

Análise de confiabilidade em vigas de concreto protendido com cabos não aderentes em conformidade com a NBR 6118-2014: estudo paramétrico para razões de carga e resistência a compressão do concreto

Reliability analysis of prestressed concrete beams with unbonded tendons in accordance with NBR 6118-2014: parametric study for load ratios and compressive strength of concrete

Análisis de fiabilidad en vigas de hormigón pretensado con cables no adherentes según NBR 6118-2014: estudio paramétrico de las relaciones de carga y de la resistencia a la compresión del hormigón

Recebido: 08/10/2020 | Revisado: 11/10/2020 | Aceito: 13/10/2020 | Publicado: 16/10/2020

Nathalia Guaglini da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8740-0952>

Universidade Federal Fluminense, Brasil

E-mail: nathalia.guaglini@gmail.com

Oswaldo Luiz de Carvalho Souza

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4340-6516>

Universidade Federal Fluminense, Brasil

E-mail: osvaldolui246@gmail.com

Claudia Maria de Oliveira Campos

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0389-5749>

Universidade Federal Fluminense, Brasil

E-mail: cmocampos@id.uff.br

Resumo

Considerando os diversos métodos propostos com o objetivo de estimar a variação de tensão em cabos não aderentes de elementos estruturais em concreto protendido, não havendo, portanto, diretriz única para este fim, observa-se a necessidade de investigação mais abrangente sobre tema. Este trabalho aborda o método simplificado para estimativa da variação de tensão em cabos não aderentes proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Com a metodologia proposta pela norma, são conduzidas análises de confiabilidade, empregando-se os métodos analíticos FORM e Monte Carlo, de viga solicitada pelo seu valor médio de

resistência à flexão, constituído por parcelas de carga variável e permanente. Na análise são considerados diferentes valores da resistência a compressão do concreto e variação da parcela de carga variável constituinte da solicitação da viga analisada. É conduzido também um estudo de sensibilidade que destaca a maior relevância entre variáveis aleatórias consideradas. Os valores dos índices de confiabilidade realçam os valores conservadores da variação de tensão em cabos não aderentes obtidos a partir da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Palavras-chave: Confiabilidade; Concreto protendido; Cabos não aderentes.

Abstract

Considering the several methods proposed with the objective of estimating the stress increase in unbonded tendons of prestressed concrete structural elements, not existing therefore one single guideline for this purpose, it is observed the need for a more comprehensive investigation on the subject. This work focuses on the simplified method for estimating the stress variation in unbonded tendons in accordance with NBR 6118 (ABNT, 2014). With the methodology proposed by the code, reliability analyzes are carried out, using the analytical methods FORM and Monte Carlo, of beam requested by its average value of flexural strength, constituted by live and permanent loads. The analysis considered different values of the compressive strength of the concrete and a variation of percentage of the live load acting on the analyzed beam. A sensitivity study is also conducted that highlights the greater relevance among random variables considered. The values of the reliability indices highlight the conservative values of the stress increase in unbonded tendons obtained from the proposal indicated by NBR 6118 (ABNT, 2014).

Keywords: Reliability; Prestressed concrete; Unbonded tendons.

Resumen

Teniendo en cuenta los diversos métodos propuestos con el fin de estimar la variación de la tensión en los cables no adherentes de los elementos estructurales en el hormigón saliente, por lo que no existe una única directriz para este fin, se señala la necesidad de una investigación más exhaustiva sobre el tema. Este trabajo aborda el método simplificado para estimar la variación de tensión en cables no adherentes propuesto por la NBR 6118 (ABNT, 2014). Con la metodología propuesta por la norma se realizan análisis de fiabilidad, utilizando los métodos analíticos FORM y Monte Carlo, de la viga solicitada por su valor medio de resistencia a la flexión, consistente en parcelas de carga variables y permanentes. En el análisis se consideran diferentes valores de la resistencia a la compresión del hormigón y la

variación de la porción de carga variable de la solicitud de la viga analizada. También se realiza un estudio de sensibilidad que pone relieve la mayor relevancia de las variables aleatorias consideradas. Los valores de los índices deficiencia destacan los valores conservadores de la variación de tensión en cables no adherentes obtenidos de la NBR 6118 (ABNT, 2014).

Palabras clave: Fiabilidad; Hormigón pretensado; Cables no adherentes.

1. Introdução

Em um projeto estrutural, as incertezas inerentes as variáveis envolvidas impossibilitam que as estruturas apresentem segurança absoluta. A existência de incertezas na intensidade e distribuição das cargas permanentes e acidentais, nas propriedades mecânicas dos materiais, nos parâmetros geométricos da estrutura e incertezas nos modelos de cálculo e análise de estruturas, contribui para uma probabilidade não nula de que a estrutura não atenda aos objetivos para os quais foi concebida.

Essas aleatoriedades são consideradas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) a partir do método dos estados limites, que atribuem às resistências e às solicitações coeficientes parciais de segurança, transformando assim os seus valores característicos em valores de cálculo. Essa abordagem indireta das incertezas classifica o método dos estados limites como semiprobabilístico (Oliveira, 2016).

A confiabilidade estrutural tem como objetivo principal, determinar a probabilidade de ocorrer um cenário de falha no sistema estrutural, utilizando métodos probabilísticos que permitem uma representação explícita das incertezas através de variáveis aleatórias de solicitações S e da capacidade resistente da estrutura R (Santiago, Kroetz, Beck, 2018). A segurança estrutural é quantificada a partir de um índice de confiabilidade β , associado a uma probabilidade de falha e reconhecido como indicador de desempenho para segurança e avaliação de estruturas existentes (TU, B. et al, 2017).

Este artigo avalia o desempenho a flexão de uma viga de concreto protendido com protensão não aderente utilizando-se análise de confiabilidade. O elemento estrutural foi dimensionado segundo o método dos estados limites para atender à solicitação constituída por uma parcela de carga permanente, g , e outra parcela de carga acidental, q .

As análises de confiabilidade são conduzidas com o objetivo de obter os índices de confiabilidade β considerando diferentes valores da resistência a compressão do concreto e

uma variação da parcela de carga variável caracterizada pela relação $r_q = q/g + q$.

Essas análises contemplam as aleatoriedades inerentes à resistência à compressão do concreto, à tensão de escoamento do aço da armadura passiva e ativa, as solicitações permanentes, as solicitações variáveis e buscam avaliar se os valores considerados pelo método simplificado para estimativa de variação de tensão em cabos não aderentes proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014) são conservadores.

