

Análise multifractal do índice de precipitação padronizado

Multifractal analysis of standardize precipitation index

Análisis multifractal del índice de precipitación estandarizado

Recebido: 26/05/2021 | Revisado: 04/06/2021 | Aceito: 05/06/2021 | Publicado: 20/06/2021

Antonio Samuel Alves da Silva

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8759-0036>
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil
E-mail: antonio.sasilva@ufrpe.br

Rômulo Simões Cezar Menezes

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8740-366X>
Universidade Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: rmenezes@ufpe.br

Tatijana Stosic

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5691-945X>
Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil
E-mail: tastosic@gmail.com

Resumo

Em muitos países tropicais incluindo Brasil observou-se que as mudanças nos padrões de chuva causam inundações e secas com tendência a continuar se agravar durante século 21. Para diminuir as consequências na vida e saúde humana, atividades econômicas, ecossistemas e infraestrutura é necessário desenvolver modelos de previsão mais confiáveis. O primeiro passo nesta direção é uma análise detalhada da variabilidade climática na região estudada. Neste trabalho analisou-se propriedades multifractais das séries temporais do Índice de Precipitação Padronizado (SPI), desenvolvido para classificar condições secas/úmidas de acordo com severidade. Este índice foi calculado para diferentes escalas de tempo (1, 3, 6 e 12 meses) e analisado utilizando o método *Multifractal detrended fluctuation analysis*. Os parâmetros de complexidade do espectro multifractal (posição de máximo, largura e assimetria) junto com o expoente de Hurst, mostraram que as séries de SPI são geradas pelo processo multifractal com multifractalidade e persistência mais forte para maiores escalas de acumulação da chuva.

Palavras-chave: Multifractal; Precipitação; SPI; Pernambuco.

Abstract

In many tropical countries including Brazil it has been observed that changes in rainfall patterns cause severe floods and with a tendency to continue to worsen during the 21st century. In order to reduce the consequences on human life and health, economic activities, ecosystems and infrastructure with efficient protection measures in mind, it is necessary to develop the most reliable forecasting models. The first step in this direction is a detailed analysis of the climatic variability in the region. In this work, we analyze the multifractal properties of the time series of Standardized Precipitation Index (SPI) developed to classify dry/wet conditions according to severity. This index was calculated for different time scales (1,3,6 and 12 months) and analyzed using the Multifractal detrended fluctuation analysis method. The multifractal spectrum complexity parameters (position of maximum, width and asymmetry) together with Hurst's exponent showed that the SPI series are generated by the multifractal process with stronger multifractality and stronger persistence for larger scales of rainfall accumulation.

Keywords: Multifractal; Precipitation; SPI; Pernambuco.

Resumen

En muchos países tropicales, incluido Brasil, se ha observado que los cambios en los patrones de lluvia provocan graves inundaciones y sequías con una tendencia a seguir empeorando durante el siglo XXI. Para reducir las consecuencias sobre la vida y la salud humana, las actividades económicas, los ecosistemas y la infraestructura, teniendo en cuenta las medidas de protección eficientes, es necesario desarrollar los modelos de predicción más fiables. El primer paso en esta dirección es un análisis detallado de la variabilidad climática en la región estudiada. En este trabajo, analizamos las propiedades multifractivas de la serie temporal del índice de precipitación estandarizado - SPI desarrollado para clasificar las condiciones secas/húmedas según la severidad. Este índice se calculó para diferentes escalas de tiempo (1, 3, 6 y 12 meses) y se analizó mediante el método de *Multifractal detrended fluctuation analysis*. Los parámetros de complejidad del espectro multifractal (posición de máxima, ancho y asimetría) junto con el exponente de Hurst mostraron que las series SPI son generadas por el proceso multifractal con multifractalidad y persistencia más fuerte para escalas más grandes de acumulación de lluvia.

Palabras clave: Multifractal; Precipitación; SPI; Pernambuco.

1. Introdução

A precipitação é um dos componentes mais importantes do ciclo da água na Terra, e sua variabilidade temporal e espacial tem efeito direto sobre a disponibilidade de recursos hídricos. O conhecimento da variabilidade da precipitação em diferentes escalas temporais e espaciais é crucial para o desenvolvimento de medidas de curto e longo prazo para mitigar riscos relacionados à água, como inundações e secas, que podem comprometer setores econômicos e desenvolvimento socioeconômico sustentável. Vários índices padronizados com base na quantidade de precipitação foram desenvolvidos para avaliar o déficit e o excedente de água, como o Índice de Severidade de Secas de Palmer (PDSI) (Palmer, 1968), Índice de Precipitação Padronizado (SPI) (McKee et al., 1993) e Índice Padronizado de Evapotranspiração - Precipitação (SPEI) (Vicente-Serrano et al., 2010). Dentre eles, o SPI se destaca porque seu cálculo requer apenas a precipitação como variável de entrada, pode ser usado para analisar diferentes categorias de condições úmidas e secas em múltiplas escalas de tempo, e possibilita a comparação entre diferentes regiões com diferentes condições climáticas (Svoboda et al., 2012). O SPI foi amplamente utilizado para estudar eventos de seca e inundação em diferentes partes do mundo em escala local (Buttafuoco et al., 2015), regional (Hasegawa et al., 2016) e global (Asadi Zarch et al., 2015).

