

Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro
Formative movement of teachers from the early years about fraction: the whole
Movimiento formativo de profesores de primera edad sobre fracción: el todo

Recebido: 09/10/2020 | Revisado: 09/10/2020 | Aceito: 11/10/2020 | Publicado: 12/10/2020

Aparecida Ferreira Lopes

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6691-8493>

Prefeituras Municipais de Vila Velha e Vitória, Estado do Espírito Santo, Brasil
cidalopeses@gmail.com

Sandra Aparecida Fraga da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0902-627X>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Brasil
E-mail: sandrafraga7@gmail.com

Resumo

Este artigo resulta de uma pesquisa de mestrado que analisou o movimento formativo de professores dos anos iniciais, sobre diferentes significados de frações e suas relações com o ensino em formação docente. Promoveu-se um espaço de formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas a partir de um curso de extensão, para investigar, discutir e explorar conhecimentos sobre o conceito de frações e seus diferentes significados e práticas pedagógicas e, onde foram produzidos os dados, por meio de filmagens, imagens, gravações audiovisuais, relatos escritos e gravados, fórum de discussões, narrativas e questionários inicial e final dando a esta pesquisa uma característica qualitativa. O objetivo deste artigo é investigar o processo formativo ao tratarem no coletivo a ideia de fração como parte-todo a partir da parte e, identificar cenas que indicaram apropriações desse conceito desses professores cursistas. O estudo está embasado nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e se aproxima do Materialismo Histórico Dialético como método de pesquisa e do movimento lógico histórico do conceito como base de aprendizagem e do trabalho de ensinar do professor. Investigamos o movimento formativo daquele coletivo sobre a composição do inteiro a partir da parte identificamos cenas que comprovaram que houve apropriação ou ampliação de conhecimento sobre as diferentes possibilidades de composição desse inteiro conhecida a parte. Concluímos que a fração parte-todo, mesmo sendo uma das

ideias citadas em estudos como a mais praticada e conhecida por professores, precisa ser abordada de distintas maneiras e necessita ser discutida em formação continuada.

Palavras-chave: Parte-todo; Formação continuada; Histórico-cultural.

Abstract

This article is the result of a master's research that analyzed the training movement of teachers in the early years, about different meanings of fractions and their relationship with teaching in teacher training. A space for teacher training in the early years of elementary school in public schools was promoted from an extension course, to investigate, discuss and explore knowledge about the concept of fractions and their different pedagogical meanings and practices, and where they were produced the data, through filming, images, audiovisual recordings, written and recorded reports, discussion forum, narratives and initial and final questionnaires giving this research a qualitative characteristic. The objective of this article is to investigate the formative process when treating the idea of fraction as part-whole in the collective starting from the part and, identifying scenes that indicated appropriations of this concept of these student teachers. The study is based on the assumptions of Historical-Cultural Theory and approaches Dialectical Historical Materialism as a research method and the historical logical movement of the concept as the basis for the teacher's learning and teaching work. We investigated the formation movement of that collective about the composition of the whole from the part, we identified scenes that proved that there was appropriation or expansion of knowledge about the different possibilities of composition of this whole known by the part. We conclude that the part-whole fraction, even though it is one of the ideas mentioned in studies as the most practiced and known by teachers, needs to be approached in different ways and needs to be discussed in continuing education.

Keywords: Part-whole; Continuing education; Historical-cultural.

Resumen

Este artículo es el resultado de una investigación de maestría que analizó el movimiento formativo del profesorado en los primeros años, sobre los diferentes significados de las fracciones y su relación con la docencia en la formación del profesorado. Se impulsó un espacio de formación docente en los primeros años de la escuela primaria en las escuelas públicas a partir de un curso de extensión, para investigar, discutir y explorar conocimientos sobre el concepto de fracciones y sus diferentes significados y prácticas pedagógicas, y dónde se produjeron los datos, a través de filmaciones, imágenes, grabaciones audiovisuales,

reportajes escritos y grabados, foro de discusión, narrativas y cuestionarios iniciales y finales otorgan a esta investigación una característica cualitativa. El objetivo de este artículo es indagar en el proceso formativo al tratar la idea de fracción como parte-todo en el colectivo a partir de la parte e, identificando escenas que indicaron apropiaciones de este concepto de estos estudiantes de docente. El estudio parte de los supuestos de la Teoría Histórico-Cultural y aborda el Materialismo Histórico Dialéctico como método de investigación y el movimiento lógico histórico del concepto como base para el aprendizaje y la labor docente del docente. Investigamos el movimiento de formación de ese colectivo sobre la composición del todo a partir de la parte, identificamos escenas que demostraban que hubo apropiación o expansión del conocimiento sobre las distintas posibilidades de composición de ese todo conocido por la parte. Concluimos que la fracción parte-todo, aunque es una de las ideas mencionadas en los estudios como la más practicada y conocida por los docentes, necesita ser abordada de diferentes formas y debe ser discutida en la educación continua.

Palabras clave: Parte-todo; Educación continua; Histórico-cultural.

1. Introdução

Este artigo resulta da pesquisa de mestrado intitulada “Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre diferentes significados de frações e suas relações com o ensino” (Lopes, 2017) que buscou analisar o movimento formativo de professores dos anos iniciais, na perspectiva Histórico-cultural, sobre diferentes significados de frações e suas relações com o ensino em formação docente. O trabalho de docente dos anos iniciais é composto de enredamento, dificuldade, quando analisamos a demanda a que esses docentes estão comprometidos em diferentes áreas do conhecimento ao desenvolverem ações de ensino. Verificamos em um questionário a necessidade de aprofundamento em conteúdos matemáticos, um deles se refere aos números racionais na representação d e frações. Em vários estudos as frações como representação fracionária do conjunto dos números racionais, são citadas como um conteúdo difícil de ensinar e de aprender. O problema pesquisado foi será que o professor conhece essa ação do pensamento e esse grau de abstração para o ensino e aprendizagem de frações? Essa pergunta implica a formação docente que é um dos focos de ação que realizamos. Investigando sobre o tema, percebemos que a produção acadêmica apresentada nos principais eventos promovidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática(SBEM), o Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM) e o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) têm demonstrado que

ainda há certa distância em relação às principais questões que tratam do tema formação. Nesse sentido, organizamos a pesquisa com o objetivo exposto e planejamos um curso de extensão intitulado “(Re)descobrimos frações e seus significados” e, faz parte de uma das ações do programa de extensão - *Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática*, do Instituto Federal do Espírito Santo e, de um projeto de pesquisa da segunda autora (bolsista pesquisador capixaba) aprovado pela Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo – FAPES e faz parte das ações do Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas em Matemática - Grupem. Como o curso de extensão está relacionado com pesquisas de mestrado, deixamos claro desde o edital de chamada que quem participasse também estaria aceitando participar dessas pesquisas voluntariamente.

A ação formativa foi realizada de setembro a dezembro do ano de 2016. Este espaço de formação foi composto por vinte e uma professoras e um professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas para estudar, investigar, discutir e explorar conhecimentos sobre o conceito de frações e seus diferentes significados e práticas pedagógicas. Foi aberto um edital público que possibilitou a seleção desses professores que estavam em sala de aula como regentes. O curso foi orientado nas modalidades semipresencial distribuído em sete encontros presenciais e, tarefas virtuais por meio da plataforma Moodle com estudos programados, planejados e intercalados com os encontros. O objetivo deste artigo é investigar o processo formativo dos professores cursistas ao tratarem no coletivo a ideia de fração como parte-todo a partir da parte e, identificar cenas que indicaram apropriações desse conceito por professores cursistas.

Dividimos nosso artigo em tópicos: Introdução; Metodologia (apresentando nossos pensamentos e trajetória.); um pouco sobre estudo de frações, fundamentação teórica; Discussão (descrevemos nossas análises que foram divididas em unidades de análises, essas compostas de episódios e cenas .e Algumas dessas cenas serão tratadas aqui); Considerações finais e Referências.