2. Metodologia

O presente trabalho refere-se a uma análise cuja metodologia utilizada foi de natureza quantitativa. Tal metodologia permite que os conjuntos de resultados gerados possam ser quantificados por meio de técnicas matemáticas que possibilitam a previsão dos acontecimentos (Pereira et al., 2018). Foi utilizado procedimento experimental baseado nos trabalhos anteriores desenvolvidos por nosso grupo de pesquisa (Machado et al., 2019; Souza et al., 2019; Souza 2011; Campos, 1999).

2.1 Análise de Confiabilidade

2.1.1 Problema Básico de Confiabilidade

A análise de confiabilidade estrutural busca avaliar a segurança baseada na análise quantitativa da falha da estrutura, segundo o índice de β e sua respectiva probabilidade de falha p_f (Oliveira et al., 2019). O aumento do valor de β implica no decréscimo da p_f , desta forma, é possível definir a confiabilidade como o complemento da probabilidade de falha.

$$C = 1 - p_f \quad (1)$$

O problema básico de confiabilidade, de acordo com Melchers (2002), é definido a partir de uma solicitação S e uma resistência R , sendo essas independentes e caracterizadas por suas respectivas funções de densidade de probabilidade f_R e f_S . Esse problema é resolvido utiliza-se a variável Z , definida como margem de segurança, dada pela Equação 2:

$$Z = R - S \quad (2)$$

As variáveis R e S são variáveis aleatórias e podem conduzir a valores negativos de Z , o que caracteriza a violação do Estado Limite Último – ELU, representando uma situação de falha. Desta forma, é possível avaliar a probabilidade de ocorrência de falha conforme a Equação 3.

$$p_f = P(R - S \leq 0) \quad (3)$$

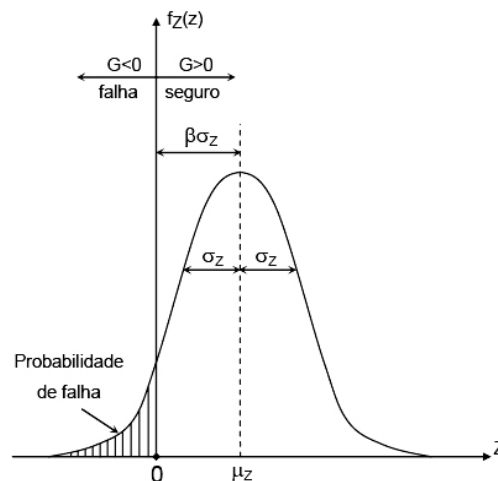
No problema básico de confiabilidade estrutural, quando R e S são variáveis normais e estatisticamente independentes, com médias μ_R e μ_S , e variâncias σ_R^2 e σ_S^2 , têm-se a margem de segurança Z também representada por uma variável aleatória normal, com média μ_Z e variância σ_Z^2 definidas, respectivamente, por:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (4)$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (5)$$

A Figura 1 ilustra a função densidade de probabilidade da margem de segurança, na qual encontram-se representados o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha p_f .

Figura 1 - Distribuição da margem de segurança $Z = R - S$.



Fonte: Adaptada Melchers (2002).

A partir da Figura 1, observa-se que o deslocamento do gráfico para esquerda ou para a direita acarreta variação nos valores de $\beta\sigma_Z$, distância entre o valor médio e $Z = 0$, e da área hachurada, a probabilidade de falha do sistema. Esta variação de valores demonstra a relação

existente entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha de uma estrutura. Outrossim, pode-se observar o limite entre o estado seguro e o estado de falha, o ponto Z igual a zero. Pode-se escrever as Equações 6 e 7:

$$Z = \mu_Z - \beta\sigma_Z = 0 \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (7)$$

2.1.2 Índice de Confiabilidade de Referência

A confiabilidade, ou a probabilidade de falha de uma estrutura, é medida com base na avaliação do seu índice de confiabilidade β . O índice de confiabilidade de referência β_{ref} é definido como um valor limite para o índice de confiabilidade de uma estrutura. Esse índice é um valor mínimo e está associado a um valor máximo de probabilidade de falha.

O EUROCODE EN 1990 (2001) define os índices de confiabilidade a partir de uma classificação das consequências de falha da estrutura, das classes de confiabilidade e do período de retorno.

As consequências de falha, apresentadas na Tabela 1, são divididas em três categorias, CC1 – pequeno impacto, CC2 - moderado impacto e CC3 – elevado impacto, essas são definidas em função do impacto gerado pela falha, tais como, perdas de vidas humanas, consequências ambientais, sociais e econômicos. Tais consequências são associadas às classes de confiabilidade e aos períodos de recorrência.

Tabela 1 – Valores de β_{ref} .

Classes de Consequências	Classes de Confiabilidade	Valores para β_{ref}	
		<i>ELU</i>	
		1 ano	50 anos
CC3	RC3	5,2	4,3
CC2	RC2	4,7	3,8
CC1	RC1	4,2	3,3

Fonte: EUROCODE EN 1990 (2001).

De acordo com EUROCODE EN 1990 (2001) os valores de probabilidade de falha são da ordem de 10^{-4} para projetos estruturais que adotam os coeficientes parciais, o que consiste em uma única obra atingindo o E.L.U. em um tempo de recorrência de 50 anos num lote de

10.000 obras do mesmo tipo. Utiliza-se neste trabalho, como critério de avaliação, um índice de confiabilidade de referência de $\beta_{ref} = 3,8$, cuja probabilidade de falha associada é da ordem de 10^{-4} .

2.1.3 FORM – First Order Reliability Method

Em análise de confiabilidade estrutural, a maioria dos problemas envolvem n variáveis aleatórias estatisticamente dependentes e não normais, passando, por conseguinte, a margem de segurança deste problema a ser representada a partir da Equação 8 abaixo.

$$Z = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = R - S \quad (8)$$

Este fato torna a obtenção do índice de confiabilidade a partir da Equação 6 inviável e, acarreta grande complexidade para a resolução numérica do problema.