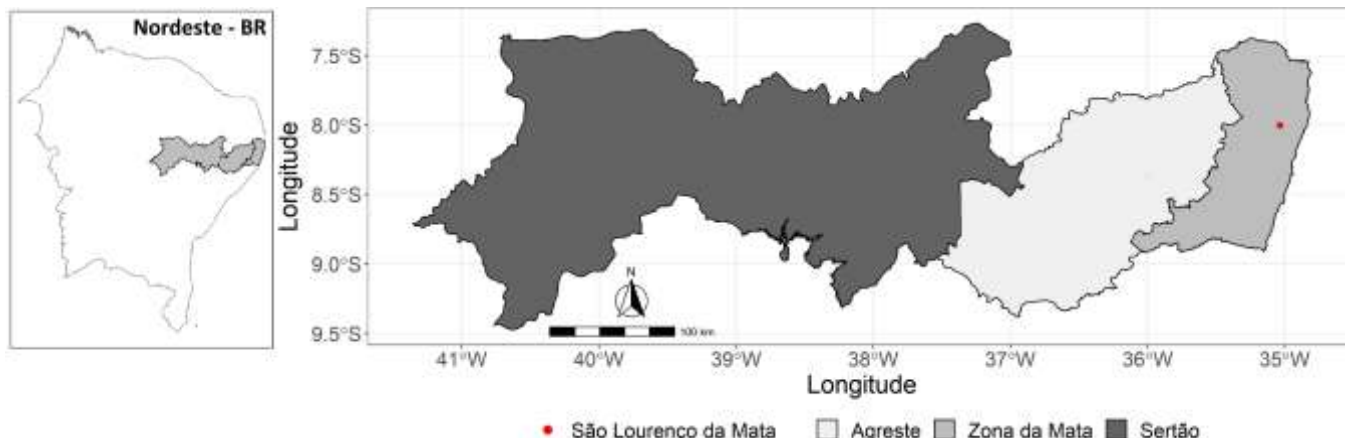
Condições úmidas/secas em múltiplas escalas de tempo descritas com SPI foram amplamente estudadas usando métodos estatísticos que fornecem informações valiosas sobre tendências temporais (Kostopoulou et al., 2017), agrupamento temporal e regionalização espacial (Santos et al., 2010), bem como correlação com outros índices padronizados (Jain et al., 2015). No entanto, os sistemas hidrológicos são altamente não lineares como resultado de interações complexas entre as suas componentes (precipitação, vazão, umidade do solo, evaporação) que operam em múltiplas escalas temporais e espaciais. A dinâmica complexa resultante é caracterizada por propriedades que podem ser reveladas por novos métodos que se originaram na ciência de sistemas complexos (Sivakumar & Singh, 2012). A não linearidade e a complexidade da dinâmica da chuva foram estudadas usando a teoria do caos (Fuwape et al., 2017), análise fractal e multifractal (Barreto & Stosic, 2021; Kantelhardt et al., 2006), medidas de informação (Silva, et al., 2021) e redes complexas (Jha & Sivakumar, 2017; Santana et al., 2020). Porém, os índices padronizados que servem para classificar o grau de severidade das condições secas/úmidas foram muito menos estudados do ponto de vista de sistemas complexos (Silva, et al., 2021; Tatli & Dalfes, 2020).

Multifractalidade de séries temporais de precipitação foi amplamente estudada, entre os resultados destacam-se delimitação de áreas homogêneas de chuva (García-Marín et al., 2015), análise de valores extremos (Douglas & Barros, 2003) e validação de modelos de previsão (García-Marín et al., 2008). O objetivou-se com este trabalho investigar a variabilidade temporal de condições secas/úmidas representadas por valores de SPI, utilizando análise multifractal. Foram comparados parâmetros multifractais (posição de máximo, largura e assimetria do espectro multifractal que são relacionados a diferentes propriedades de flutuações temporais) entre os SPI's com diferentes tempos de acumulação (1,3,6 e 12 meses).

2. Metodologia

Neste trabalho foi utilizado a metodologia *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*, que foi desenvolvida para quantificar correlações multifractais em séries temporais não estacionárias (Kantelhardt et al., 2002). O metodologia foi utilizada em análise de sinais fisiológicos (Zorick & Mandelkern, 2013), processos hidrológicos (Tan & Gan, 2017), sinais geofísicos (Telesca & Toth, 2016) e dados financeiros (Stosic et al., 2020). Os dados utilizados neste trabalho são séries temporais de precipitação mensal registradas de 1962 a 2012 em São Lourenço da Mata, Pernambuco – BR (Altitude=40,0m; Longitude=275.147,68m, Latitude=9.115.144,88m, SIRGAS2000/UTM (metros)) pelo Laboratório de Meteorologia do Instituto de Tecnologia de Pernambuco (LAMEP/ITEP). A localização geográfica da estação está mostrada na Figura 1.