2. Metodologia

A pesquisa é de abordagem qualitativa quando investiga o movimento do mundo dos significados das ações e relações humanas. Utilizamos aproximações do método do Materialismo Histórico-dialético para definir o nosso caminho e, também porque é o método que mais se aproximou da Teoria Histórico-Cultural nossa base teórica. Para Moura e Araújo (2008, p. 75) “assumir um posicionamento teórico metodológico em uma pesquisa significa

definir o lugar a partir do qual apresentamos nossos pensamentos”, ou seja, assumimos uma posição teórica, pois somos humanos subjetivos ou seja, pensamos de maneiras diversas e podemos mudar esses pensamentos a qualquer momento desde que nos apropriemos de novos elementos que nos faça ampliar ou mudar nosso pensamento, ou passemos a entender de uma outra maneira e, essa posição vai ao encontro do que acreditamos, do ambiente cultural que fazemos parte, dos valores políticos, sociais, profissional e cultural que nos transformam humanamente. Planejamos um curso que foi aprovado como ação de extensão. Ele foi executado de forma semipresencial. O objetivo geral deste curso foi promover um espaço de formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas, para investigar, discutir/ explorar práticas pedagógicas, identificar conhecimentos sobre o conceito de frações e seus diferentes significados. Também esteve vinculado a outras pesquisas de mestrado que foram planejadas e desenvolvidas para e com o mesmo grupo de professores, porém, com outros olhares para os dados produzidos. A seleção dos participantes do curso foi realizada por edital público, respeitando os critérios de publicidade e transparência da instituição a que esteve ligado. O processo seletivo foi realizado por meio de inscrição em formulário eletrônico, após a ampla divulgação na página desta instituição pública e em redes sociais (*facebook*). Os dados produzidos foram filmagens, imagens captadas por celular, câmeras fotográficas, gravações audiovisuais, relatos escritos e gravados, fórum de discussões, narrativas e questionários inicial e final. Foram 22 cursistas com 152 inscrições. Encontros presenciais e pela plataforma moodle. O Curso teve certificação de 80 horas a partir da participação mínima de 75% do total de horas e cumprimento das tarefas propostas e, teve indicação para ser encaminhado ao Comitê de ética na pesquisa com seres humanos - CEP. Foi encaminhado e aprovado.

Defendemos que o pesquisador faz parte e está inserido no processo formativo se constituindo também em sua formação profissional e pessoal, pois também se transforma. Pesquisamos com o professor e não sobre o professor, porque estamos todos no movimento dialético da pesquisa, trabalhando a partir da coletividade que nos une que é nossa função principal que é ensinar. Durante todo o processo formativo estivemos juntos com o professor e as professoras instigando, provocando com questões emergentes, mediando, respondendo com outras perguntas que os colocavam em busca de resoluções ou outros caminhos como resolução mas sempre em situações relacionadas diretamente com a formação daqueles sujeitos e o que os reuniu em busca de aprofundamentos sobre o que já conheciam e conhecíamos sobre frações, porque nós pesquisadores também nos reunimos em busca de novas descobertas e aprofundamentos do que já conhecíamos. Nós fizemos parte do

movimento de pesquisa, de produção de dados e estudo dos conceitos, de análises e debates coletivos. Nos colocamos no meio como mediadores, intervimos em situações relacionadas diretamente com a formação daqueles sujeitos, pois o que nos reuniu naquele ambiente, a necessidade comum, foi a busca de ampliação de conhecimento do que já conheciam sobre frações. De acordo com a teoria histórico cultural, o trabalho humano coletivo, descobre ou faz surgir necessidades coletivas e, que é no coletivo que se busca atendê-las. Conhecer os principais significados que a fração representa ao se iniciar o ensino desse conceito e, não somente, mas, conhecer o movimento lógico histórico do conceito de números racionais em sua representação fracionária, ou seja o caminho traçado pela humanidade até onde e como está hoje pode fazer diferença na prática do ensino e da aprendizagem.

2.1 Um pouco da organização dos números racionais em documentos oficiais

Trouxemos para contexto como está a organização curricular em documentos oficiais sobre o ensino de frações. Verificamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática destacam que “Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número [...]” (Brasil, 1998, p.100).

Os documentos oficiais, que propõem diretrizes para o sistema escolar de ensino na Educação Básica no Brasil, colocam em evidência alguns aspectos conceituais de frações. Os PCN (Brasil, 1997, p.63) “incluem os conteúdos de frações para o Ensino Fundamental no âmbito dos Números Racionais.” Os PCN documentos atribuem importância às frações enquanto número racional e colocam em evidência o seu ensino desde os anos iniciais do Ensino Fundamental conforme trouxemos no Quadro 1.

Conforme orientações dos PCN, nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental devem ser apresentadas aos alunos situações-problemas que não são solucionadas com o uso dos números naturais, possibilitando, assim, uma aproximação da noção de número racional, a compreensão de alguns de seus significados e de suas representações, fracionária e decimal. (Brasil, 2001, p.83)

Quadro 1. Distribuição da representação fracionária dos Números Racionais nos anos iniciais.

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento	Habilidades
<i>Números</i> 3º Ano	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.
<i>Números</i> 4º Ano	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$).	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro	(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.
<i>Números</i> 5º Ano	Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica.	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica	(EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionárias e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
	Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Elaborado pela autora Aparecida Ferreira Lopes (Brasil,2019 pp.288-294).

O Quadro 1 mostra a organização do conceito de números racionais em sua representação fracionária nos anos iniciais a partir do 3º ano. Trouxemos nele a unidade temática Números onde está inserido o conjunto dos números Racionais e sua representação fracionária. O Quadro 1 está dividido em três colunas onde a primeira é referente a unidades temáticas. A segunda aos objetos do conhecimento e a última às habilidades. Os objetos de conhecimento dispostos no Quadro 1 são referidos como representação fracionária dos números racionais ou simplesmente como números racionais, ao observarem o quadro, as habilidades sugerem objetivos de aprendizagem a serem trabalhados a partir dos objetos de conhecimentos. Parece uma distribuição para tornar mais didático tanto para quem ensina quanto para quem é ensinado.

A partir do 3º ano do Ensino Fundamental no que diz respeito aos números racionais na sua representação fracionária¹. Ela traz algumas mudanças de nomenclaturas. Na abordagem anterior à Matemática estava dividida em 4 eixos. Nessa nova abordagem eles são relatados como Unidades Temáticas e, são cinco. O eixo números e Operações foi dividido em duas unidades temáticas: Números e Álgebra. Esse quadro é apresentado como recorte das ações preconizadas para os docentes dos anos iniciais que ensinam matemática em suas práticas ou, tentam fazê-la diante das dificuldades que encontram no ensino dessas

¹ Esclarecemos que entendemos a fração como uma representação de números racionais, e, o termo frações é usado para facilitar a comunicação entre os sujeitos da pesquisa, professores que ensinam matemática para os anos iniciais, e também porque abordamos somente esse tipo de representação dos números racionais.

habilidades referentes a representação fracionária dos números racionais. Percebemos associações de representações fracionárias como metade, terça, quarta, quinta e décima parte, representação decimal e relação com o sistema monetário brasileiro, mas, nada que sugira as ideias de frações e o seu movimento lógico-histórico do conceito.

2.2 Formações de professores e a ideia de frações como parte-todo

O interesse pelo estudo de frações pode ter surgido segundo Lopes (2008) de afirmações que dizem que o ensino delas requer dos professores um cuidado especial, pois se trata de um assunto que abrange diferentes significados e que não possuem definições predefinidas, podendo ter vários significados para uma mesma situação problema”. As orientações dos documentos oficiais também podem justificar esse interesse como já relatamos anteriormente sobre essa organização a partir dos anos iniciais.