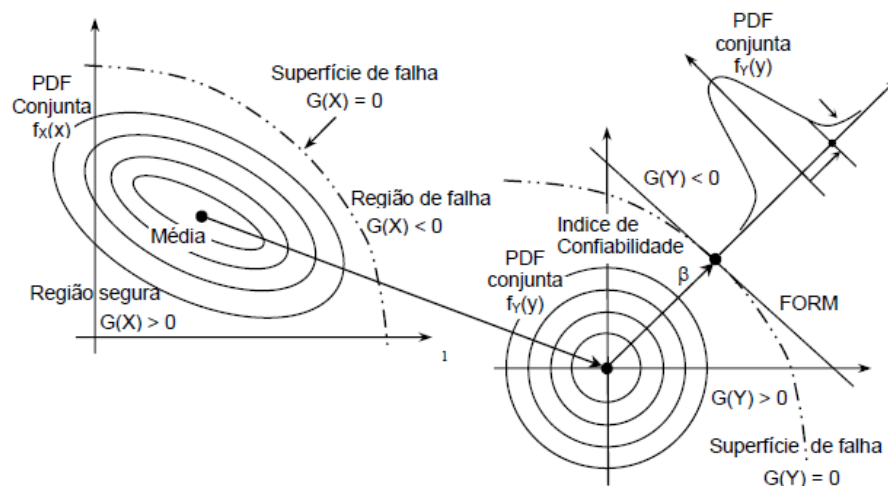
No caso de variáveis aleatórias não normais, dependentes ou não entre si, pode-se utilizar o método analítico FORM – *First Order Reliability Method* para obtenção da probabilidade de falha. Este método, originalmente, se baseou no significado geométrico do índice de confiabilidade β do problema básico no espaço reduzido, com variáveis aleatórias independentes.

No FORM, as variáveis aleatórias X (espaço original), cujas funções densidades de probabilidade (FDP) não são normais, são transformadas em variáveis equivalentes Y normais padrão estatisticamente independentes (espaço reduzido). Após a transformação, a função de falha $G(X)$ é escrita em função das variáveis no espaço normal padrão $G(Y)$.

A ideia principal deste método é calcular o índice de confiabilidade a partir de uma superfície de falha aproximada por uma superfície linear, no espaço reduzido com variáveis normais estatisticamente independentes. Trata-se de um método iterativo onde a menor distância entre a função de falha e a origem indica graficamente o índice de confiabilidade β (Hasofer e Lind, 1974). O ponto sobre a função de falha que define a menor distância à origem é o ponto de projeto y^* .

A Figura 2 ilustra o processo realizado neste método.

Figura 2 – Transformação do espaço original para o espaço reduzido.



Fonte: Lopes (2007).

A aproximação a partir de uma linearização introduz um erro à quantificação da probabilidade de falha, especialmente quando a função de estado limite possui curvaturas mais acentuadas na vizinhança do ponto de projeto (Gimenes e Nogueira, 2018). Nesses casos, o método Monte Carlo pode ser mais adequado para avaliação da probabilidade.

2.1.4 Monte Carlo

A análise de probabilística através da simulação Monte Carlo tem sido amplamente utilizada na análise de confiabilidade de sistemas estruturais. No trabalho de Biondini et.al. (2004), a simulação Monte Carlo foi utilizada na avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto protendido e armado. Cheng et.al. (2007) apresentou um algoritmo para previsão de respostas de vigas de concreto protendido utilizando a simulação Monte Carlo. Eamon e Jensen (2012) realizaram um estudo sobre análise de confiabilidade de vigas de concreto protendido expostas ao fogo utilizando a mesma técnica. Mais recentemente, Nova e Silva (2018) utilizam a simulação na avaliação de segurança de pontes de concreto protendido a partir da determinação dos valores do índice de confiabilidade e a probabilidade de falha.

O método de Monte Carlo é uma simulação numérica de um experimento para testar a estrutura para todas as combinações possíveis de resistência e de ações. A partir da definição de uma função de estado limite e uma amostra dos possíveis valores que caracterizam a violação do estado limite analisado é possível calcular a probabilidade de falha.

A simulação consiste em gerar diversos valores das variáveis aleatórias envolvidas a

partir das suas respectivas médias, desvios padrões e função densidade de probabilidade. Em cada ciclo da simulação, utiliza-se um conjunto de variáveis geradas para verificar se há violação dos estados limites definidos, de modo que a frequência relativa das falhas possa ser utilizada como a probabilidade de falha. Quanto maior o número de ciclos, maior a precisão do método.

Uma vez definida a função de estado limite e sendo X_i o vetor de variáveis aleatórias estatisticamente independentes. O método Monte Carlo, utiliza os valores das variáveis aleatórias geradas como valores de X_i para solucionar esta função. Os valores obtidos na solução determinística desta equação caracterizam a falha quando menores que zero, sendo a estimativa da probabilidade de falha expressa pela Equação 9.

$$p_f = \frac{N_f}{N} \quad (9)$$

onde,

N_f - número de ciclos de simulação com valores negativos, isto é, que violaram o estado limite;

N - número de ciclos total da simulação.

2.2 Tensão na Armadura Ativa

A diferença mais relevante no procedimento de verificação de estruturas com protensão aderentes e não aderentes ao estado limite último, é compatibilidade das deformações. No sistema não aderente a deformação da armadura protendida não é igual a deformação do concreto no nível da armadura como ocorre no concreto armado e concreto protendido com cabos aderentes. A tensão final em cabos não aderentes, pode ser estimada através da Equação 10.

$$\sigma_P = \sigma_{P_i} + \Delta\sigma_P \quad (10)$$

onde,

σ_P – tensão total atuante no aço de protensão no estado limite último;

σ_{P_i} – tensão de pré-alongamento do aço;

$\Delta\sigma_P$ – acréscimo de tensão na armadura ativa devida ao carregamento no estado limite último.

O acréscimo de tensão na armadura ativa é considerado a partir da tensão de pré- alongamento σ_{pi} e é utilizada no cálculo da tensão total atuante no aço de protensão no ELU.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios apresentados nas Equações 11 e 12, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação, $\gamma_s = 1,15$.

Para elementos com relação vão/altura útil menor ou igual a 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100\rho_p} \quad (11)$$

não podendo esse acréscimo de tensão ultrapassar 420 MPa.

Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_p} \quad (12)$$

não podendo esse acréscimo de tensão ultrapassar 210 MPa.

Existem vários modelos de cálculo do acréscimo de tensão presentes na literatura técnica, que se diferenciam basicamente de acordo com a complexidade das equações propostas e de variáveis abordadas. Campos (1999) e mais recentemente Machado et al. (2019) apresentam uma abordagem dos diversos métodos de cálculo da variação de tensão em cabos não aderente presentes em trabalhos sobre o tema.

Para o cálculo do pré- alongamento, basta observar que para se anular as tensões no concreto, é preciso impor à armadura ativa uma deformação adicional igual à deformação do concreto correspondente a σ_{cp} .