Figura 1: Localização geográfica do estado de Pernambuco, Brasil, e da estação em São Lourenço da Mata.



Fonte: Autores (2021).

2.1 Índice de Precipitação Padronizado

O Índice de Precipitação Padronizado (SPI) é recomendado pela Organização Meteorológica Mundial (OMM) e se destaca por ser o índice mais utilizado entre os índices aplicados para caracterizar a severidade da seca (Svoboda et al., 2012). O SPI foi desenvolvido por McKee et al. (1993) e pode ser calculado para diferentes escalas tempo (1, 3, 6, 12 e 48 meses, por exemplo), além de permitir a comparação entre diferentes locais e clima, uma vez que se trata de um índice padronizado. O cálculo dos valores de SPI inicia-se encontrando a função densidade de probabilidade (f.d.p.) que melhor descreve a distribuição dos dados nas diferentes escalas de tempo. Neste trabalho foi utilizado a distribuição Gama devido a seu grande emprego no ajuste de séries temporais de precipitação (McKee et al., 1993). Uma variável aleatória contínua X segue distribuição Gama se sua f.d.p. for

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x > 0 \quad (1)$$

onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ são parâmetros de forma e escala, respectivamente, x é a quantidade de precipitação e $\Gamma(\alpha)$ é a função Gama $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy$. Os parâmetros α e β são estimados usando o método de máxima verossimilhança usando a aproximação (Thom, 1958):

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{4A} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}} \right), \quad \hat{\beta} = \frac{\hat{\beta}\bar{x}}{\hat{\alpha}} \quad (2)$$

onde \bar{x} é o valor médio da quantidade de precipitação, $A \equiv \ln(\bar{x}) - \frac{\sum \ln x}{n}$ e n é o número de observações. Em seguida, com base nos parâmetros estimados, podemos integrar $f(x)$ em relação a x , para obter a distribuição acumulada

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \frac{1}{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}} \Gamma(\hat{\alpha})} \int_0^x x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}} dx \quad (3)$$

A função de distribuição Gama é indefinida para $x = 0$. Como as observações podem conter zero, a distribuição de probabilidade acumulada é considerada como segue

$$H(x) = q + (1 - q) F(x) \quad (4)$$

em que q é a probabilidade de ocorrer zero, calculada como $q = \frac{m}{n}$, onde m representa o total de zeros em uma série de precipitação com n observações. Por fim, o SPI é gerado pela padronização dos valores obtidos em $H(x)$ com base nas equações que seguem (Abramowitz et al., 1988; McKee et al., 1993):

$$SPI = \begin{cases} - \left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right), & 0 < H(x) < 0.5 \\ + \left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right), & 0.5 < H(x) \leq 1.0 \end{cases} \quad (5)$$

com t dado por

$$t = \begin{cases} \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(H(x))^2} \right]}, & 0 < H(x) < 0.5 \\ \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(1 - H(x))^2} \right]}, & 0.5 < H(x) \leq 1.0 \end{cases} \quad (6)$$

e $c_0 = 2.515517$; $c_1 = 0,802853$; $c_2 = 0,010328$; e $d_1 = 1.432788$; $d_2 = 0,189269$; $d_3 = 0,001308$. Os resultados obtidos com o cálculo dos valores de SPI foram classificados de acordo com a classificação proposta por McKee et al. (1993), conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1. Classificação do Índice de Precipitação Padronizado.

Categoria	Valores
Extremamente seco	$SPI \leq -2$
Severamente seco	$-2 < SPI < -1,5$
Moderadamente seco	$-1,5 < SPI \leq -1,0$
Quase normal	$-1,0 < SPI < 1,0$
Moderadamente úmido	$1,0 \leq SPI < 1,5$
Severamente úmido	$1,5 \leq SPI < 2,0$
Extremamente úmido	$SPI \geq 2$

Fonte: McKee et al. (1993).

Neste estudo foram calculados valores de SPI para escalas de tempo de 1, 3, 6 e 12 meses (SPI-1, SPI-3, SPI-6 e SPI-12). O SPI-1 está relacionado aos tipos de secas meteorológicas, juntamente com a umidade do solo a curto prazo e estresse da cultura, o SPI-3 reflete as condições de umidade do solo a médio prazo, enquanto o SPI-6 e 12 indicam precipitação sazonal a longo prazo e estão associados aos fluxos de anomalia e níveis de reservatórios subterrâneos (Svoboda et al., 2012).