Os alunos sentem dificuldades em construir o conceito de frações de acordo com Santos (1993) e, de acordo com Silva et al (2000, p.26) “essas dificuldades não estão relacionadas apenas aos alunos, mas, também ao ensino.”

Para Groff, citado por Onuchic e Botta (1997)

Há muitas dificuldades na aprendizagem das frações e muitas falhas no seu trabalho, e garante que as operações com números fracionários são difíceis para estudantes do mundo inteiro. Ainda afirma que é preciso que professores e educadores reconheçam as dificuldades dos alunos. Daí a necessidade de se aprofundar os estudos sobre esse assunto. (p.27).

De acordo com Castro (2009, p.27), “os alunos não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A ideia que eles têm é a de um par de números naturais.”

Segundo (Bezerra, 2001; Campos, 2011; Nunes, 2003; & Silva, 1997), afirmam em suas pesquisas que existem dificuldades em relação ao conceito de fração, tanto do ponto de vista do seu ensino como em relação a sua aprendizagem. “O conteúdo de frações têm sido um dos mais difíceis do ensino fundamental. Avaliações e pesquisas atestam baixo rendimento dos alunos no assunto.” (Bertoni, 2009, p.16). E a forma como ela é normalmente apresentada e explorada com os estudantes, são por meio de exemplos de pizzas, chocolates, e até elementos desconhecidos do seu convívio social. Textos didáticos que se limitam a representações geométricas por círculos e retângulos quando associam a escrita de fração aos desenhos, sem qualquer contexto de significados contribuindo para confirmar o estudo

apontado por Nunes e Bryant (1997). Percebemos em estudos feitos que essas representações geométricas são quase sempre desenhos simétricos, como por exemplo retângulos, triângulos e círculos. Porém, notamos que essas ações que limitam o estudo das frações contribuem para o não entendimento dos conceitos, segundo Nunes e Bryant (1997)

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (Nunes & Bryant, 1997, p.191).

Em relação as abordagens de frações os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's (Brasil, 1997) relatam que a prática mais usual é a utilização do significado parte-todo, indicando, neste caso, a relação entre o número de partes e o total de partes de um todo. Descreve também o significado Quociente que está baseado na divisão ($a : b = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$). Para o aluno, essa situação se diferencia da interpretação anterior (parte-todo), pois dividir “um chocolate em 3 partes e comer duas dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para três pessoas” (Brasil, 1997, p. 103). Verificamos que em relação ao ensino de frações, as pesquisas de Nunes e Bryant (1997), Campos, Magina e Nunes (2006), Campos e Magina (2008), Magina e Malaspina (2013), Proença (2015) e Ribeiro e Rêgo (2017), mostram que há uma ênfase exagerada no ensino de procedimentos e algoritmos e também no ensino do significado de fração como parte-todo sendo que os demais significados não são explorados em sala de aula pelos professores. Alguns livros didáticos parecem contribuir para isso, visto que na abordagem deste conteúdo a ênfase maior é dada ao significado de fração como parte-todo. Em pesquisa realizada por Souza (2013) sobre como o estudo de frações é apresentado em livros didáticos, encontramos que o “[...]ensino de números racionais, na sua representação fracionária, ainda encontra-se bastante deficiente tendo como forma de apresentação estratégias de cálculo visto que o estudo deste conteúdo proporciona variadas aplicações cotidianas favorecendo a contextualização do ensino de Matemática.” (Souza, 2013, p.9)

As indicações didáticas direcionam à variados significados de frações em resolução de problemas. Porém, a prática mais usual chegando a saturações, é a ideia de fração como parte-todo. E ainda se torna mais crítico pois nessas práticas são explorados os tradicionais

exercícios onde são feitas as divisões em partes iguais relacionando o número de partes a que foi dividida ao denominador e, o número de partes consideradas como sendo o numerador.

[...] Desse aspecto pedagógico, de um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica (Silva, 2007, p. 295).

O ensino de maneira mecânica com algumas estratégias de cálculo, com algumas regras pode levar a pensar que o estudante aprendeu sobre frações. Ao ensinar precisa ser pensado no processo de construção das frações, que os números naturais não davam conta da necessidade social e, para resolver problemas do dia a dia de um coletivo, foi preciso uma nova representação numérica, as frações. Esse estudo pode ser visto com mais detalhes na pesquisa de Lopes (2017).

2.3 Parte-todo em conjuntos contínuos e/ou discretos

Usa-se frequentemente em ensino esse significado de fração como parte de um todo em representações de conjuntos contínuos sem discutir ou conhecer a característica dele. Não revelar o conjunto em que está inserido essa ou aquela fração (contínuos ou discretos), torna-se uma nova discussão com debates divergentes e, nem se considera a realidade quando falamos de distribuição em partes iguais. Por exemplo, em uma sala de aula dividir um pacote pequeno de biscoitos para uma turma com 25 a 35 crianças, seria possível, mas, não teria significado para aquela criança que receberia um pedaço insignificante de biscoito. Com isso não é dado a oportunidade de os sujeitos vivenciarem situações com outros resultados. Neste caso, parece que as grandezas de natureza discretas são aquelas que só podem variar por unidades inteiras. Por que não pensar e discutir para resultados diferentes de números inteiros? Silva (1997) diz que a passagem do discreto para o contínuo, entendemos que se trata do momento em que o resultado das divisões não são números inteiros, e, é o momento que se dá a grande dificuldade ao se trabalhar com o assunto frações, por estar diante de “números quebrados” nas situações problemas e entender que a origem do conceito de frações se deu na relação parte/ todo no contínuo. Embora o conceito de fração seja único, ele assume aspectos diferentes quando aplicados a *todos* contínuos ou a *todos* discretos. No que se refere ao significado parte-todo, Llinares e Sánchez (1988) apontam que se trata de uma relação quando um todo, contínuo ou discreto, é dividido em partes iguais, isto é, equivalentes como

quantidade de superfície (todo contínuo) ou quantidade de objetos (todo discreto) e considera-se uma ou algumas dessas partes. E ao falarmos de fração como divisão precisamos atentar-nos para a realidade em conjuntos contínuos ou conjuntos discretos.

A quantidade pode ser discreta ou contínua. Quando conseguimos quantificar um determinado objeto realizando contagem com números naturais, por exemplo, contar quantos tomates estão em uma determinada cesta, estamos falando de uma quantidade discreta. Mas quando estes tomates se tornam, por exemplo, uma polpa ou extrato, inviabilizando a sua contagem em unidades, para expressá-lo numericamente, mas podemos, por exemplo, definir o seu volume ou peso. (Torezani, 2020, p.6)

Percebemos que os conjuntos contínuos e discretos estão bem relacionados no conjunto dos números reais, porém tudo depende do contexto em que se encontra. Segundo Cunha (2008, p.33) para o entendimento de quantidade se faz necessária uma revisão da noção da qualidade sob o aspecto discreto e ou contínuo e da relação entre esses dois eles” isso porque “a mesma grandeza pode ser estudada sob os dois aspectos: sob o aspecto contínuo ou aspecto discreto”. É importante lembrarmos que esses estudos foram com e para professores.

Priorizamos falar a partir da parte para composição do inteiro porque apesar dos estudos mostrarem que parte todo é a ideia mais utilizada pelos professores, nos parece que o contrário não é prática de ensino. Qual a imagem que aqueles professores cursistas tinham de inteiro? Do todo? Algo simétrico. Com eixo de simetria. Que poderia ser geometricamente repartido ao meio e ter suas partes sobrepostas. Anunciada então, a metodologia com os instrumentos e procedimentos utilizados até o presente momento da investigação, iniciaremos no próximo título e análise de parte dos dados produzidos no episódio “O estudo do significado Parte-todo” onde falamos sobre movimentos de professores cursistas quando discutiam a ideia de fração parte-todo a partir da parte. Nesta ação formativa foi proposto que a partir de uma parte, fosse mostrado o inteiro. Expusemos cenas que indicaram indícios de apropriações desse conceito.