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{|\sigma_{cp}|}{E_c} = \frac{1}{E_p} \alpha_p |\sigma_{cp}| = -\frac{1}{E_p} \alpha_p \sigma_{cp} \quad (13)$$

portanto,

$$P_n = P + \alpha_p A_p |\sigma_{cp}| = P - \alpha_p A_p \sigma_{cp} \quad (14)$$

e daí,

$$\sigma_{pi} = \frac{P_n}{A_p} \quad (15)$$

onde,

$\Delta\varepsilon_p$ – alongamento adicional provocado pela curvatura da seção até atingir o ELU;

σ_{cp} – tensão inicial do concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, devido a protensão de n cabos;

E_c – módulo de elasticidade do concreto;

E_p – módulo de elasticidade da armadura de protensão;

α_p – relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto;

P_n – força de neutralização;

P – força de protensão;

A_p – área de aço da armadura de protensão.

2.3 Descrição da Análise

A análise consiste na avaliação de desempenho através da análise de confiabilidade de uma viga de concreto protendido com armadura não aderente solicitada por um carregamento S , constituído por uma parcela de carga permanente g e outra acidental q .

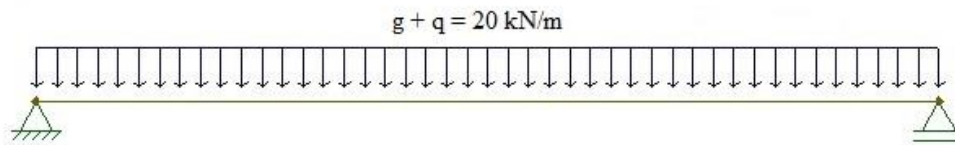
Como objeto de estudo utilizou-se uma viga dimensionada segundo a metodologia adotada pela NBR 6118 (ABNT, 2014), que considera para avaliação do acréscimo de tensão na armadura ativa do aço de protensão as equações 11 e 12. É feita a análise de confiabilidade, utilizando os métodos analíticos FORM e Monte Carlo, para avaliação do seu índice de confiabilidade β e sua respectiva probabilidade de falha p_f .

Para a resistência característica à compressão do concreto f_{ck} utilizou-se os valores de 30 MPa , 35 MPa e 40 MPa e para o parâmetro da relação carregamento variável - carga total r_q , foram utilizados os valores $0,30$, $0,40$, $0,50$ e $0,60$.

2.3.1 Modelo Considerado

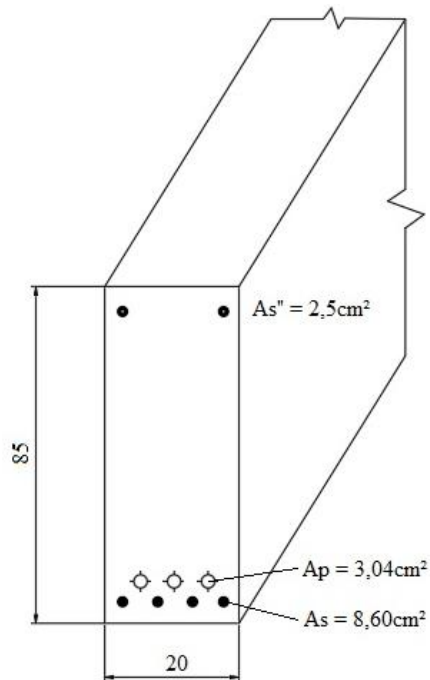
O modelo consiste em uma viga biapoiada com vão livre de $L=12\text{m}$ com seção transversal de $20 \times 85\text{cm}$. As Figuras 3 e 4 ilustram as características de carregamento, as características geométricas e o detalhe das armaduras longitudinais.

Figura 3 – Carregamento da Viga.



Fonte: Autores.

Figura 4 – Características Geométricas da Viga.



Fonte: Autores.

Foram consideradas as aleatoriedades das seguintes variáveis que contribuem para resistência R da viga: a resistência à compressão do concreto f_{cm} , a resistência ao escoamento do aço f_s e a resistência ao escoamento do aço de protensão f_p . Os modelos probabilísticos das variáveis aleatórias correspondentes a resistência da viga analisada foram resumidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores para os modelos probabilísticos das variáveis aleatórias.

Variáveis Básicas	Valor Característico	Valor Médio	Desvio Padrão	Coef. Variação	Tipo de Distribuição
fc (MPa)	30	36,6	4	0,109	Log-Normal JCSS
fc (MPa)	35	41,6	4	0,096	Log-Normal JCSS
fc (MPa)	40	46,6	4	0,086	Log-Normal JCSS
fy (MPa)	500	560	30	0,0536	Log-Normal JCSS
fpt (MPa)	1710	1863,8	-	0,05	Normal Tu et.al

Fonte: Autores.

As variáveis que constituem a solicitação S da viga, consideradas na análise são as variáveis aleatórias: carregamentos permanentes M_g e carregamento acidental M_q . A Tabela 3 apresenta os modelos probabilísticos das variáveis aleatórias associadas a solicitação.

Tabela 3 – Valores para os modelos probabilísticos das variáveis aleatórias.

Variáveis Básicas	$r_q=q/(q+g)$	Valor Característico	Valor Médio	Desvio Padrão	Coef. Variação	Tipo de Distribuição
Mg (kNm)	0,30	252	252,00	25,20	0,10	Normal JCSS
Mq (kNm)		108	103,42	25,82	0,25	Gumbel JCSS
Mg (kNm)	0,40	216	216,00	21,60	0,10	Normal
Mq (kNm)		144	137,90	34,42	0,25	Gumbel
Mg (kNm)	0,50	180	180,00	18,00	0,10	Normal
Mq (kNm)		180	172,97	43,03	0,25	Gumbel
Mg (kNm)	0,60	144	144,00	14,40	0,10	Normal
Mq (kNm)		216	206,85	51,63	0,25	Gumbel

Fonte: Autores.