2.2 Multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA)

A implementação de algoritmo MF-DFA para uma série temporal $x(i)$, $i = 1, \dots, N$ é seguinte (Kantelhardt et al., 2002): i) Primeiro a série original $x(i)$ é integrada produzindo $X(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle]$, $k = 1, \dots, N$ em que

$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x(i)$ é a média de $x(i)$; ii) A série integrada $X(k)$ é dividida em $N_n = \lfloor N/n \rfloor$ segmentos (não sobrepostos) do tamanho n , e em cada segmento $v = 1, \dots, N_n$ calcula-se a série sem tendência subtraindo a tendência local $X_{n,v}(k)$ obtida por regressão linear ou polinomial de maior ordem; iii) Para cada segmento calcula-se a variância sem tendências

$$F^2(n, v) = \frac{1}{n} \sum_{k=(v-1)n+1}^{vn} [X(k) - X_{n,v}(k)]^2 \quad (7)$$

em que o valor médio para N_n segmentos é utilizado para obter a função de flutuação de ordem q :

$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{v=1}^{N_n} [F^2(n, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (8)$$

onde, q pode ser qualquer valor real, exceto zero. Para $q = 0$, $F_q(n)$ é calculado como $[F_\varepsilon(n) + F_{-\varepsilon}(n)]/2$, onde $\varepsilon \rightarrow 0$; iv) Esse cálculo é repetido para diferentes tamanhos de segmentos, e utilizando a estabelecer a relação entre a função de flutuação $F_q(n)$ e o tamanho do segmento n . Se a série original $x(i)$ tem correlações de longo prazo, a função flutuação $F_q(n)$ aumenta com n , como uma lei de potência,

$$F_q(n) \sim n^{h(q)} \quad (9)$$

O expoente de escala $h(q)$ (obtido como o coeficiente angular da regressão linear $\log F_q(n)$ versus $\log n$) é chamado de expoente de Hurst generalizado e para séries temporais estacionárias, $h(2)$ é idêntico ao conhecido expoente de Hurst H (Hurst, 1951). Para series multifractais $h(q)$ é a função decrescente de q , enquanto para séries temporais monofractais $h(q)$ é independente de q . Deve-se notar que $h(q)$ descreve o comportamento de escala de grandes ou pequenas flutuações, dependendo dos valores positivos ou negativos de q , respectivamente.

Os expoentes de Hurst generalizados $h(q)$ estão relacionados aos expoentes de Renyi $\tau(q)$ definidos como $\tau(q) = qh(q) - 1$, que para séries monofractais é uma função linear de q , e para séries multifractais uma função não linear de q . Um processo multifractal também pode ser caracterizado pelo espectro de singularidade $f(\alpha)$ obtido através da transformada de Legendre:

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (10)$$

$$f(\alpha(q)) = q\alpha(q) - \tau(q) \quad (11)$$

O espectro de singularidade da série monofractal é representado por um único ponto no plano $f(\alpha)$, enquanto a série multifractal produz uma função côncava para baixo (Kantelhardt et al., 2002). Um conjunto de parâmetros podem ser extraídos do espectro multifractal para caracterização da complexidade do processo: a posição de máximo α_0 , largura do

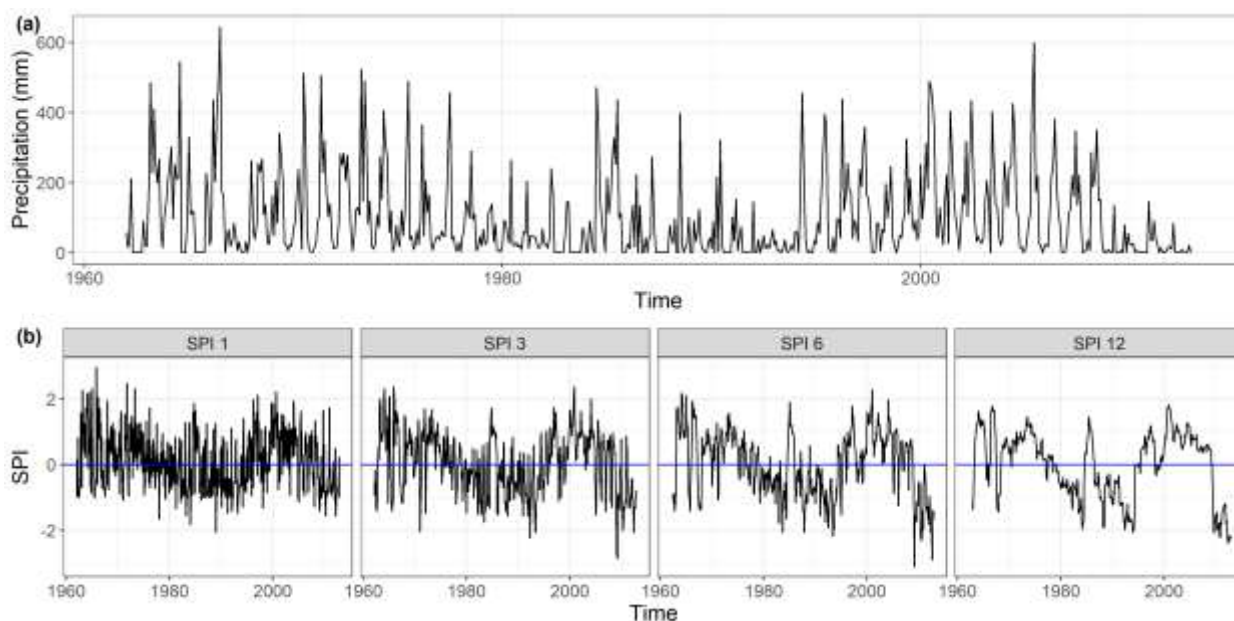
espectro $W = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ e o parâmetro de assimetria $r = (\alpha_{max} - \alpha_0) / (\alpha_0 - \alpha_{min})$. Para $f(\alpha)$ simétrico tem-se $r = 1$, para $f(\alpha)$ com assimetria a direita tem-se $r > 1$ e para $f(\alpha)$ com assimetria a esquerda tem-se $r < 1$ (Silva et al., 2020).