As análises apoiam-se na realidade investigada, nos dados produzidos, nos relatos de experiências, em áudios, gravações, imagens, o referencial teórico, o aspecto da coletividade da tarefa desencadeadora de aprendizagem, que embasaram a pesquisa procurando estabelecer uma compreensão dos dados produzidos. A seguir, apresenta-se a fundamentação teórica da pesquisa.

2.4 Bases da nossa investigação

Os impulsos aos nossos estudos e discussões sobre a formação de professores e o ensinar e aprender com base nos pressupostos da Teoria Histórico-cultural tiveram como base Vigotski² (2009). A coletividade foi um marco importante e marcante nestes estudos e, na relação que se fez com a formação de professores e nesse, Moura (2000) deu-nos a direção. Quando olhamos o desenvolvimento do sujeito, a apropriação do conhecimento teórico para Vigotski (2009), é considerado no processo educativo como objetivo essencial. Segundo ele o sujeito ao se relacionar com o outro é que se apropria desse conhecimento presente na relação, na interação. É no movimento de fora para dentro que ele acontece. Primeiro ele se relaciona com esse conceito na interação com o outro, no convívio social para depois de transformá-lo e torná-lo seu.

Percebemos que ao desenvolver ações coletivas o sujeito se abre a discussões, debates sobre as suas práticas e a qualidade dessas ações depende da sua finalidade, do contexto em que são realizadas, dos vários elementos que constituem a comunidade escolar e suas interdependências. Moura (2002) diz que a coletividade tem histórias que se misturam a histórias dos indivíduos, das escolas e do grupo. Ações coletivas são necessárias para resolução de problemas coletivos, o homem não transforma a si próprio com ações individuais. A nossa pesquisa se aproximou do método Materialismo Histórico Dialético-MHD. Nele Cedro e Nascimento (2017, p. 26-27) apontam que “analisamos o fenômeno, é histórico por se tratar de uma produção humana; e é dialético porque possui contradições que permitem modificá-lo”. Desta maneira, esse modo de pesquisa “reflete um estreito relacionamento com os sujeitos envolvidos. Pesquisamos com o professor e não sobre o professor, porque estamos todos no movimento dialético da pesquisa, trabalhando no coletivo que nos une, na nossa função principal que é ensinar.” (Lopes, 17, p. 74). É neste coletivo com diferentes sujeitos que acontece os debates, a interação. “É a diferença que motiva a interação, que dá a esta o sentido que me parece mais próprio.” (Lins, 2008, p.531). E mais

No compartilhamento da diferença está eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que posso dizer “eu acho que entendo como você está pensando” que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, “pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando” (Lins, 2008, p.543).

² Apesar de sabermos que existem várias formas de escrever o nome de Vigotski, utilizamos esta forma que está de acordo com nossos teóricos e com a tradução que utilizamos.

E a forma como eu penso, o outro pensa é que pode transformar a maneira de ambos pensarem, aqui ambos no sentido de coletivo. E nessa dialética segundo Moretti, Martins e Souza (2017, p. 29)

como método de investigação a dialética implica na análise de uma realidade objetiva por meio de seus aspectos contraditórios no conjunto do seu movimento e na busca de fazer aparecer a essência do objeto”. Isso acontece em um grande movimento, onde tudo se transforma. Essa mudança se dá quando compreendemos que estamos inseridos num constante movimento, no qual tudo se transforma.” (Moretti, Martins & Souza, 2017, p. 29).

Tudo que nos parece estranho, que não faz parte da nossa cultura, que é contraditório a nossa forma de pensar, que nos coloca em situação de busca , de investigação, de dúvida e que nos faz tentar entender o que o outro diz e/ou tentamos convencer o outro do que pensamos até chegarmos em um consenso ou àquilo que está escondido , que buscamos encontrar ou entender.

Em Lopes (2017, p. 74) “defendemos que o pesquisador faz parte e está inserido no processo formativo se constituindo também em sua formação profissional e pessoal, pois também se transforma.” Afirma também que “[...] utilizar este método na formação de professores sustenta a análise do processo de transformação da consciência do professor em relação ao seu trabalho, sua atividade pedagógica, pois ao agir, o professor transforma outros sujeitos e a si mesmo.” Lopes (2017, p. 74).

E ao transformar, modificar, instigar pensamentos que vão em buscas de objetivos pensados, ou verificar efetivações de mudanças faz parte do trabalho do professor. É o professor planejando atividade para atender necessidade coletiva que pode ser a aprendizagem. E Leontiev (1978) escreve que a estrutura de uma atividade é composta por necessidade, motivo, ação, operação e objeto. Sobre a necessidade, o autor se refere como sendo,

Para Leontiev (1978) a necessidade se faz a primeira condição para que haja atividade, porém, ela por si só não se constitui atividade, para que isso ocorra é preciso que haja o objeto. Isso pressupõe então a existência de necessidades, motivos, ações, operações e objeto. Estes estudos mostram o nosso modo de organização de acordo com os nossos pressupostos teóricos da nossa pesquisa pois entendemos também que é no encontro, é no sentar com o outro, é na relação e interação, nas discussões, na escuta do outro que nos humanizamos. Neste processo de formação de professores entendemos que a THC nos fundamentou no entendimento dessa transformação humana e nas relações desse novo com o ensino. Falar da

formação de professores na Teoria Histórico social é acreditar que o meio nos transforma enquanto transformamos o meio. É entender a organização de um planejamento intencional onde podemos discutir o ensino do conceito e a sua relação com a atividade pedagógica de forma coletiva e ouvir, ser ouvido e sistematizar as discussões. Também entendemos que o movimento lógico histórico do conceito é uma ação da THC pois faz parte do processo de humanização. De valorização humana e condição humana. Como caminhou a humanidade para chegar onde estamos e porque precisou caminhar?

Priorizamos falar a partir da parte para composição do inteiro porque apesar dos estudos mostrarem que parte todo é a ideia mais utilizada pelos professores, nos parece que o contrário não é prática de ensino. Qual a imagem que aqueles professores cursistas tinham de inteiro? Do todo? Algo simétrico. Com eixo de simetria. Que poderia ser geometricamente repartido ao meio e ter suas partes sobrepostas. Anunciada então, a metodologia com os instrumentos e procedimentos utilizados até o presente momento da investigação, iniciaremos no próximo título e análise de parte dos dados produzidos no episódio “O estudo do significado Parte-todo” onde falamos sobre movimentos de professores cursistas quando discutiam a ideia de fração parte-todo a partir da parte. Nesta ação formativa foi proposto que a partir de uma parte, fosse mostrado o inteiro. Expusemos cenas que indicaram indícios de apropriações desse conceito.

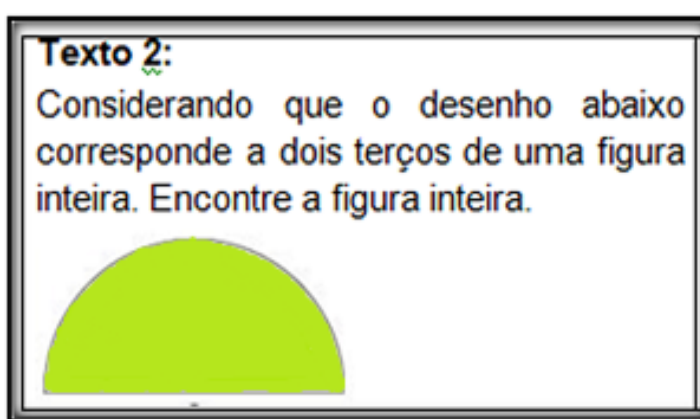
3. Análise dos Dados e Discussão dos Resultados

A análise dos dados foi disposta em Unidades de análise que foram divididas em episódios e esses em cenas. Neste artigo, vamos interpretar por meio das ações expostas e discutidas a unidade de análise: Discussão sobre as diferentes ideias de frações no episódio Movimento sobre apropriações do conceito estudo do significado parte-todo. E a cena: “Diferentes maneiras de construção do todo dado uma parte”. Porém, para que fique claro ao leitor retomamos alguns tópicos anteriores a essa cena para melhor compreensão do processo. Com base em estudos relatados nesta pesquisa e em outras que destacam que a ideia parte-todo é a mais ensinada pelos professores, queríamos abordar como os professores do curso trabalhavam com essa ideia. Então, apresentando esse meio círculo dizendo representar $\frac{3}{3}$ de uma figura e como eles desenhariam a figura inteira?