A equação de falha define o limite de violação da segurança da viga estudada. Para análise de confiabilidade foi definida uma função de falha relativa à ruína por flexão, determinada a partir da metodologia de cálculo sugerida pela NBR 6118 (ABNT, 2014), expressa pela Equação 16.

$$\begin{aligned}
 G = & A_s \cdot f_s \left\{ d_s - 0,4 \left[\frac{A_s \cdot f_s - A_{s2} \cdot f_s + 0,88.0,81. A_p \cdot f_p}{0,68. b. f_{cm}} + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{A_p \frac{E_p}{E_c} \left[0,88.0,81. A_p \cdot f_p \left(\frac{1}{b. h} + \frac{e. y}{I} \right) \right] + \frac{A_p}{1,15} \left(7 + \frac{b. d_p \cdot 1,4. f_{cm}}{100. A_p} \right) \right]}{0,68. b. f_{cm}} \right\} + \\
 & A_{s2} \cdot f_s \left\{ 0,4 \left[\frac{A_s \cdot f_s - A_{s2} \cdot f_s + 0,88.0,81. A_p \cdot f_p}{0,68. b. f_{cm}} + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{A_p \frac{E_p}{E_c} \left[0,88.0,81. A_p \cdot f_p \left(\frac{1}{b. h} + \frac{e. y}{I} \right) \right] + \frac{A_p}{1,15} \left(7 + \frac{b. d_p \cdot 1,4. f_{cm}}{100. A_p} \right) \right]}{0,68. b. f_{cm}} - d_{s2} \right\} + \{ 0,88.0,81. A_p \cdot f_p + \\
 & A_p \frac{E_p}{E_c} \left[0,88.0,81. A_p \cdot f_p \left(\frac{1}{b. h} + \frac{e. y}{I} \right) \right] + \frac{A_p}{1,15} \left(7 + \frac{b. d_p \cdot 1,4. f_{cm}}{100. A_p} \right) \} \cdot \{ d_p - \\
 & 0,4 \left[\frac{A_s \cdot f_s - A_{s2} \cdot f_s + 0,88.0,81. A_p \cdot f_p + A_p \frac{E_p}{E_c} \left[0,88.0,81. A_p \cdot f_p \left(\frac{1}{b. h} + \frac{e. y}{I} \right) \right]}{0,68. b. f_{cm}} + \right. \\
 & \left. \frac{A_p}{1,15} \left(7 + \frac{b. d_p \cdot 1,4. f_{cm}}{100. A_p} \right) \right] \} - (M_g + M_q)
 \end{aligned} \tag{16}$$

onde,

A_s área de aço da armadura passiva de tração;

A_{s2} área de aço da armadura passiva de compressão;

A_p área de aço da armadura de protensão;

b dimensão referente à base viga;

d_s altura útil da armadura passiva de tração;

d_{s2} altura útil da armadura passiva de compressão;

d_p altura útil da armadura protensão;

e excentricidade da armadura de protensão;

f_{cm} resistência média à compressão do concreto;

- f_y resistência ao escoamento do aço;
 f_p resistência ao escoamento do aço de protensão;
 h altura da viga;
 E_c módulo de elasticidade do concreto;
 E_p módulo de elasticidade da armadura de protensão;
 M_g momento fletor proveniente do carregamento permanente;
 M_q momento fletor proveniente do carregamento variável;
 y distância entre o centro de gravidade da armadura protendida e o centro da seção transversal.

3. Resultados e Discussão

A viga objeto de estudo, solicitada conforme Figura 3, dimensionada segundo método semiprobabilístico teve seu momento resistente calculado segundo as diretrizes presentes da NBR 6118 (ABNT, 2014). A análise de confiabilidade foi realizada utilizando-se os métodos FORM e Monte Carlo, tomando-se como variáveis aleatórias as variáveis definidas nas Tabelas 2 e 3. Foram calculados os índices de confiabilidade e a probabilidade de falha para função de falha definida no Item 2.3.1.

A Tabela 4 mostra os resultados da análise.

Tabela 4 – Resultados da análise de confiabilidade.

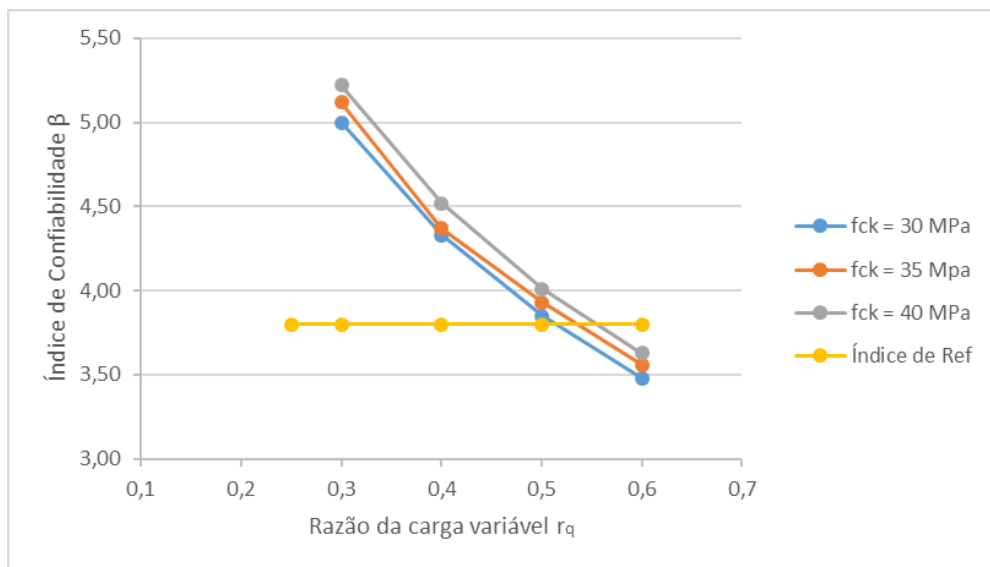
Função de Falha	fck (MPa)	$r_q=q/(q+g)$	FORM		Monte Carlo	
			β	p_f	β	p_f
G	30	0,30	5,00	$2,80 \times 10^{-7}$	4,83	$6,83 \times 10^{-7}$
		0,40	4,33	$7,41 \times 10^{-6}$	4,31	$8,00 \times 10^{-6}$
		0,50	3,85	$5,98 \times 10^{-5}$	3,86	$5,67 \times 10^{-5}$
		0,60	3,48	$2,53 \times 10^{-4}$	3,47	$2,60 \times 10^{-4}$
	35	0,30	5,12	$1,53 \times 10^{-7}$	4,95	$3,71 \times 10^{-7}$
		0,40	4,37	$6,28 \times 10^{-6}$	4,43	$4,71 \times 10^{-6}$
		0,50	3,93	$4,16 \times 10^{-5}$	3,94	$4,07 \times 10^{-5}$
		0,60	3,56	$1,87 \times 10^{-4}$	3,55	$1,92 \times 10^{-4}$
	40	0,30	5,22	$8,93 \times 10^{-8}$	5,12	$1,53 \times 10^{-7}$
		0,40	4,52	$3,14 \times 10^{-6}$	4,45	$4,33 \times 10^{-6}$
		0,50	4,01	$3,01 \times 10^{-5}$	4,01	$3,03 \times 10^{-5}$
		0,60	3,63	$1,43 \times 10^{-4}$	3,62	$1,46 \times 10^{-4}$

Fonte: Autores.