O parâmetro α_0 é a posição de máximo de $f(\alpha)$, e fornece uma estimativa robusta do expoente de Hurst. Para um processo correlacionado ou persistente $\alpha_0 > 0,5$, para um processo anticorrelacionado ou antipersistente $\alpha_0 < 0,5$ enquanto $\alpha_0 = 0,5$ indica um processo totalmente aleatório. O parâmetro W é a largura do espectro e mede a amplitude dos expoentes fractais necessários para descrever o sinal. Os expoentes fractais no lado esquerdo do espectro ($\alpha < \alpha_0$) descrevem as correlações em subconjuntos de grandes flutuações, enquanto os expoentes fractais no lado direito do espectro ($\alpha > \alpha_0$) descrevem as correlações em subconjuntos de pequenas flutuações. Quanto maior a largura do espectro, mais forte é a multifractalidade do processo. O parâmetro de assimetria r serve para medir a dominância das pequenas e grandes flutuações no espectro multifractal. Se $f(\alpha)$ é simétrico ($r = 1$) as grandes e as pequenas flutuações contribuem de forma igual para a multifractalidade. Se $f(\alpha)$ é assimétrico à direita ($r > 1$) subconjuntos com pequenas flutuações tem maior contribuição na multifractalidade do processo e se $f(\alpha)$ é assimétrico à esquerda ($r < 1$) a multifractalidade do processo é dominada pela invariância de escala dos subconjuntos com grandes flutuações. (Kantelhardt et al., 2002).

3. Resultados e Discussão

Dados mensais de precipitação para estação localizada em São Lourenço da Mata, Pernambuco - BR, juntamente com os valores SPI calculados nas escalas de tempo 1, 3, 6 e 12 meses são mostrados na Figura 2.

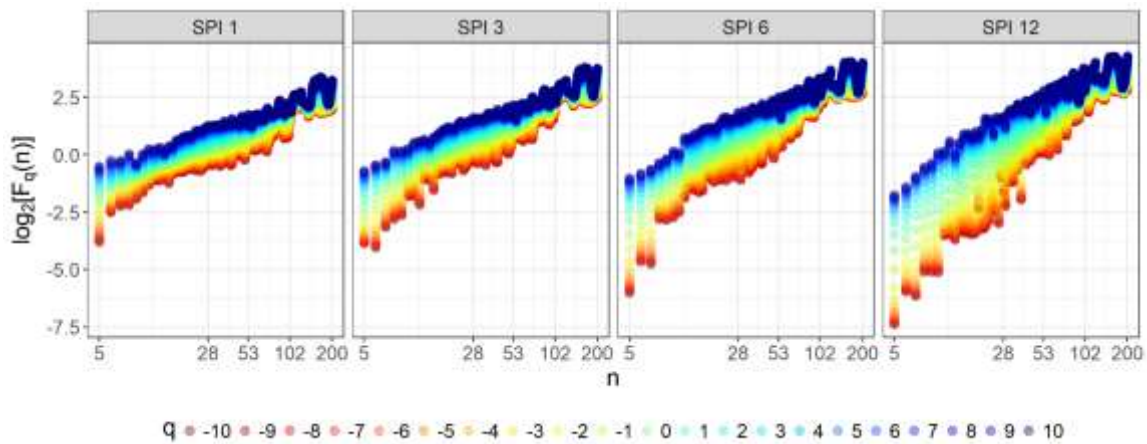
Figura 2. Precipitação mensal (a) e valores de SPI (b) em diferentes escalas de tempo (SPI-1, SPI-3, SPI-6 e SPI-12), para estação localizada em São Lourenço da Mata, Pernambuco - BR.



Fonte: Autores (2021).

