáticos.

As atividades na sala de aula convencional em Matemática são marcadas pelo ensino expositivo, com pouco protagonismo do aluno, baseado na resolução de exercícios e que pouco recorrem a materiais, conteúdos e estratégias que não estejam definidas em materiais e livros didáticos adotados, onde as possibilidades de intervenção dos alunos são muito limitadas. Na maioria das aulas de matemática o professor fornece uma exposição sobre um tópico específico e define as atividades a serem desenvolvidas pelos alunos. Os exercícios matemáticos desempenham um papel dominante, pois a resolução de exercícios pré-formulados é considerada essencial para o aprendizado da matemática. Estes exercícios demonstram três características particulares: toda a informação dada é exata, e não deve ser

questionada; toda a informação dada é necessária para resolver os exercícios, e suficiente; e os exercícios têm apenas uma resposta correta (Skovsmose, Penteado, 2010).

Reduzir o ensino de matemática a aula convencional e a resolução de exercícios pode trazer riscos de empobrecer a proposta e desmotivação para os alunos. Nesse sentido, este trabalho busca apresentar possibilidades de uma prática de ensino, que valoriza o patrimônio de ideias de outras culturas, aquele que o aluno traz consigo para a sala de aula, a participação efetiva durante a aula, utilizando de atividades exploratórias, neste artigo um jogo de dados utilizado por uma tribo indígena, sendo também uma forma de ampliar o repertório do futuro professor.

2. Problemas e Tarefas

Para Ponte (2005) quando o aluno dispõe de um processo imediato para resolver a questão proposta, a atividade constitui um exercício, caso contrário, quando o aluno não dispõe de um processo imediato, um caminho definido para a questão ela se constitui em um problema. O problema é uma tarefa de estrutura fechada onde está claro para o aluno o que é pedido e o que é dado, no entanto, com elevado nível de desafio, pois o aluno desconhece, a princípio, o procedimento que deve adotar.

As tarefas podem constituir uma investigação pois fornecem informação e colocam questões, mas deixam um trabalho significativo para o aluno, pois ele deve elaborar uma estratégia de resolução ou formular as questões que ele deve resolver. As tarefas proporcionam um percurso de aprendizagem coerente, permite a construção de conceitos, compreensão dos conceitos matemáticos e domínio das notações e formas de representação relevantes para a atividade.

No ensino de matemática os jogos de alguma forma constituem um problema, pois as regras são expostas e bem definidas, o objetivo é vencer o jogo e conseguir uma estratégia para ganhar se constitui um problema (Ponte, 2005). A diversificação na proposição de tarefas que envolva outros aspectos, como atividades lúdicas de uma tribo indígena, permite que futuros professores percebam como a matemática está em múltiplos contextos, possibilitando a construção de conhecimento sobre estes contextos.

Neste estudo destacamos a importância do desenvolvimento da consciência do conceito do Programa Etnomatemática nas horas de práticas como componente curricular nos cursos de formação de professores de matemática. A intenção é proporcionar aos alunos um espaço ampliado de participação valorizando o contexto, o papel ativo dos alunos, bem como

os conhecimentos produzidos culturalmente, onde esses estão inseridos, e atividades de investigação onde alguns elementos já estão definidos, mas os alunos são chamados a conjecturar, testar, reformular e mesmo demonstrar (Ponte, 2008), essencial para compreender os modos de saber-fazer.

Para (Stein, Engle, Smith & Hugles, 2008) a prática do professor deve valorizar e dar forma às ideias incompletas ou mal formuladas dos alunos de modo a transformá-las em ideias matemáticas ampliadas e mais precisas. A discussão matemática produtiva tem duas características importantes: apoiar-se no pensamento dos alunos e avançar ideias matemáticas importantes.

De acordo com Domite (2006), vários modelos têm sido propostos para a formação de professores, alguns preocupados com a formação do professor como *sujeito social* de suas ações, portanto de modo transmissivo e impositivo, outros centrados no professor como *sujeito constituído*, e desta forma pouco voltados para os objetivos da formação ou para os conteúdos, centrados nos próprios processos formativos. Assim para enfrentar a nova realidade social e as novas exigências educacionais os professores precisam assumir um novo papel, rompendo com o paradigma tradicional, no qual o conhecimento matemático válido é aquele pertencente à cultura dominante, para uma educação dialógica que proporcione debates culturais, viabilizando uma educação intercultural.

O desafio é formar professores de matemática em disciplinas que contemplam as horas de PCC, para atuarem na Educação Básica, levando em conta, a compreensão do mundo dos alunos, as diversidades e diferenças sociais, culturais e históricas. Desta forma, faz-se necessário desenvolver um trabalho com os licenciandos que motive o estudo, a pesquisa e o planejamento de atividades que oriente a prática visando que esse compreenda que respeito às diversidades faz parte do processo educativo.