Neste artigo vamos discutir, em razão das observações e diálogos nesse coletivo, o que mostraram esses professores sobre a construção do inteiro a partir da tarefa que lhes foram proposta e, o instrumento utilizado para discutir essa construção do todo a partir da

parte, significado parte-todo, foi um quarto de uma figura, a Figura 1. Assim, organizamos nossas ações já com intencionalidade de trabalhar em um dos encontros com a ideia da representação fracionária parte-todo, porém conhecido a parte e, verificamos que para aqueles professores a identificação da ideia parte-todo se dá a partir da representação geométrica, com parte-todo na contagem dupla: O número de partes em relação ao todo. Após esta constatação, planejamos tarefas de formação abordando o conceito de fração como parte todo em quantidades contínuas e discretas. Também trabalhamos a ideia de fração investigando parte-parte ou todo-parte.

Figura 1. Qual é o Todo?



Fonte: Santos (1997, v.1, p. 224).

Para que o leitor aproveite melhor o texto, faremos um resumo das nossas ações em encontros do curso que nos trouxe até chegarmos nesta discussão. No primeiro encontro do curso de extensão, fizemos um levantamento sobre o reconhecimento e e/ou identificação dos cursistas, dessas ideias de frações a partir de várias tarefas. Só queríamos ouvir daqueles cursistas o que conheciam sobre os diferentes significados de frações. A tarefa que deu início a nossa discussão, Figura 1, estava já nesse primeiro encontro, no entanto, não tínhamos naquele a intencionalidade de tratarmos sobre os significados de frações, e sim, que houvesse por parte dos cursistas identificação da ideia da fração inserida naquele texto.

No entanto, em novo encontro essa tarefa volta à discussão já com a intenção de que fosse identificado o inteiro considerando que ali estava impresso parte desse inteiro. Vivenciamos essa proposição de situação como desencadeadora de muitas discussões sobre maneiras diversas de pensar do grupo, de pensamentos divergentes que geraram debates e acomodação para uma mesma direção depois de muitas mediações e associações realizadas com outras situações. A discussão se dava pela estranheza de terem que encontrar o inteiro a partir de dois terços da figura. Como ela seria inteira se ao colocar mais uma parte, ela seria

outra imagem que parecia estar faltando um pedaço de acordo com suas práticas e vivências? Ou ainda, para ficar inteira não precisaria de outra parte igual à que estava sendo apresentada? Os pensamentos daqueles professores se confundiam com aquilo que sabiam e exercitavam. O inteiro ali seria um círculo. Mas, para ter um círculo precisariam de outros dois terços. Porém dois terços mais dois terços não seria um inteiro. ($\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$) ou seja, ($\frac{3}{3} + \frac{1}{3}$). Isso representa um inteiro mais um terço desse inteiro. Muito estranho. O que fazer? Como resolver isso? Muitos debates, sugestões e mediações. As respostas apresentadas por unanimidade se tratavam de círculos.

Apresentamos a seguir a Figura 2 “A rosquinha exemplo de inteiro” que foi, vamos dizer, um grande exemplo que surgiu no movimento da discussão para alguns dos participantes. Observem que estamos nos referindo a alguns.

Figura 2. A rosquinha exemplo de inteiro.



Fonte: Elaborado por Lopes (2017).

Mas percebemos que deu muito mais discussões e debates além da nossa intencionalidade ao planejarmos. De repente a professora pesquisadora D fez a seguinte pergunta: “então uma rosquinha não está inteira porque ela tem um buraco no meio?” Figura 2. A pergunta não estava no nosso planejamento. Mas a mesa do lanche sim e, elas estavam sobre essa mesa para serem saboreadas e como foram! Foi como uma luz que apareceu iluminando o entendimento de algo que estava inteiro, mas possuía um buraco no meio. Foi como se todos tivessem tomado um choque. Isso fez com que parassem e refletissem sobre a questão e, parece que para muitos foi um exemplo adequado na compreensão que o todo não precisa ser redondinho e completinho para ser considerado inteiro. Assim, de acordo com a atividade de Leontiev (1978), esse conceito pareceu-nos “fruto de uma necessidade coletiva que para ser realizada, foi planejada de forma intencional com foco em objetivos.

O Quadro 2 nos apresenta a cena 1 que trata de um pouco das inquietações desses sujeitos da pesquisa e que pareceu-nos que algo ainda não estava bom pra todos os participantes. Eles colocam as suas impressões das dificuldades, dos sentimentos, da surpresa em ter adquirido aquele conhecimento que foi expresso e a inconformidade de quem ainda não aceitava.

Quadro 2. Cena 1-Parte dos diálogos e interações feitas quando discutiam sobre qual o inteiro?

Prof . : Esse desenho, deu dor de cabeça. (se referindo aos 2/3 da figura)

Mestranda R: Mas o todo não tem que ser certinho, fechadinho, ‘inteirinho’?

(Muito burburinho, até alguém dizer)

Prof. Linda.: **Eu compreendi, quase quinze anos lecionando que uma rosca com furo no meio é inteira. Ela continua sendo inteira, mas até agorinha mesmo eu achava que ela estava faltando uma parte.**

Mestranda F.: Então eu vou te contar um segredo: Até a gente começar o curso eu também achava isso. Eu só fui descobrir isso quando eu estava planejando com as meninas (se referindo às outras mestrandas) [...]

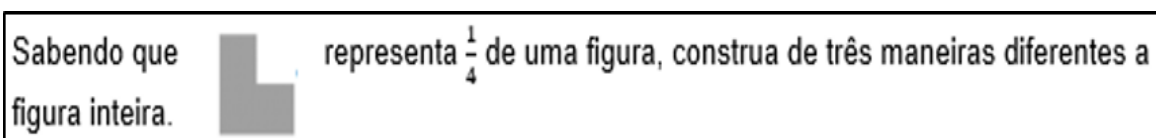
Professora Alê: - **Não! isso não pode ser um inteiro, eu não aceito!**

Fonte adaptada: Lopes (2017, p. 126).

Observamos o Quadro 2 e o que disse a professora linda a respeito do tempo que levou para saber dessa ideia de fração, quinze anos, e daí talvez acreditar que ela usava em sua prática o que sabia sobre o inteiro, que para representá-lo precisaria ser bonitinho, fechadinho. Uma das mestrandas, que também estava pesquisando naquele curso de extensão e que tinha o seu foco para os recursos utilizados que trataríamos sobre as diferentes ideias de frações, também disse que foi aprender isso no planejamento daquele encontro. E a professora cursista Alê não aceitava, nas palavras dela, a situação do inteiro ser àquele discutido e apresentado. Era diferente da sua concepção. A rosquinha foi um recurso utilizado no primeiro encontro para mostrar aos cursistas que o inteiro não tem que ser uma figura fechadinha, completa. Não ser um círculo. O que causava estranheza é que lembra uma coroa circular. Um círculo com buraco no meio não estava completo, não estava inteiro no julgamento deles. Ela surgiu novamente na discussão por conta da busca do inteiro na figura que representava os 2/3 de um inteiro. Também não podemos esquecer que estamos tratando da ideia de fração como parte

toda: a mais praticada de acordo com os estudos feitos e alguns apontados. Como apresentar tanta dúvida por um conceito tão praticado? E colocar suas experiências em discussão nos pareceu uma ótima oportunidade para entendermos como sairiam daquela tarefa desencadeadora. E aquelas ações geraram pensamentos, debates que desencadearam novas buscas coletivas e instrumentos para chegarem a respostas que chegassem a respostas aos seus problemas. Isso, não foi possível com esse movimento e estes dois momentos para todos os envolvidos no processo. Uma única tarefa nunca é suficiente, as vezes várias tarefas são necessárias, mesmo que pareça já ter havido apreensão e compreensão de um conceito para poucos. É sempre importante explorarmos com outros recursos e/ou de outras maneiras. Assim, para nos certificarmos se houve mudança na compreensão do conhecimento do conceito de fração parte-todo a partir da parte, dos envolvidos no curso, planejamos outra tarefa de ensino apresentada no Quadro 3.