Observa-se que os índices de confiabilidade obtidos para função de falha situam-se acima do valor do índice de confiabilidade referência deste artigo $\beta_{ref} = 3,8$; excetuando-se nos casos em que os valores da relação entre carregamento variável e carga total r_q se aproximam de 0,6.

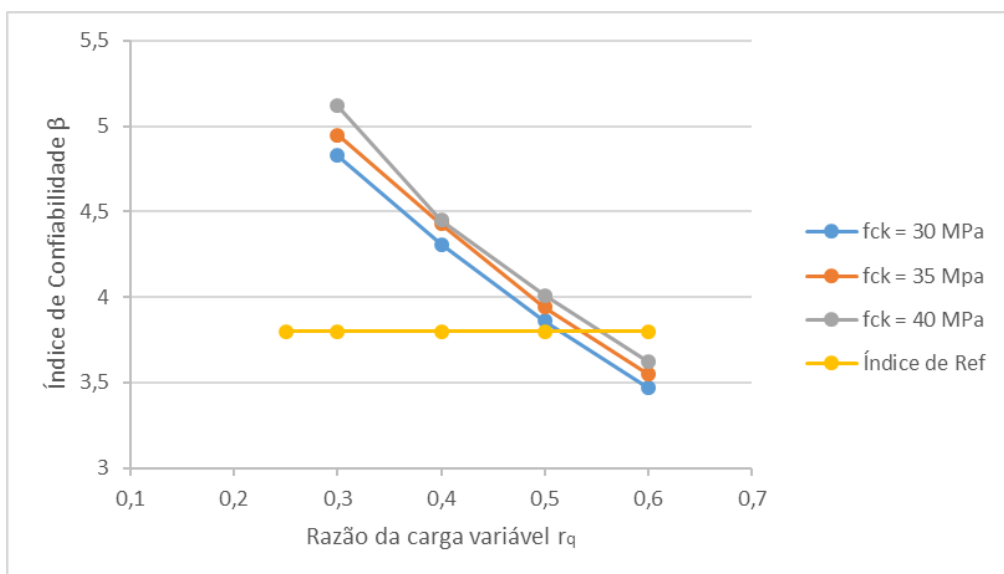
As Figuras 5 e 6 ilustram a variação dos índices de confiabilidade para diferentes valores de resistência característica à compressão do concreto e carga variável utilizando, respectivamente, os métodos FORM e Monte Carlo.

Figura 5 – Variação dos índices de confiabilidade (Método FORM).



Fonte: Autores.

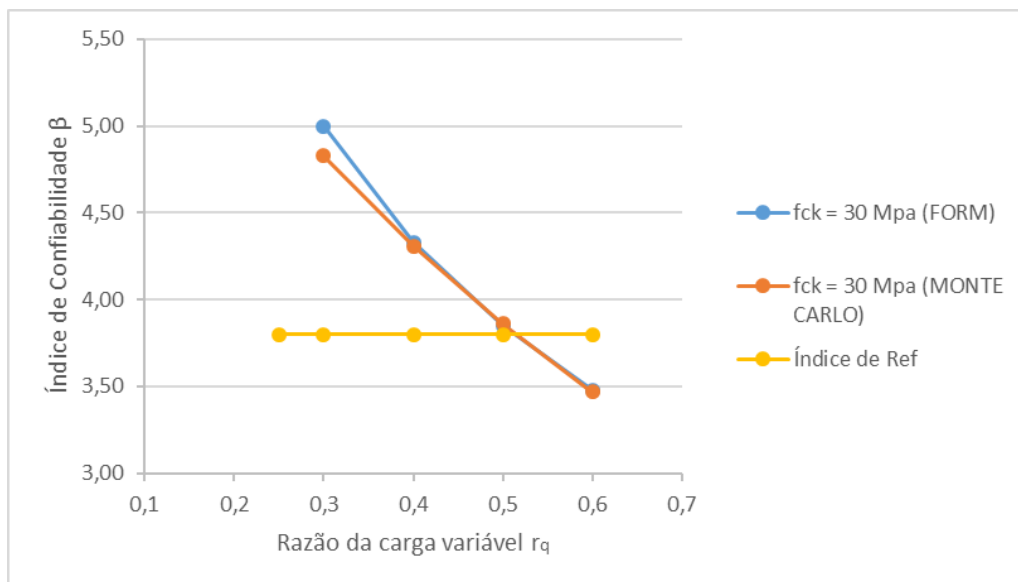
Figura 6 – Variação dos índices de confiabilidade (Método Monte Carlo).



Fonte: Autores.

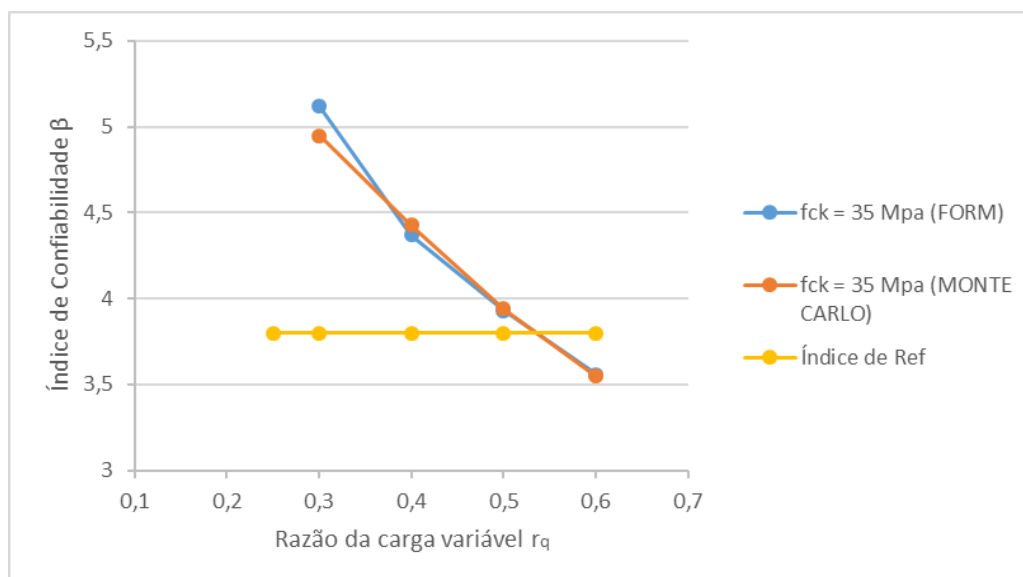
Realizando um estudo comparativo entre os métodos probabilísticos utilizados na análise, é possível perceber valores muito próximos de índice de confiabilidade. As Figuras 7, 8 e 9 ilustram a proximidade entre os índices obtidos nos métodos FORM e Monte Carlos, sobretudo para valores mais elevados de r_q e f_{ck} .