3. Da Etnomatemática para a Formação de Professores

Para enfrentar realidade social e, portanto, necessidades educacionais atuais, os futuros professores de matemática precisam assumir uma postura diferenciada, rompendo com o modelo tradicional, em que o conhecimento válido é somente aquele pertencente à cultura dominante, com conteúdo sem sentido dissociado do contexto dos quais se originam. De acordo com D'Ambrósio (1998) a matemática institucionalizada, ainda que tenha por objetivo a sua disseminação, deve abordar e considerar a realidade dos educandos.

O conceito de Etnomatemática defendido pelo professor Ubiratan D Ambrósio vai além do conhecimento das culturas indígenas, é mais ambicioso do que o estudo das ideias e práticas matemáticas e das técnicas reconhecidas em diferentes grupos étnicos em civilizações diferentes, ele reconhece as estratégias cognitivas específicas de uma cultura para lidar com a realidade e categorias adequadas para construir conhecimento dessa cultura (D'Ambrosio, 2018). As raízes gregas que formam a palavra Etnomatemática podem ser sintetizados em *ticas* de *matema* em distintos *ethnos* ou, Etnomatemática; as maneiras, estilos, artes e técnicas [ticas] para fazer e saber, explicar, entender, ensinar e apreender [matema] no meio ambiente natural, sociocultural e imaginário [etno]. (D'Ambrosio, 2018).

Etnomatemática como proposto por esse mesmo autor é um programa de investigação da evolução das ideias, das práticas e do conhecimento da espécie humana em diferentes ambientes culturais, implica em uma análise de como grupos de seres humanos geraram formas, estilos, artes e técnicas de fazer, de saber, de aprender e explicar, como lidam com situações e resolvem os problemas, do seu ambiente natural e cotidiano. As práticas matemáticas desenvolvidas por diferentes grupos culturais não devem ser vistas apenas como curiosidades (D'Ambrosio, 2018). O programa Etnomatemática envolve ter consciência de que existem diferentes maneiras de se fazer matemática, considerando a apropriação do conhecimento matemático acadêmico por diferentes setores da sociedade e os modos diferentes pelos quais culturas distintas negociam as práticas matemáticas (D'Ambrosio, 2013).

A Matemática praticada nos sistemas educacionais, é uma categoria de conhecimento, que teve sua origem nas culturas da bacia do Mediterrâneo, da Mesopotâmia e das civilizações do vale do Nilo. (D'Ambrosio, 2018) Desse modo a Matemática Escolar que praticamos de certa forma tem sua origem e se constitui a Etnomatemática da região do Mediterrâneo. Essa construção chamada de estilo euclidiano, é o modelo de rigor matemático. Mas esse estilo e os resultados obtidos a partir dele têm se mostrado insuficientes e inadequados como estratégia para lidar com a complexidade de todos os ambientes naturais e socioculturais. (D'Ambrosio, 2018). Nesse sentido, é importante, desenvolver a consciência das diferentes etnomatemáticas, tomando o cuidado para que não seja confundida como uma curiosidade apenas.

Por entender que o professor é o principal mediador, entre os conhecimentos matemáticos historicamente produzidos e os alunos, um dos responsáveis por possíveis transformações tanto na escola, como na sociedade, é importante respeitar, valorizar e refletir sobre os saberes trazidos à escola pelos alunos ajudando-os a questionar a realidade para uma

possível reorganização de seus conhecimentos. É uma conduta positiva promover o reconhecimento de outras ideias matemáticas e outras culturas que os alunos trazem consigo, que são marginalizadas por motivações culturais, econômicas, sociais; uma melhor aprendizagem não só a estes alunos, mas a todos; e o compartilhamento de novos saberes.

Defendendo que a formação do professor de matemática é um processo e que por isso não deve se dar de maneira isolada e despojada de identidade cultural, aproprio-me da definição de D'Ambrosio (1993) de Etnomatemática:

...a arte ou técnica (thecné=tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno). Etno se refere a grupos culturais identificáveis, como por exemplo, sociedades nacionais-tribais, grupos sindicais e profissionais, crianças de uma certa faixa etária etc. e inclui memória cultural, códigos, símbolos, mitos e até maneiras específicas de raciocinar e inferir. (p. 9)

Não significa que a prática das formas atuais de produção de conhecimento matemático seja abandonada, mas ao contrário, devem ser reavaliadas e melhoradas por ações que incorporem de forma alternativa ideias matemáticas de natureza ambiental, social, cultural, artística e até mesmo religiosa. Ao invés de pensarmos em formar simplesmente professores de matemática nos cursos de licenciatura, devemos preparar além de educadores criativos e críticos, também tolerantes e solidários.