Quadro 3. Tarefa desencadeadora de Ensino.



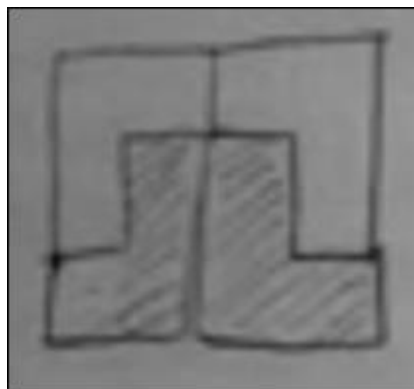
Fonte: Elaborado pela autora Aparecida Ferreira Lopes, adaptado de Santos (1997, v.1 224 p.).

Esta nova possibilidade de trabalhar parte-todo, uma tarefa desencadeadora de Ensino. Acreditando na força deste coletivo que surgiu a partir da necessidade de aprofundar estudos sobre frações, essas relações confirmam o que Moura et al. (2010, p. 82) destaca quando afirma que “a coletividade só se forma a partir de uma necessidade entendida e assumida como necessidade comum que, assim sendo, cria o motivo da união de esforços para solucionar ou satisfazer a essa necessidade. E a compreensão do todo a partir da parte foi uma necessidade coletiva. Conforme relatos que foram colocados como recorte, observamos vários sentimentos, de dor de cabeça, que avaliamos sendo resultado de muitos pensar, como não aceitação de um formato de inteiro que fugia a regras que tinha como prática docente, e estarrecimento de tanto tempo de prática docente e nunca ter se deparado com uma situação reflexiva como aquela. É a força do coletivo, é a interação social é o contraditório permeando as discussões, é o humano se modificando em sua relação com o outro”. E naquele momento além do motivo que uniu àquele coletivo, surgiu a necessidade de compreenderem porque o inteiro poderia ter formato que eles nunca haviam pensado ser possíveis? Para possibilitarmos a nossa percepção do entendimento do conceito por parte daquele coletivo, propusemos mais

uma tarefa sobre a ideia parte-todo a partir da parte. Nesta nova tarefa foi dado $\frac{1}{4}$ do todo e cada cursista precisaria criar no mínimo três imagens diferentes representando o todo. Convidamos aos participantes que quisessem ir ao quadro demonstrar ao menos umas das suas representações e trouxemos alguns resultados e recortes de discussões. A representação na Figura 3, trouxe-nos várias discussões enriquecedoras. Parecia que a partir da demonstração da professora Karina, tudo estava compreendido por ela. Mas, não foi bem assim. A primeira representação exposta foi questionada para termos certeza se a professora havia compreendido de fato a relação proposta com a ideia de fração parte-todo a partir da parte.

A professora Karina mostrou uma das suas imagens que seria, segundo ela, uma das soluções da tarefa proposta Figura 3. Após ter feito a apresentação foi questionada porque ela havia desenhado usando quatro imagens iguais àquelas e não duas ou outras quantidades para formar o inteiro? Com firmeza e segurança a professora respondeu: “Porque são quatro. Um quarto mais um quarto mais um quarto mais um quarto dá quatro quartos que é um inteiro.” (Lopes, 2017, p. 140).

Figura 3. Resolução da profa. Karina.



Fonte: Lopes (2017).

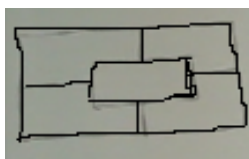
No entanto, ao serem questionados se a figura teria que ser “fechadinha”? a profa. Karina disse que para ela sim, teriam que ser “fechadinhas”, outros disseram não, porém, alguns rostos se mostraram inseguros em responder. Percebiam que a professora Karina conseguiu apresentar um inteiro a partir de um quarto porém, não havia ficado claro até aquele instante, a possibilidade da existência de um inteiro que não fosse fechadinho, mesmo depois de termos discutidos o mesmo assunto em tarefas distintas, mas, essa professora não se apropriou naquele momento desse conceito. Os episódios de Moura (2000, p. 60) mostraram “ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes” e essa foi

uma dessas ações mostradas neste processo para essa professora. Que comprovam estudos que dizem também que as frações enganam. As vezes parece que compreendemos o processo, mas quando somos colocados em diferentes situações, em algum momento revelamos que nossa necessidade não foi atendida ainda. Entretanto, essas relações confirmam o que Moura et al. (2010, p. 82) destaca quando afirma que, “a coletividade só se forma a partir de uma necessidade entendida e assumida como necessidade comum que, assim sendo, cria o motivo da união de esforços para solucionar ou satisfazer a essa necessidade.”

O Quadro 4 mostra, de acordo com nosso entendimento sobre os episódios de Moura a respeito de uma ação reveladora desse processo de formação coletiva. Observem o que aconteceu fazendo comparação com duas situações anteriores: o inteiro a partir dos $\frac{3}{3}$ e a rosquinha inteira, mas que tinha um buraco no meio.

Quadro 4. Uma das imagens do inteiro apresentado que lembrou a rosquinha.

Cursista falou bem alto – FAZ UMA ROSQUINHA QUADRADA COM UM BURACO NO MEIO AÍ. Dando a entender que se nós desenhassemos uma rosca quadrada (querendo fazer a colega trazer para aquela questão experiência anterior, se referindo novamente a rosquinha com um buraco no meio). E não é que saiu a rosquinha “quadrada”?! Na verdade, parece retangular.



Fonte: Lopes (2017).