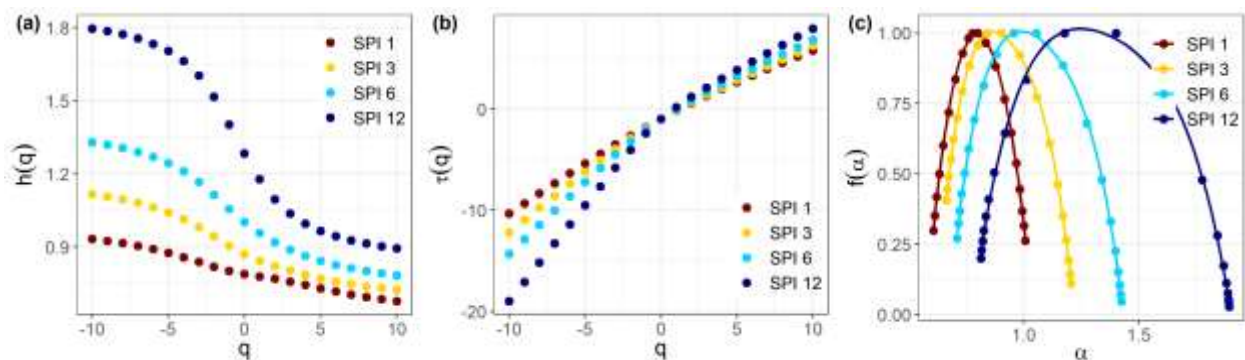
Os resultados da análise multifractal (com o método MFDFA) para séries de SPI são mostrados na Figura 3 e na Figura 4, onde é visto que todos os gráficos, função de flutuação $F_q(n)$ (Figura 3) expoente de Hurst generalizado $h(q)$, expoente de Rényi $\tau(q)$ e espectro multifractal $f(\alpha)$ (Figura 4) mostram que as séries de SPI são geradas por processo multifractal: $F_q(n)$ é uma função linear na escala logarítmica, $h(q)$ é uma função decrescente, $\tau(q)$ é uma função não linear e $f(\alpha)$ é uma única função côncava para baixo. Observa-se na Figura 4(c) que os valores dos parâmetros α_0 e W (do espectro $f(\alpha)$, respectivamente) aumentam com escala temporal do SPI, indicando que a persistência e a multifractalidade de condições secas/úmidas aumentam com tempo de acumulação da chuva. Este resultado pode ser verificado na Tabela 2.

Figura 3. Análise MFDFA das séries de SPI para estação localizada em São Lourenço da Mata, Pernambuco - BR: Função de flutuação vs tamanho de segmento na escala logarítmica.



Fonte: Autores (2021).

Figura 4. Expoente de Hurst generalizado $h(q)$ (a), expoente de Rényi $\tau(q)$ (b) e espectro multifractal $f(\alpha)$ (c) para séries de SPI da estação localizada São Lourenço da Mata, Pernambuco - BR.



Fonte: Autores (2021).

Tabela 2. Parâmetros de complexidade do espectro multifractal $f(\alpha)$ para séries de SPI da estação localizada em São Lourenço da Mata, Pernambuco - BR.

SPI	α_0	$h(2)$	W	r
SPI-1	0,8012	0,7700	0,3994	1,0641
SPI-3	0,9050	0,8217	0,5418	1,2500
SPI-6	1,0561	0,9202	0,7143	1,0692
SPI-12	1,4028	1,0959	1,0796	0,8351

Fonte: Autores (2021).

O expoente de Hurst $h(2) > 0,5$ indica que as séries de SPI são persistentes: os estados secos/úmidos têm tendência para permanecer por um tempo prolongado, com persistência mais forte para maiores tempos de acumulação. O parâmetro de assimetria r indica que as pequenas flutuações dominam na multifractalidade de série SPI-3 ($r > 1$), grandes flutuações dominam a multifractalidade da série SPI-12 ($r < 1$) enquanto para SPI-1 e SPI-6, ambas, pequenas e grandes flutuações contribuem igualmente na multifractalidade do processo. Este resultado está qualitativamente em acordo com resultados recentes. Adarsh et al. (2019) utilizaram MF DFA para analisar SPI (em escalas de agregação de 3,6 e 12 meses) de 30 subdivisões meteorológicas da Índia e encontrou que a persistência e largura do espectro multifractal aumentam com escala de agregação. Ogunjo (2021) aplicou MF DFA em SPI para diferentes escalas e em diferentes zonas climáticas na Nigéria e também encontrou que a largura do espectro multifractal aumenta com escala de agregação. Em muitos países tropicais, observou-se que mudanças nos padrões de chuva causam inundações e secas severas, com consequências na vida e saúde humana, abastecimento de alimentos e água, ecossistemas e infraestrutura. Espera-se que as mudanças climáticas agravem ainda mais esses problemas, aumentando as mudanças nas chuvas tropicais, por meio dos efeitos sobre a umidade atmosférica e a circulação, de forma a reduzir a precipitação e aumentar a evaporação em regiões já secas para que se tornem mais secas, causando o contrário efeitos em regiões já úmidas que se tornam mais úmidas (Chadwick et al., 2016). No Brasil, as terras secas estão concentradas principalmente na região Nordeste (NEB) que inclui o estado de Pernambuco, área de estudo. A variabilidade climática interanual no NEB é bastante pronunciada, e os modelos de mudança climática global e regional sugerem que a região será afetada por mais déficits de chuva e aumento da aridez na segunda metade do século 21 (Marengo & Bernasconi, 2015). Os resultados deste trabalho indicam que os valores extremos dos estados secos/úmidos aumentam com escala de SPI (maior grau de multifractalidade corresponde à maior amplitude de flutuações que possuem invariância de escala).