A Etnomatemática pode proporcionar a criatividade, a criticidade e a curiosidade ao investigar como grupos culturais compreendem, articulam e utilizam suas práticas matemáticas, em um exercício dinâmico de trabalho em sala de aula, que instigue o futuro professor a estudar, pesquisar e preparar atividades que orientem a tomada de decisões na prática docente. Nessa perspectiva acredito que a Etnomatemática está intimamente ligada a formação de professores de matemática por favorecer a reflexão e a liberdade do educador, o que é necessário para que haja respeito às diferenças.

4. Prática como Componente Curricular

As horas de Prática como Componente Curricular (PCC), estão em alguns cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, organizadas em disciplinas de Prática de Ensino em Matemática, agrupadas no Modelo A (Marcatto, 2012). Essas horas são atividades formativas, estabelecidas nas Diretrizes para Formação de Professores, orientada pela Resolução CNE no.

2/2002, alterada pela Resolução CNE no. 2/2015, que estabelecem o mínimo de 400 horas de prática nos currículos de formação de professores, no Brasil.

As atividades formativas devem acontecer ao longo de todo o processo de formação de professores e podem ser desenvolvidas em núcleo ou como parte integrante de disciplinas de conteúdo específico. São 400 horas, que devem ser inseridas no currículo tendo como referência fundamentos teóricos onde se propõe a produzir algo no âmbito do ensino discutindo, entre outras questões, sobre como os professores aprendem a ensinar nas condições da sociedade do século XXI, com grupos de alunos cada vez mais diversificados.

É importante que essas horas de PCC sejam concebidas a partir do pressuposto de que o conhecimento que os professores devem ter para ensinar surge da investigação, que pressupõe reflexão, sobre os aspectos de conteúdo específico, instrucionais, conceituais, avaliativos, formativos, cognitivos, culturais, éticos e políticos da escola de Educação Básica, (Marcatto, 2012). Essas ações devem acontecer em articulação intrínseca com o estágio supervisionado e com as atividades de trabalho acadêmico, ela concorre conjuntamente para a formação da identidade do professor como educador.

A experiência tem mostrado que não basta ensinar métodos padronizados de ensino, muito menos discutir planos prontos de aulas, mas sim discutir ações, problematizar, promover um ambiente de investigação, considerar o patrimônio de ideias do aluno para juntos, tornar o pensamento do aluno central para que em conjunto com o professor possam construir conhecimentos.

No contexto deste estudo, as ações foram desenvolvidas no âmbito das horas de PCC, estruturadas em núcleo de disciplinas, chamadas de Prática de Ensino de Matemática com carga horária de 64 horas-aula, distribuídas do primeiro até o último semestre.

5. Metodologia

Este trabalho segue uma abordagem qualitativa, porque valoriza processos didáticos em ambiente natural (Bogdan; Biklen, 1994), com uma Investigação Baseada em Design (IBD), (Cobb, et al., 2003); (Ponte, Carvalho, Mata-Pereira, Quaresma, 2016), envolvendo um ciclo de design, realizado no âmbito da disciplina de Prática de Ensino em Matemática, que integra as horas de PCC. O estudo contou com a participação de 14 alunos matriculados na disciplina, e se desenvolveu em um total de 5 encontros.

Cobb et al. (2003) defendem que o objetivo da experimentação com a IBD é desenvolver uma classe de teorias sobre processos de ensino e aprendizagem e os meios

projetados para apoiar esta aprendizagem. Ainda para Cobb et al. (2003) a IBD promove uma maior compreensão do que chamam de *ecologia da aprendizagem* que definem como um sistema complexo, interativo, que envolve múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, que projeta seus elementos e antecipa como estes interagem para apoiar o aprendizado. Elementos de uma *ecologia da aprendizagem* normalmente incluem as tarefas ou problemas que se propõe aos alunos para que resolvam, os tipos de discurso que são encorajados, o ambiente de investigação que se estabelece na sala de aula, as normas de participação estabelecidas, as ferramentas e meios materiais fornecidos, e os meios práticos pelos quais professores na sala de aula podem orquestrar as relações entre esses elementos. A metáfora de uma ecologia é para dar ênfase que contextos projetados são conceituados como sistemas em interação e não como uma coleção de atividades ou uma lista de fatores que influenciam a aprendizagem.

Para coletar e documentar todo o processo foram realizados registros escritos e gravações em áudio e vídeo dos momentos da intervenção. Neste estudo o objetivo foi promover discussão sobre a produção do conhecimento em matemática por povos e/ou etnias não-dominantes, tema da disciplina de prática de Ensino em Matemática, com uma atividade de caráter exploratório.

Por meio de busca na internet encontramos uma versão do jogo Bozó utilizada na tribo Bororo, na aldeia Meruri do Estado do Mato Grosso.

Figura 1. O Bozó.