Figura 7 – Índice de confiabilidade FORM x Monte Carlo ($f_{ck}=30\text{Mpa}$).



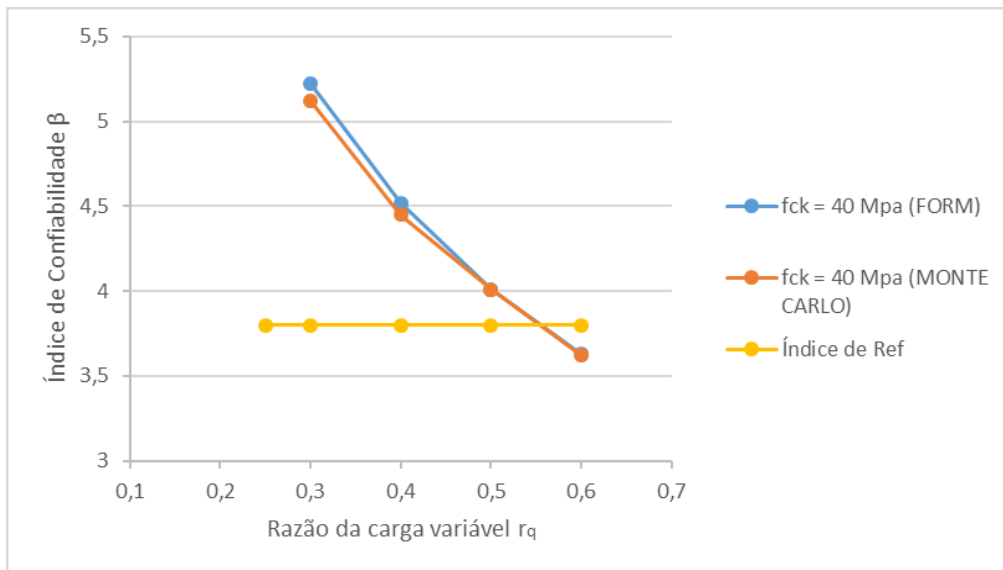
Fonte: Autores.

Figura 8 – Índice de confiabilidade FORM x Monte Carlo ($f_{ck}=35\text{Mpa}$).



Fonte: Autores.

Figura 9 – Índice de confiabilidade FORM x Monte Carlo (fck=40Mpa).



Fonte: Autores.

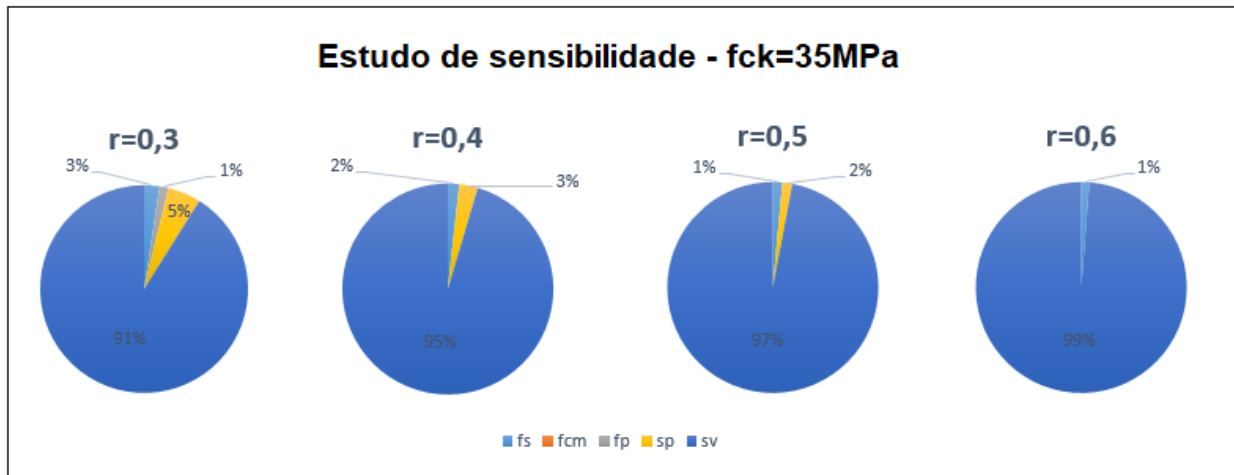
Posteriormente foi realizado um estudo de sensibilidade com o objetivo de ressaltar a importância relativa das variáveis aleatórias envolvidas na análise. As Figuras 10, 11 e 12 ilustram o estudo de sensibilidade para o modo de falha estudado, considerando a variação do valor da resistência à compressão do concreto e do coeficiente de variação da carga variável.

Figura 10 – Estudo de Sensibilidade (fck=30Mpa).



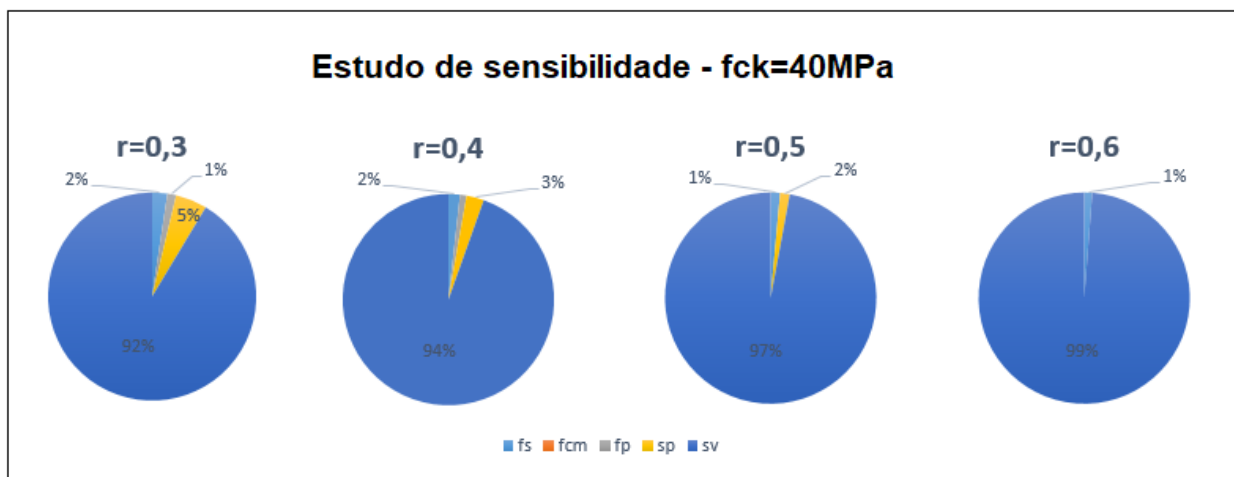
Fonte: Autores.