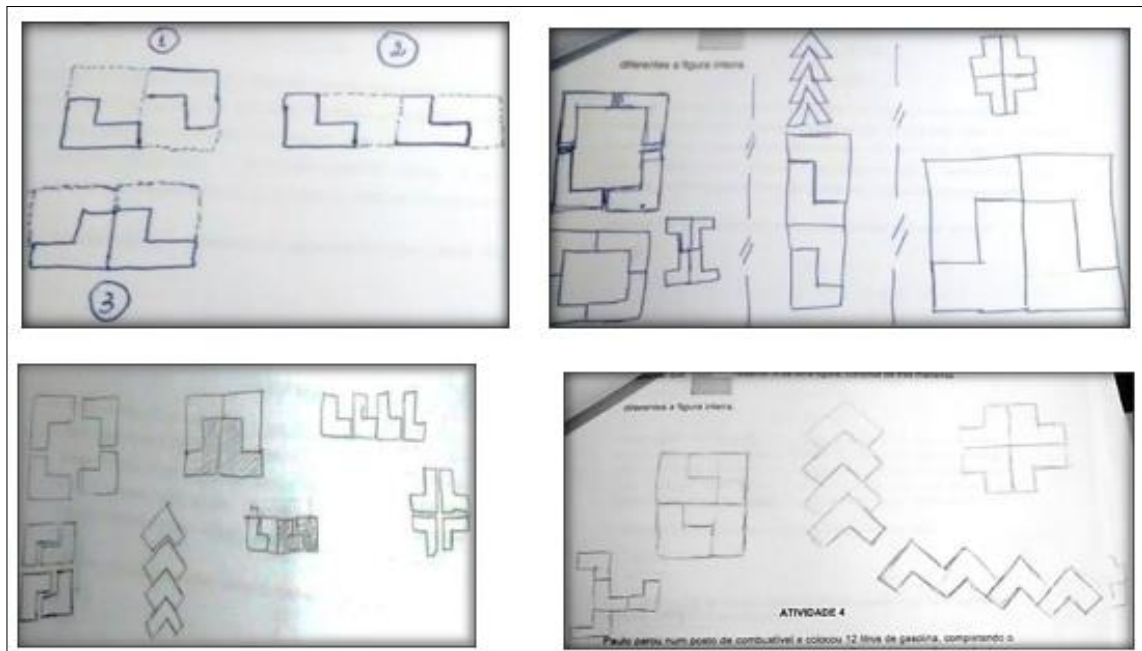
Encontramos em Lopes (2017, p. 140) a discussão dessa cena onde uma cursista deixa claro que entendeu, quando no coletivo diz em voz bem alta: “*Faz uma rosquinha quadrada aí!*”! Essa cursista fez analogia com situação vivenciada sobre a rosquinha com buraco no meio, por exemplo, ao discutir no coletivo outra situação sobre a ideia parte-todo. E a “rosquinha quadrada” foi representada pelo Quadro 4, tirando algumas exclamações de alguns deles. Ficaram surpresos! Parece que entenderam a voz coletiva. Claro! se a rosquinha foi compreendida como sendo um inteiro, então por que não poderíamos pensar em uma rosquinha “quadrada”? Se agrupasse quatro partes iguais de modo que formasse algo com um buraco no meio, poderia ser entendido e visto com características que lembrassem a rosquinha e, por isso seria um inteiro também.

Dizer “faz uma rosquinha quadrada aí” causou um choque para alguns, que de acordo com Moura (2004, p. 276) “[...] poderá estar revelado em outro momento que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo.” Entendemos que não aprendemos ou entendemos ao mesmo tempo e nem da mesma forma. O coletivo ajudou o outro fazendo relação com uma situação da rosquinha tratada em outro tempo bem anterior e, que foi usada para ajudar outro sujeito no processo de relação com outro movimento já vivenciado por ele e com a reflexão coletiva. Foi possível transformar ou ampliar o seu conhecimento sobre o inteiro na ideia de parte-todo. A pesquisadora F fez a sistematização dizendo que

É bom ficarmos atentos que construir *o todo* a partir da parte, não é uma prática comum entre nós. Normalmente partimos do *todo* para a parte. Basta lembrarmos os muitos exercícios em muitos livros didáticos de matemática com essa abordagem. É bom ficarmos atentos que a parte é a mesma[...] e muitas vezes a gente se limita com a pizza redondinha e as barras de chocolate e deixamos de trabalhar outras possibilidades de *todo* e não se atenta para essas tantas possibilidades achando que *o todo* é sempre fechadinho, bonitinho. (transcrição da fala da mestrand F, 03/10/2016).

Esses professores foram em busca de conhecer mais sobre frações, por este motivo, formaram um coletivo com um motivo em comum. O conteúdo e o desenvolvimento da formação continuada têm que fazer parte da necessidade do professor. Então, após essa revelação para alguns cursistas, todos se sentiram mais seguros a irem representar suas respostas no quadro. Ficou claro nos resultados apresentados que eles não precisavam lembrar nenhum objeto conhecido ou existente. O que ficou compreendido é que para cada inteiro precisava ter 4 partes iguais a parte dada, para compor o inteiro. Essas e outras imagens podem ser encontradas no trabalho completo de Lopes (2017, p.137).

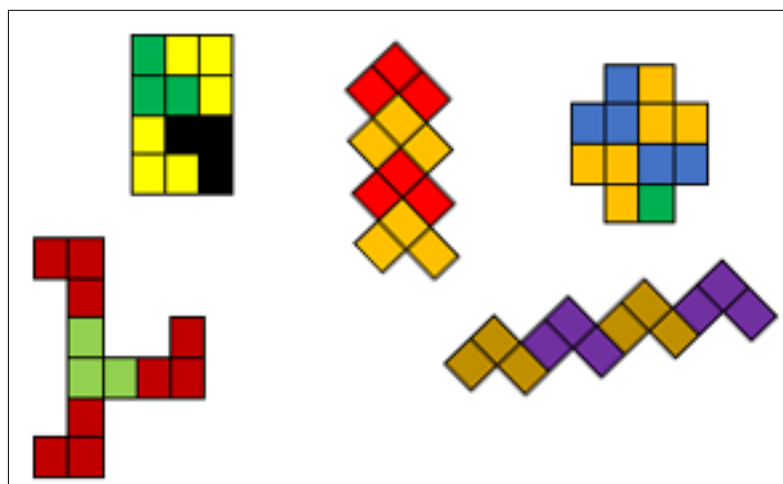
Figura 4. Diferentes maneiras de construção por vários cursistas do inteiro dado uma parte.



Fonte: Lopes (2017).

Com a intenção de tornar mais visível e legível algumas das imagens feitas por cursistas, fizemos uma transcrição mostrada na Figura 5, como podem observar.

Figura 5. Transcrição de algumas diferentes maneiras de representar o inteiro a partir da parte, representado na Figura 4.



Fonte adaptada: Lopes (2017).

De acordo com essas resoluções anteriores, observamos que os cursistas conseguiram se desprender daquilo que acreditavam ser a única forma de ter inteiro. Percebemos bastante

liberdade na criação como podemos observar na Figura 4. Ao contrário do que discutimos no primeiro dia de curso, eles não trazem apenas imagens ‘fechadinhas’. Sabiam que precisavam ter 4 (quatro) partes iguais a dada e o resto era só imaginação, só criatividade. Foi pedido que fizessem três. A maioria fez muito mais. Na apresentação da resolução dessa situação, vários professores foram ao quadro representar o todo que tinham encontrado. Eles se surpreendiam com as representações dos outros professores, alguns desenhavam em suas folhas tais representações.

Verificamos que esses professores já tinham começado a modificar sua maneira de visualizar o inteiro a partir da parte. Com todas as mediações feitas e, algumas delas, tentando confundi-los para verificar se estavam certos daquilo que relatavam, eles paravam, pensavam, conversavam entre si, e voltavam afirmando o que já haviam dito. Isso confirma o papel de colocar-se entre o que o cursista está pensando e discutindo e, os direcionamentos que são indicados para ajuda-los nesta busca do inteiro diferente daquele que eles conheciam. Mediar, é conduzir para uma discussão que agrega outras experiências e nesse processo ajudamos a formação de pensamento ou de compreensão da ação que está sendo desenvolvida. Parece que ocorreu ampliação de conhecimento daqueles professores. Sistematizamos esse movimento de busca coletiva dizendo que é bom ficarmos atentos, pois, construir *o todo* a partir da parte, não é uma prática comum entre nós. Normalmente partimos do *todo* para a parte como já foi escrito quando apresentamos alguns resultados de estudos.

4. Considerações Finais

Percebemos que nesse curso tivemos a experiência de que o aprendizado não ocorreu ao mesmo tempo e nem da mesma forma para todos. Algumas professoras, mesmo depois da tarefa do inteiro, não conseguiram fazer comparação ou nexos em outra ação que tratava do mesmo conceito. Notamos que também em formação continuada, não basta realizar uma só tarefa em um só encontro para validarmos as relações que farão do conteúdo com o ensino por todos os sujeitos envolvidos. Destacamos a força do coletivo, que surgiu a partir da necessidade de aprofundar estudos sobre frações, essas relações confirmam o que Moura et al. (2010, p. 82) destaca quando afirma que “a coletividade só se forma a partir de uma necessidade entendida e assumida como necessidade comum que, assim sendo, cria o motivo da união de esforços para solucionar ou satisfazer a essa necessidade”. Esses professores foram em busca de conhecer mais sobre frações, por este motivo, formaram um coletivo com um motivo em comum. O conteúdo e o desenvolvimento da formação continuada têm que

fazer parte da necessidade do professor. E esse conteúdo neste movimento de formação coletiva parece ter trazido novas possibilidades para novas práticas deste conceito para os participantes.