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nesta versão do jogo são utilizados cinco dados e copos de couro, como ilustrado na Figura 1, e tem por objetivo conseguir as diversas combinações da soma das faces do dado. Os jogadores anotam em papel ou como os indígenas faziam no chão de terra, as combinações possíveis, o objetivo é conseguir o maior número dessas combinações. O Bozó é uma variação de um jogo francês antigo, o “Yam”, também conhecido em algumas localidades

como “General”, “Iate” e “Yatzi”, todos com regras e formas semelhantes de jogar. Acredita-se que o nome Bozó pode ser um nome regionalizado, pois no Nordeste Bozó é denominado Dado, e no Estado de Alagoas significa dados de jogo.

Com base nessas informações preliminares iniciou-se uma investigação, por meio de atividades exploratórias, buscando encontrar conceitos matemáticos no jogo Bozó, o que representou uma descoberta para os alunos, pois o jogo pode ter importantes potencialidades para a aprendizagem, se o professor souber valorizar os respectivos aspectos matemáticos.

6. Resultados e Discussão

Passo a descrever o jogo como uma dinâmica produtiva para a sala de aula, importante para a coleta e organização de dados, assumindo uma experiência de aprendizagem de cunho investigativo, levando os futuros professores a aprofundar e consolidar conhecimentos matemáticos, contribuindo para atingir objetivos curriculares de natureza transversal.

A cada etapa, os futuros professores de matemática se surpreendiam com as possibilidades do jogo e se indagavam a razão do distanciamento cultural existente entre eles e a tribo indígena dos Bororos¹.

Iniciamos com a familiarização do jogo e o reconhecimento das regras (jogando para compreendê-las), fazendo uma leitura coletiva em um diálogo entre os discentes e a docente responsável (Figura 2).

Figura 2: Regras do jogo Bozó.

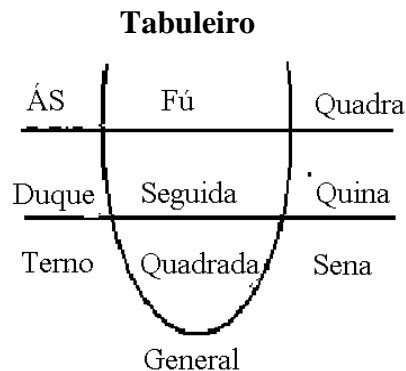
O jogo é composto por 5 dados, um copo não transparente, usualmente é utilizado um copo de couro, e folhas de papel e lápis ou caneta para marcar e registrar os pontos. O objetivo é preencher todo o tabuleiro, de modo a obter mais pontos que o(s) adversário(s). O jogo pode ser jogado em duplas, cada jogador tem direito a três tentativas, e pode parar quando lhe convier, ou seja, na primeira, na segunda ou terceira jogada, e a cada rodada deve-se marcar uma das casas, se não houver como, deve-se cancelar uma das casas não marcada.

Ao jogar pela primeira vez, o jogador deverá lançar todos os cinco dados, podendo separar os dados que lhe convém, e jogar somente os dados que sobraram. Isso poderá ser feito também na segunda tentativa, na terceira e última, a escolha da marcação deve ser efetuada, lembrando que toda jogada deve ser marcada.

Se conseguir Fú, Seguida, Quadrada ou General, na primeira jogada, é dito ‘de Boca’, e adiciona-se 5 pontos ao valor original da casa, por exemplo: seguida na primeira jogada dos dados, chama-se seguida de boca e ao invés de 30 ganha-se 35 pontos, e o jogador também pode ‘Pedir Baixo’, e só valerão as faces de baixo dos dados (aquelas faces que não estão visíveis), mas essa escolha deverá ser feita antes de levantar o copo. O jogo termina quando todos os

¹ <https://pib.socioambiental.org/pt/Povo:Bororo>

jogadores preencherem suas casas no tabuleiro, soma-se os pontos e ganha o jogo quem obtiver mais pontos.



Como fazer a pontuação

Às: soma das faces de 1, que conseguir em três tentativas, de 1 a 5 pontos.

Duque: soma das faces de 2, que conseguir em três tentativas, de 2 a 10 pontos.

Terno: soma das faces de 3, que conseguir em três tentativas, de 3 a 15 pontos.

Quadra: soma das faces de 4, que conseguir em três tentativas, de 4 a 20 pontos.

Quina: soma das faces de 5, que conseguir em três tentativas, de 5 a 25 pontos.

Sena: soma das faces de 6, que conseguir em três tentativas, de 6 a 30 pontos.

Fú: 3 faces iguais; mais 2 faces iguais que conseguir em três tentativas, vale 20 pontos. Se conseguir na primeira rodada é chamado de Fú de boca e vale 25 pontos.