4. Considerações Finais

Neste trabalho foi investigado a dinâmica das condições secas/úmidas na região costeira de Pernambuco, Brasil, por meio de análise multifractal utilizando o método MF DFA. Analisou-se séries temporais de Índice de Precipitação Padronizado (SPI), calculado para escalas de 1, 6 e 12 meses, utilizando dados mensais da chuva localizada em São Lourenço da Mata, Pernambuco – BR, durante o período de 1962-2012.

Verificou-se que o SPI possui propriedades multifractais em todas as escalas temporais, com multifractalidade e persistência mais forte para escalas maiores. A variabilidade temporal da chuva afeta fortemente os países tropicais como o Brasil. Vários aspectos da atividade econômica (agricultura), fornecimento de energia, transporte, até a saúde humana podem ser ameaçados em condições climatológicas extremas como secas e cheias. Os resultados deste trabalho serão importantes para modelagem da dinâmica das condições secas/úmidas na região estudada e podem contribuir no melhor planejamento das

medidas de proteção em situações com eventos climáticos extremos. Trabalhos futuros podem incluir outros índices de seca e outras localizações no estado de Pernambuco e Nordeste brasileiro.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio das agências brasileiras CNPq, CAPES e Facepe por meio das seguintes bolsas de pesquisa: CNPq 307445 / 2018-6, 304497 / 2019-3, 441305 / 2017-2; INCT – MCTI / CNPq / CAPES / FAPs 465764 / 2014-2; Facepe APQ-0296-5.01 / 17, APQ-0532-5.01 / 14

Referências

- Abramowitz, M., Stegun, I. A., & Romer, R. H. (1988). Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. *American Journal of Physics*, 56(10), 958–958. <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.15378>
- Adarsh, S., Kumar, D. N., Deepthi, B., Gayathri, G., Aswathy, S. S., & Bhagyasree, S. (2019). Multifractal characterization of meteorological drought in India using detrended fluctuation analysis. *International Journal of Climatology*, 39(11), 4234–4255. John Wiley & Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1002/joc.6070>
- Asadi Zarch, M. A., Sivakumar, B., & Sharma, A. (2015). Droughts in a warming climate: A global assessment of Standardized precipitation index (SPI) and Reconnaissance drought index (RDI). *Journal of Hydrology*, 526, 183–195. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002216941400763X>
- Barreto, I. D. de C., & Stosic, T. (2021). Multifractal analysis of rainfall in coastal area in Pernambuco, Brazil. *Research, Society and Development*, 10(2), e15410212424. <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/12424>
- Buttafuoco, G., Caloiero, T., & Coscarelli, R. (2015). Analyses of Drought Events in Calabria (Southern Italy) Using Standardized Precipitation Index. *Water Resources Management*, 29(2), 557–573. <https://doi.org/10.1007/s11269-014-0842-5>
- Chadwick, R., Good, P., Martin, G., & Rowell, D. P. (2016). Large rainfall changes consistently projected over substantial areas of tropical land. *Nature Climate Change*, 6(2), 177–181. Nature Publishing Group. <http://www.nature.com/articles/nclimate2805>
- Douglas, E. M., & Barros, A. P. (2003). Probable Maximum Precipitation Estimation Using Multifractals: Application in the Eastern United States. *Journal of Hydrometeorology*, 4(6), 1012–1024. [http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/1525-7541\(2003\)004%3C1012:PMPEUM%3E2.0.CO;2](http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/1525-7541(2003)004%3C1012:PMPEUM%3E2.0.CO;2)
- Fuwape, I. A., Ogunjo, S. T., Oluyamo, S. S., & Rabi, A. B. (2017). Spatial variation of deterministic chaos in mean daily temperature and rainfall over Nigeria. *Theoretical and Applied Climatology*, 130(1), 119–132. <https://doi.org/10.1007/s00704-016-1867-x>
- García-Marín, A. P., Estévez, J., Medina-Cobo, M. T., & Ayuso-Muñoz, J. L. (2015). Delimiting homogeneous regions using the multifractal properties of validated rainfall data series. *Journal of Hydrology*, 529, 106–119. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022169415005181>
- García-Marín, A. P., Jiménez-Hornero, F. J., & Ayuso-Muñoz, J. L. (2008). Multifractal analysis as a tool for validating a rainfall model. *Hydrological Processes*, 22(14), 2672–2688. <http://doi.wiley.com/10.1002/hyp.6864>
- Hasegawa, A., Gusyev, M., & Iwami, Y. (2016). Meteorological Drought and Flood Assessment Using the Comparative SPI Approach in Asia Under Climate Change. *Journal of Disaster Research*, 11(6), 1082–1090.
- Hurst, H. E. (1951). Long-Term Storage Capacity of Reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116(1), 770–799. <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/TACEAT.0006518>
- Jain, V. K., Pandey, R. P., Jain, M. K., & Byun, H.-R. (2015). Comparison of drought indices for appraisal of drought characteristics in the Ken River Basin. *Weather and Climate Extremes*, 8, 1–11. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212094715000213>
- Jha, S. K., & Sivakumar, B. (2017). Complex networks for rainfall modeling: Spatial connections, temporal scale, and network size. *Journal of Hydrology*, 554, 482–489. Elsevier. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022169417306340>
- Kantelhardt, J. W., Koscielny-Bunde, E., Rybski, D., Braun, P., Bunde, A., & Havlin, S. (2006). Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 111(D1). John Wiley & Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1029/2005JD005881>
- Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1–4), 87–114. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437102013833>
- Kostopoulou, E., Giannakopoulos, C., Krapsiti, D., & Karali, A. (2017). Temporal and Spatial Trends of the Standardized Precipitation Index (SPI) in Greece Using Observations and Output from Regional Climate Models (pp. 475–481). http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-35095-0_68
- Marengo, J. A., & Bernasconi, M. (2015). Regional differences in aridity/drought conditions over Northeast Brazil: present state and future projections. *Climatic Change*, 129(1–2), 103–115. <http://link.springer.com/10.1007/s10584-014-1310-1>
- McKee, T. B., Doesken, N. J., & Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology* (Vol. 17, pp. 179–183). Boston.