Notamos que podem ter ocorrido essa compreensão do inteiro a partir da parte como algo que não precisa ser arrumadinho, simétrico, que podem ter ocorrido mudança no modo de pensar e agir desses professores, desencadeando mais conhecimento além daquele que já possuíam frações parte-todo a partir da parte. Nesse movimento formativo observamos o comportamento dos docentes estando junto deles, ouvindo seus comentários e dúvidas expostas nos grupos, por exemplo, quando uma professora coloca a mão no rosto espantada, surpresa, não acreditando na solução após mediação da pesquisadora e, a partir dessas observações e relatos fazíamos questionamentos impulsionadores para objetivos pensados.

Concluimos que aqueles sujeitos ampliaram o que conheciam sobre ideia de fração parte-todo a partir da parte e que esse tipo de formação docente, em que se trabalha a partir de ações e discussões no coletivo, contribuiu para essa mudança neste caso sobre representação fracionária onde buscamos o todo a partir da parte. Nesse artigo parece que conseguimos atingir os nossos objetivos porque mostramos movimentos de professores cursistas quando discutiam a ideia de fração parte-todo a partir da parte e expusemos cenas que indicaram apropriações desse conceito.

Mais dados sobre a pesquisa e esse processo formativo podem ser observados em Lopes (2017). Sugerimos continuação de estudos envolvendo frações em formação continuada de professores, mas, também parece ser necessário discutir essas ideias na formação inicial. Foi indicada pelas professoras e o professor a necessidade de ampliar estudos envolvendo frações como operador multiplicativo e operações envolvendo as frações. Assim, notamos que ainda podemos realizar e ampliar várias pesquisas envolvendo este assunto.

Referências

Bezerra, F. J. B. (2001). *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP. Anais do VIII ENEM - Comunicação Científica GT 2 - Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental-
<http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/02/1CC04772553886.pdf>.

Bertoni, N. E. (2009). Educação e linguagem matemática IV: frações e números fracionários. Brasília: Universidade de Brasília.

Brasil (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Brasil (1998). Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. (3a ed.), Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2019). *Base Nacional Comum Curricular (Bncc)*. Educação é a base. Brasília, Mec/ Consed/ Undime, 288-294 Recuperado de < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>.

Campos, T. M. M., Magina, S. A, & Nunes, T. (2006). O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Educação Matemática em Pesquisa*. São Paulo, 8(1), 125-136.

Campos, T. M. M., & Magina, S. A (2008). Fração nas Perspectivas do professor e do aluno dos dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. *Revista Bolema.*, ano 21, (31), 23-40.

Campos, T. M. M. (2011). *Sobre o ensino e a aprendizagem de frações*. Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM). Recife, PE.

Castro, R. A. de. (2009) Número fracionário: estudo histórico, epistemológico e da transposição didática. *Revista de educação*, 12(13), 59-69.

Cedro, W. L., & Nascimento, C. P. (2017). Dos Métodos e das Metodologias em Pesquisas Educacionais na Teoria Histórico-Cultural. In: Moura, M. O. (Org). *Educação Escolar e Pesquisa na Teoria Histórico-Cultural*. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

Cunha, M. R. K. (2008). *Estudo das elaborações sobre o conceito de medidas em atividades de ensino*. Tese (Doutorado) – Faculdade da Universidade de Campinas.

Leontiev, A. N. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. São Paulo: Editora Moraes Ltda.

Lins, R. C. A (2008). *Diferença como oportunidade para aprender*. In: XIV Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino - :http://endipe.pro.br/site/eventos%20anteriores/XIV_Endipe_anais.rar>%20Último%20acessoem:%2003%20mar%2016.

Llinares, S. C., & Sánchez, M. V. G. (1988). *Frações: A relação parte-todo*. Madrid: Síntesis.

Lopes, A. F. (2017). Movimento Formativo de professores dos anos iniciais sobre frações e seus diferentes significados e suas relações com o ensino. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Cefor, Instituto Federal do Espírito Santo.pp.136-142.

Lopes, A. J. (2008). O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *Bolema. Ano 21*(31), 1-22.

Magina, S., & Malaspina. M. C. O. (2013). *A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para o seu ensino*. In: Smole, K. C. S. S, & Muniz, C. (Orgs.). *A matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental*. Porto Alegre: Penso.

Moretti, V. D., Martins, E., & Souza, F. D. D. (2017). *Método Histórico-Dialético, Teoria Histórico-Cultural e Educação: Algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática*. In: Moretti, V. D. & Cedro, W. L. *Educação matemática e a Teoria Histórico Cultural: um Olhar sobre as Pesquisas*. Campinas, SP: Mercado de Letras.

Moura, M. O. (2000). O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. São Paulo, SP. Tese de Livre-Docência. Universidade de São Paulo, p. 131

Moura, M. O. (2002). *A atividade de ensino como ação formadora*. In: A.D. Castro; A.M.P. de Carvalho (org.), *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo, (196 p), Pioneira Thomson Learning.

Moura, M. O. de. (2004). *Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora*. In: Barbosa, R. L. L. (org.). *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores*. São Paulo: Editora UNESP.

Moura, M. O. de & Araújo, E. S. (2008). Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa qualitativa sobre formação docente. In: Pimenta, S. G., & Franco, M. A. S. (orgs). *Pesquisa em educação: possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação*. São Paulo: Edições Loyola. (pp.75-101).

Rosa, J. E. da, Moraes, S. P. G. de, & Cedro, W. L. de. (2010). As particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino. In: Moura, M. O. (Org.), *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. (pp.77-125). Autores Associados.

Nunes, T. & Bryant, P. (1997) *Crianças fazendo matemática*. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, T., Bryant, P. , Pretzlik ,U, & Hurry, J. (2003). *The effect of situation on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado à British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, June.

Onuchic, L. de La R., & Botta, L. S. (1997). Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 3(5), 5-11.

Proença. M. C. (2015). O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. *Revista Bolema*. 29(52), ago. Rio Claro, 729-755.

Ribeiro, M. S. & Rego, R. G. (2017). A fração na perspectiva do professor dos anos iniciais do ensino fundamental. In.: *Anais do IV Congresso Nacional de Educação CONEDU*. Paraíba.

Santos, V. M. P. (1993). *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos*. Rio de Janeiro: Projeto Fundação/UFRJ.

Santos, V. M. P. (1997). *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos*. Rio de Janeiro: Projeto Fundação/UFRJ.

Silva, M. J. (1997). *Sobre a introdução do conceito de número fracionário*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Silva, V. et al. (2000). Uma experiência de ensino de fração articulada ao decimal e à porcentagem. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo: *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 7(8). 16-23.

Silva, J. A. D. (2007) Modelos explicativos elaborados por adolescentes de adultos para o cálculo com frações: da percepção ao pensamento operatório. *Educação Matemática Pesquisa*. PUC- SP. 9(2), 169-349.

Souza, V. F. de. (2013). *Uma Abordagem aos Números Racionais na Forma Decimal: suas Operações, Representações e Aplicações*. 88 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade estadual do norte fluminense Darcy Ribeiro - UENF, Campos dos Goytacazes-RJ.

Torezani, F. C. D. (2020). *Grandezas e medidas na educação infantil: uma experiência em formação continuada*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Cefor, Instituto Federal do Espírito Santo.

Vigotski L. S. (2009). *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. (2a ed.) São Paulo: WMF Martins Fontes.

Porcentagem de contribuição de cada autor no manuscrito

Aparecida Ferreira Lopes – 50%

Sandra Aparecida Fraga da Silva – 50%