Seguida: 5 faces diferentes seguidas em três tentativas; vale 30 pontos. Se conseguir na primeira rodada é chamado de seguida de boca e vale 35 pontos.

Quadrada: 4 faces iguais; de quaisquer faces, em três tentativas, vale 40 pontos. Se conseguir na primeira rodada é chamado de seguida de boca e vale 45 pontos.

General: 5 faces iguais em três tentativas, vale 50 pontos. Se conseguir na primeira rodada é chamado de seguida de boca e vale 55 pontos.

Fonte: Elaborado pela autora.

Após a leitura das regras, que estão na Figura 2, os licenciandos realizaram algumas jogadas a fim de compreender as regras, divididos em duplas. Motivados em ganhar no jogo, discutiram e analisaram possibilidades de jogadas. Por ser um jogo com muitas regras foi necessário retornar às instruções com certa frequência.

Passados essa familiarização inicial, questionamentos surgiram a respeito do modo de saber (teoria) e fazer (prática) dos índios. Os futuros professores ficaram intrigados com a complexidade do jogo, com os conceitos e estratégias proporcionados a cada desafio e as intervenções-exploratórias ao longo do processo. Começaram a analisar não somente suas próprias jogadas, mas também as dos parceiros, formulando, problematizando e registrando o raciocínio que utilizaram para vencer. Nesse momento optou-se por fazer uma discussão coletiva, chamando os licenciandos para um forte envolvimento, refletindo e esclarecendo os conceitos matemáticos explorados, no contexto do Bozó.

Na discussão buscou-se também uma aprendizagem coletiva que deve ser considerada

durante a aula, em cada turma. Questões importantes orientaram as reflexões no grupo de futuros professores: Quais conceitos e procedimentos matemáticos são possíveis de ensinar por meio desse jogo? Para quais anos da Educação Básica poderia ser trabalhado? Operações Aritméticas, Múltiplos e Divisores, Ternas Pitagóricas, Análise Combinatória e Probabilidade e Soma Mágica (Barbosa, 2000), foram alguns dos conceitos, da Educação Básica, sistematizados e formalizados no estabelecimento de conexões matemáticas.

Motivados pelas descobertas realizadas por meio do jogo, os licenciandos retornavam ao Bozó e, nesta etapa, já se lembravam das estratégias e jogavam com “mais competência”. Eles puderam se aproximar de uma outra cultura, a fim de dirimir equívocos sobre o modo de produzir e compreender matemática pelos índios. Portanto, o processo que buscou-se desenvolver, nas horas de PCC é o da investigação.

Nas plenárias, momentos de discussões coletivas, foi possível documentar resultados importantes ao desenvolvimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Na Tabela 1 estão as possibilidades de pontuação das casas: Ás, Duque, Terno, Quadra, Quina e Sena e as respectivas somas das colunas e linhas com as regularidades observadas.

Tabela 1. Possibilidades de resultado para as casas: Ás, Duque, Terno, Quadra, Quina e Sena.

	1 dado	2 dados	3 dados	4 dados	5 dados	Soma	Múltiplos de 5
Ás (face 1)	1	2	3	4	5	15	$1 \times 3 \times 5 = 3 \times 5$
Duque (face 2)	2	4	6	8	10	30	$2 \times 3 \times 5 = 6 \times 5$
Terno (face 3)	3	6	9	12	15	45	$3 \times 3 \times 5 = 9 \times 5$
Quadra (face 4)	4	8	12	16	20	60	$4 \times 3 \times 5 = 12 \times 5$
Quina (face 5)	5	10	15	20	25	75	$5 \times 3 \times 5 = 15 \times 5$
Sena (face 6)	6	12	18	24	30	90	$6 \times 3 \times 5 = 18 \times 5$
Soma	21	42	63	84	105	315	$21 \times 3 \times 5 = 63 \times 5$
Múltiplos de 7	$1 \times 3 \times 7 = 3 \times 7$	$2 \times 3 \times 7 = 6 \times 7$	$3 \times 3 \times 7 = 9 \times 7$	$4 \times 3 \times 7 = 12 \times 7$	$5 \times 3 \times 7 = 15 \times 7$	$15 \times 3 \times 7 = 45 \times 7$	

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Tabela 1 é possível observar que as somas das colunas, são sempre múltiplos de três e de sete, consequência da propriedade do dado: a soma das faces opostas no dado é sete. Os alunos compreendem, quando é conveniente, “pedir baixo”, por meio da propriedade da soma dos números equidistantes, denominada de Somas Mágicas (SM) por Barbosa (2000,

p.15), que são somas de números diferentes, que tem o mesmo valor, por exemplo, na 1ª. coluna temos três somas mágicas do sete, (1 e 6, 2 e 5, 3 e 4), na 2ª. coluna, soma mágica: 14, (2 e 12, 4 e 10, 6 e 8). Na 3ª. coluna, SM = 21, (3 e 8, 6 e 15, 9 e 12), na 4ª. SM = 28 (4 e 24, 8 e 20, 12 e 16) e na 5ª. SM = 35 (5 e 30, 10 e 25, 15 e 20) É importante incentivar os futuros professores explorarem essas regularidades. Nas somas em linha, são múltiplos de três e de cinco, não esquecendo que são três tentativas, possíveis de serem realizadas pelas regras do jogo e são cinco o total de dados, que podem ser lançados.