- Ogunjo, S. T. (2021). Multifractal Properties of Meteorological Drought at Different Time Scales in a Tropical Location. *Fluctuation and Noise Letters*, 20(01), 2150007. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219477521500073>
- Palmer, W. C. (1968). Keeping Track of Crop Moisture Conditions, Nationwide: The New Crop Moisture Index. *Weatherwise*, 21(4), 156–161. Routledge. <https://doi.org/10.1080/00431672.1968.9932814>
- Santana, L. I. T. de, Silva, A. S. A. da, Menezes, R. S. C., & Stosic, T. (2020). Recurrence quantification analysis of monthly rainfall time series in Pernambuco, Brazil. *Research, Society and Development*, 9(9), e637997737. <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/7737>
- Santos, J. F., Pulido-Calvo, I., & Portela, M. M. (2010). Spatial and temporal variability of droughts in Portugal. *Water Resources Research*, 46(3). <http://doi.wiley.com/10.1029/2009WR008071>
- Silva, A. S. A., Menezes, R. S. C., Rosso, O. A., Stosic, B., & Stosic, T. (2021). Complexity entropy-analysis of monthly rainfall time series in northeastern Brazil. *Chaos, Solitons & Fractals*, 143, 110623. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0960077920310146>
- Silva, A. S. A., Menezes, R. S. C., Telesca, L., Stosic, B., & Stosic, T. (2021). Fisher Shannon analysis of drought/wetness episodes along a rainfall gradient in Northeast Brazil. *International Journal of Climatology*, 41(S1). <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/joc.6834>
- Silva, H. S., Silva, J. R. S., & Stosic, T. (2020). Multifractal analysis of air temperature in Brazil. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 549, 124333. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437120301114>
- Sivakumar, B., & Singh, V. P. (2012). Hydrologic system complexity and nonlinear dynamic concepts for a catchment classification framework. *Hydrology and Earth System Sciences*, 16(11), 4119–4131. <https://www.hydrol-earth-syst-sci.net/16/4119/2012/>
- Stosic, T., Nejad, S. A., & Stosic, B. (2020). MULTIFRACTAL ANALYSIS OF BRAZILIAN AGRICULTURAL MARKET. *Fractals*, 28(05), 2050076. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218348X20500760>
- Svoboda, M., Hayes, M., & Wood, D. (2012). *Standardized precipitation index user guide*. World Meteorological Organization Geneva, Switzerland. Geneva, Switzerland.
- Tan, X., & Gan, T. Y. (2017). Multifractality of Canadian precipitation and streamflow. *International Journal of Climatology*, 37, 1221–1236. <http://doi.wiley.com/10.1002/joc.5078>
- Tatli, H., & Dalfes, H. N. (2020). Long-Time Memory in Drought via Detrended Fluctuation Analysis. *Water Resources Management*, 34(3), 1199–1212. <https://doi.org/10.1007/s11269-020-02493-9>
- Telesca, L., & Toth, L. (2016). Multifractal detrended fluctuation analysis of Pannonian earthquake magnitude series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 448, 21–29. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437115011231>
- Thom, H. C. S. (1958). A NOTE ON THE GAMMA DISTRIBUTION. *Monthly Weather Review*, 86(4), 117–122. [http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/1520-0493\(1958\)086%3C0117:ANOTGD%3E2.0.CO;2](http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/1520-0493(1958)086%3C0117:ANOTGD%3E2.0.CO;2)
- Vicente-Serrano, S. M., Beguería, S., & López-Moreno, J. I. (2010). A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of climate*, 23(7), 1696–1718.
- Zorick, T., & Mandelkern, M. A. (2013). Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Human EEG: Preliminary Investigation and Comparison with the Wavelet Transform Modulus Maxima Technique. (C. M. Aegerter, Ed.) *PLoS ONE*, 8(7), e68360. <https://dx.plos.org/10.1371/journal.pone.0068360>