Figura 11 – Estudo de Sensibilidade (fck=35Mpa).



Fonte: Autores.

Figura 12 – Estudo de Sensibilidade (fck=40Mpa).



Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

Os valores obtidos para os índices de confiabilidade realçam que os critérios de avaliação de tensão em cabos não aderentes segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) são conservadores para relações entre carregamento variável e carga total r_q abaixo de 0,6. Observa-se, no entanto, um decréscimo no mesmo a partir da elevação de r_q em consequência do alto valor do coeficiente de variação da carga variável, que apresentam um fator de importância significativo em relação às demais variáveis aleatórias, com valores acima de 90%.

O aumento da resistência à compressão do concreto estabelece pouca contribuição

para o melhoramento da confiabilidade do sistema, observa-se que a variação máxima do índice de confiabilidade foi de aproximadamente 3%. O estudo de sensibilidade ratifica os resultados obtidos.

Outrossim, pode-se observar, a partir do estudo de sensibilidade, que as variáveis escoamento dos aços da armadura passiva e ativa apresentam baixos fatores de importância nas análises.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a realização da análise de confiabilidade alterando a quantidade de variáveis aleatórias. Desta forma, é possível verificar se o número de variáveis consideradas reflete no resultado do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha.

Referências

Agrawal, G., Bhattacharya, B. (2010). Partial Safety Factor Design of Rectangular Partially Prestressed Concrete Beams in Ultimate Flexural Limite State. *Journal of Structural Engeneering*, 37, 257-267.

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2014). *NBR6118: Projeto de Estrutura de Concreto – Procedimentos*. Rio de Janeiro.

Au, F. T. K., Du, J. S. (2004). Prediction of ultimate stress in unbonded prestressed tendons. *Magazine of Concrete Research*, 56 (1), 01-11.

Biondini, F., Bontempi, F., Frangopol, D. M., Malerba, P. G. (2004). Reliability of material and geometrically non-linear reinforced and prestressed concrete structures. *Computers & Structures*, 82.

Campos, M. O. C. (1999). *Análise do comportamento à flexão de vigas protendidas com cabos externos sintéticos*. [Tese (Doutorado em Engenharia Civil)]. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC.

Cheng, J., Caii, C. S., Xiao, R. (2007). Probabilistic response analysis of cracked prestressed concrete beams. *Advances in Structural Engineering*, 10 (1).

Du, G., Tao, X. (1985). Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams. *PCI Journal*, 30 (6), 72-91.

Eamon, C. D., Jensen, E. (2012). Reliability analysis of prestressed concrete beams exposed to fire. *Engineering Structures*, 43, 69-77.

European Committee for Standardization (CEN). EN 1990. (2001). Eurocode: Basis of Structural Design.

European Committee for Standardization (CEN). EN 1992 –1–1. (2001). Eurocode 2: Design of Concrete Structures.

Gimenes, M., Nogueira, C. G. (2018). Análise de confiabilidade de uma viga em concreto armado considerando estados limites de serviço e ultimos: estudo paramétrico para razões de carga e posição da linha neutra. *Anais do 60º Congresso Brasileiro do Concreto: Ibracon*.

Hanai, J. B. (2005). *Fundamentos de concreto protendido*. Departamento de Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

Hansofer, A. M., Lind, N. C. (1974). Exact and invariant second moment code format. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 100 (EM1), 111-121.

Joint Committee on Structural Safety. (2001). JCSS: Probabilistic Model Code.

Kelley, G. S. (2000). Prestress losses in post-tensioned structures. *PTI Technical Notes*, 10. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute.

Lopes, M. T. A. (2007). *Análise de confiabilidade de estruturas aplicada ao projeto de reforço à força cortante com compósitos de fibras de carbono de vigas em concreto armado*. [Tese (Doutorado em Engenharia Civil)]. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Machado, C. P. R., Souza, O. L. C, Campos, C. M. (2019). Métodos de cálculo da variação de tensão em cabos não aderentes em elementos de concreto protendido. *Anais do 61º Congresso Brasileiro do Concreto: Ibracon*.

Madsen, H. O., S. Krenk & N. C. Lind. (1986). *Methods of structural safety*. Prentice-Hall.

Melchers, R. E. (2002). *Structural reliability analysis and prediction*. New York, John Wiley & Sons.

Nona, S. J. S., Silva, M. C. A. (2018). Análise da segurança de pontes em concreto protendido. *Anais do 60º Congresso Brasileiro do Concreto: Ibracon*.

Oliveira, E. P. (2016). *Análise de confiabilidade de modelo de bielas e tirantes: vigas curtas de concreto armado*. [Tese (Doutorado em Engenharia Civil)]. Universidade Federal Fluminense.

Oliveira, E. P., Sánchez Filho, E. M., Souza, O. L. C. (2019). Calibração dos coeficientes parciais de segurança para vigas de concreto armado por meio da análise de confiabilidade. *RPEE, III* (10).

Pereira, A. S., Shitsuka, D. M., Parreira, F. J. & Shitsuka, R. (2018). Metodologia da pesquisa científica, Santa Maria: UAB/NTE/UFSM.

Santiago, W. C., Kroetz, H. M., Beck, A. T. (2018). Uma primeira tentativa de calibração baseada em confiabilidade das normas brasileiras usadas em projetos de estruturas de concreto. *Anais do 60º Congresso Brasileiro do Concreto: Ibracon*.

Souza, O. L. C. (2011). *Aplicação da teoria da confiabilidade às vigas de concreto armado reforçadas à torção com compósito de fibras de carbono*. [Tese (Doutorado em Engenharia Civil)]. Universidade Federal Fluminense.

Souza, O. L. C. (2016). The impact of the probability distribution function for the random variables compressive strength of concrete and yield stress of steel in the reliability analysis. *CILAMCE*. Brasília – DF.

Souza, O. L. C. (2014). Reliability analysis of RC beams strengthened for torsion with carbon fibre composites. *Structural Concrete*, 15 (1).

Tu, B. et al. (2017). Time-variant reliability analysis of widened deteriorating prestressed concrete bridges considering shrinkage and creep. *Engineering Structures*, 153.

Zanette, D. S. (2006). *Projeto de vigas de pequeno porte parcialmente protendidas com monocordoalhas engraxadas*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal de Santa Catarina.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Nathalia Guaglini da Silva – 40%

Oswaldo Luiz de Carvalho Souza – 30%

Claudia Maria de Oliveira – 30%