Uma possibilidade promissora é o trabalho com padrões e representações pictóricas, pois podem promover o desenvolvimento de procedimentos criativos de resolução, a inter-relação de diferentes representações matemáticas, conduzindo à construção de conceitos relacionados a conteúdos matemáticos de forma mais significativa e efetiva para futuros professores de matemática.

O padrão, surge de forma intuitiva, a partir de situações mais simples, onde é mais fácil notar regularidades. Assim, propriedades, regras e algoritmos, podem ser consideradas como padrões, e corroborando com Barbosa (2000) a matemática, pode ser pensada como um conjunto de padrões: numéricos, geométricos, algébricos, etc.

Observando a Tabela 1, as primeiras linha e coluna apresentam números múltiplos de um, as segundas linha e coluna, múltiplos de dois e assim por diante. Essa regularidade também é verificada na Tábua de Pitágoras:

Tabela 2. Tábua de Pitágoras.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Elaborado pela autora.

Portanto os números dispostos na Tabela 1 representam uma parte da tábua, identificada na Tabela 2. A Tábua de Pitágoras, possui padrões interessantes, e explorá-los como sugere Barbosa (2000), pode tornar a aprendizagem mais estimulante. Na diagonal

principal, observamos os quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16 e 25. Considerando o 1º. número da Tábua de Pitágoras, o 1, se somarmos os números ao redor dele: $2 + 4 + 2$, em seguida a soma dos números 3, 6, 9, 6 e 3, e se dessa forma continuarmos com os demais números, tem-se:

$$1 = 1^3$$

$$2 + 4 + 2 = 8 = 2^3$$

$$3 + 6 + 9 + 6 + 3 = 27 = 3^3$$

$$4 + 8 + 12 + 16 + 12 + 8 + 4 = 64 = 4^3$$

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 20 + 15 + 10 + 5 = 125 = 5^3$$

Tabela 3. Regularidades obtidas na Tábua de Pitágoras.

Soma	1	8	27	64	125	216	...
1^3	1	2	3	4	5	6	...
2^3	2	4	6	8	10	12	...
3^3	3	6	9	12	15	18	...
4^3	4	8	12	16	20	24	...
5^3	5	10	15	20	25	30	...
6^3	6	12	18	24	30	36	...
...

Fonte: Elaborado pela autora.

A Tabela 3 apresenta uma regularidade observada e explorada na Tábua de Pitágoras, o cubo de um número que corresponde a posição da linha e/ou coluna.

Outra discussão que ocorreu, foi a busca pelos divisores das pontuações, a seguir dispomos alguns:

Tabela 4. Divisores das pontuações obtidas nas casas do jogo Bozó.

.Pontuação	Divisores	Quantidade
5	1 e 5	2
10	1,2,5 e 10	4
15	1,3,5 e 15	4
20	1,2,4,5,10 e 20	6
25	1,5 e 25	3
30	1,2,3,5,6,10,15 e 30	8
35	1,5,7 e 35	4
40	1,2,4,5,9,15,20 e 40	8
45	1,3,5,9,15 e 45	6
50	1,2,5,10,25 e 50	6
55	1,5,11 e 55	4

Fonte: Elaborado pela autora.

Os números correspondentes às pontuações nas respectivas casas do tabuleiro e quantificação dos seus respectivos divisores, encontram-se descritos na Tabela 4.

Inspirados pela teoria das probabilidades, iniciaram um estudo probabilístico das possibilidades de jogadas do Bozó. Encontraram o total de possibilidades de jogadas, para cada casa do jogo:

Tabela 5. Total de possibilidades as casas laterais.

	1 face	2 faces	3 faces	4 faces	5 faces	total
Ás	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
Duque	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
Terno	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
Quadra	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
Quina	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
Sena	5^4	5^3	5^2	5^1	1	781
total	6×5^4	6×5^3	6×5^2	6×5^1	6×1	4686
	3750	750	150	30	6	

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Tabela 5, estão as possibilidades para as casas laterais do diagrama do jogo Bozó. Para as casas centrais do diagrama do jogo encontraram o seguintes resultados para as casas: Fú (grupos de três e dois dados, com faces iguais) 36 possibilidades; Quadrada (grupo de quatro faces iguais) 36 possibilidades; General (todas as faces iguais) 36 possibilidades; Seguida (sequência numérica das faces: 1, 2, 3, 4 e 5 ou 2, 3, 4, 5 e 6) 2 possibilidades.

Pode-se ainda, fazer a verificação do total de possibilidades de marcação da face um (Ás), que é válida para as outras faces também. Para todas as faces 1 tem-se uma possibilidade, para quatro faces 1 e uma face variando tem-se:

$$C_{5,1} = \frac{5!}{(5-1)!!} = \frac{5 \times 4!}{4!!} = 5 \text{ possibilidades}$$

Para três faces 1 e duas faces variando, obtem-se:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = 10 \text{ possibilidades}$$

Dois faces 1 e três faces variando, tem-se:

$$C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10 \text{ possibilidades}$$

Uma face 1 e quatro faces variando:

$$C_{5,4} = \frac{5!}{(5-4)!4!} = \frac{5x4!}{1!4!} = 5 \text{ possibilidades}$$

E ainda, três faces 1 e duas faces variando, tem-se:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5x4x3!}{3!2x1} = 10 \text{ possibilidades}$$

É possível constatar também, o total de possibilidades de jogadas para o Bozó, sem repetição. Para todas as faces (do dado) diferentes entre si, tem-se uma combinação $C_{6,5}$ (número de combinações dos seis elementos tomados 5 a 5), que resulta em seis possibilidades. Agora se forem quatro faces iguais e uma diferente:

$$C_{6,1}C_{5,1} = \frac{6!}{(6-1)!1!} \cdot \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{6x5!}{5!} \cdot \frac{5x4!}{4!} = 6x5 = 30 \text{ possibilidades.}$$

E para uma tripla e um dupla, diferentes entre si, obtem-se:

$$C_{6,1}C_{5,1} = \frac{6!}{(6-1)!1!} \cdot \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{6x5!}{5!} \cdot \frac{5x4!}{4!} = 6x5 = 30 \text{ possibilidades}$$

Dois duplas e uma face, diferentes entre si, tem-se:

$$C_{6,2}C_{4,1} = \frac{6!}{(6-2)!2!} \cdot \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{6x5x4!}{4!2x1} \cdot \frac{4x3!}{3!} = 15x4 = 60 \text{ possibilidades}$$

Para uma tripla e duas faces, diferentes entre si:

$$C_{6,1}C_{5,2} = \frac{6!}{(6-1)!1!} \cdot \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{6x5!}{5!} \cdot \frac{5x4x3!}{3!2x1} = 6x10 = 60 \text{ possibilidades}$$

Uma dupla e três faces, diferentes entre si, tem-se:

$$C_{6,1}C_{5,3} = \frac{6!}{(6-1)!1!} \cdot \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{6x5!}{5!} \cdot \frac{5x4x3!}{2x1x3!} = 6x10 = 60 \text{ possibilidades}$$

Finalmente, se todas as faces forem iguais, tem-se uma combinação $C_{6,1}$ (combinações dos seis elementos tomados um a um) que serão seis possibilidades.

Logo, o total de possibilidades, sem repetição, encontradas são: $6 + 30 + 30 + 60 + 60 + 60 + 6 = 252$. Assim a probabilidade em uma jogada com os cinco dados, ao mesmo tempo, para uma das casas do Bozó é dada por:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}, \text{ onde } n(\Omega) = 252.$$

A probabilidade de obtermos General, é $\frac{6}{252} = \frac{1}{42}$ (uma chance em 42), da Quadrada é $\frac{30}{252} = \frac{5}{42}$ (cinco chances em 42), a probabilidade da casa Fú é a mesma da quadrada, pois as possibilidades são as mesmas, mas para a seguida, só temos duas possibilidades, ficando $\frac{2}{252} = \frac{1}{126}$ (uma chance em 126).

Como tem-se três jogadas no Bozó, multiplicando as probabilidades $p(A)$, por três, obedecendo que são jogados os cinco dados, nas três tentativas, a probabilidade do General fica $3 \cdot \frac{1}{42} = \frac{1}{14}$ (uma chance em 14), da Quadrada e Fú, $3 \cdot \frac{5}{42} = \frac{5}{14}$ (cinco chances em 14), e na Seguida, $3 \cdot \frac{1}{126} = \frac{1}{42}$ (uma chance em 42).

O Bozó tem outras perspectivas que podem ser exploradas, nesse artigo apresentamos alguns exemplos de como o Bozó pode ser utilizado como ferramenta pedagógica.

7. Considerações Finais

Esse processo dinâmico de encontro de culturas, por meio da exposição de outras linguagens, histórias, epistemologias e formas de saber matemática que diferem de grupo para grupo, pode favorecer a construção e reconstrução do conhecimento, a manutenção, a substituição, e a modificação das formas de organizar o conhecimento, formando uma trajetória evolutiva do sujeito indagativo, nas horas de prática como componente curricular.

Os futuros professores de matemática envolvidos na atividade, discutida neste artigo, tiveram a oportunidade de ampliar a visão, melhorar o seu repertório, reformular ideias e concepções, algumas vezes, equivocadas sobre outras culturas, como a dos índios Bororo. Causou-lhes estranheza o fato de que índios de uma tribo, no interior do estado do Mato Grosso, fossem capazes de jogar o Bozó, nos dizeres dos licenciandos: “com muitas regras e tão difícil”. A concepção inicial dos licenciandos era de que as práticas, as ideias matemáticas nas tribos indígenas, eram diferentes, mas não eram complexas e que, portanto, os indígenas teriam dificuldades de desenvolver processos de raciocínio matemático mais elaborados.

A ação nas horas de PCC, por meio de tarefas de exploração e desenvolvimento da aprendizagem e do ensino, favoreceu a compreensão de que a matemática ocidental, dominante do colonizador é apenas uma forma de produção de conhecimento, conhecimento matemático e assim como qualquer forma de construção do conhecimento, é produzido por

seres humanos. Permitiu também a tomada de consciência das diferentes maneiras de fazer matemática, da evolução das ideias, das práticas, do conhecimento das diferentes culturas apoiados em tarefas de exploração e desenvolvimento da aprendizagem e do ensino.

A aula exploratória nas horas de prática como componente curricular permite protagonismo dos futuros professores na realização das tarefas e na expressão dos seus raciocínios. Esse modo de trabalho pode levar os alunos não só a desenvolver o seu raciocínio e ampliar conhecimentos e capacidades em Matemática, mas também, reconhecer outras culturas, ‘etnomatemáticas’, a assumir uma perspectiva positiva sobre o que é esta ciência como atividade humana.

Considera-se que a proposta foi de encontro aos objetivos almejados, ao oportunizar momentos de discussão com os futuros professores de matemática acerca de uma abordagem metodológica que possibilita, através de tarefas de investigação e exploração, a valorização dos saberes e das práticas ausentes da cultura dos participantes.

Ademais, as atividades oportunizaram a vivência dos vários momentos do jogo, indo além do “jogar”, bem como a exploração de conceitos e conteúdos matemáticos envolvendo as quatro operações elementares, múltiplos, divisores, análise combinatória e probabilidade, tendo como contexto a formação de professores.

Espera-se contribuir com a formação de futuros professores que ensinam matemática em diversos contextos, para que esses possam se aproximar mais da própria cultura e outras culturas.

8. Referências

- Barbosa, R. M. (2000). *Aprendendo com Padrões Mágicos*. São Paulo: SBEM-SP, 2000.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Cobb, P., et al. (2003). Design experiments in education research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13.
- Conselho Nacional de Educação. (2002) *Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior*. Resolução CNE/CP no. 2, de 19 de fevereiro de 2002.

Conselho Nacional de Educação. (2015) *Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação inicial em nível superior e para a formação continuada*. Resolução CNE/CP No. 2, de 1o. de julho de 2015b.

D'Ambrosio, U.(1993). Etnomatemática: um programa. In: Educação matemática em revista. 2º. Semestre. Blumenau: FURB, 1, 5-11, 1993.

D'Ambrosio, U. (1998). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. (4a ed.), São Paulo: Ática.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. (5a. ed.), Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrosio, U. (2018). Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. In: *Estudos Avançados*. 32(94), 189-204.

Domite, M. do C. S. (2006). Da compreensão da formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: Wanderer, G. K., Fernanda. Oliveira, C. J. (Org.). *Etnomatemática: currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: UNISC/EDUNISC, 419-431.

Gatti, B. A. (2017). Didática e Formação de Professores: provocações. In: *Cadernos de Pesquisa*. 47(166), 1150-1164.

Gravemeijer, K., & Cobb P. (2013) Design research from the learning design perspective. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research, Part A: An introduction*, 72-113. Enschede: SLO.

Marcatto, F. S. F. (2012). *A prática como componente curricular em projetos pedagógicos de cursos de licenciatura em matemática*. Tese (doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. IGCE/UNESP, Rio Claro, 151p.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2008). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B., Gómez-Alfonso, M., & Camacho-Machín, L. B. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*, 78. Badajoz: SEIEM.

Ponte, J. P., et al (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77–98.

Skovsmose, O., & Penteadó, M. G. (2016). Mathematics Education an Democracy: An Open Landscape of Tensions, Uncertainties and Challeges. *Handbook of International Research in Mathematics Education*. By. Lyn D. English. David Kirshner, 792-825.

Stein, M. K., et al. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Flávia Sueli Fabiani Marcatto – 100%